Pauta auxiliar 6

Sonido

Profesor: Nelson Zamorano
Auxiliares: Felipe Cárdenas, José Fuentealba
Ayudantes: Vicente Woolvett

P1.-

Con el propósito de poder determinar su velocidad, una paracaidista lleva un generador de sonido. Uno de sus amigos está parado en el sitio de aterrizaje con un detector de ondas sonoras. Mientras la paracaidista está cayendo a la velocidad terminal (desconocida), su generador emite tonos de 1500 Hz.

- Si su amigo en el suelo (directamente abajo de la paracaidista) recibe ondas de 2500 Hz, ¿Cuál es la velocidad descenso de la paracaidista?

Para poder realizar este ejercicio es necesario conocer y saber aplicar la fórmula de Doppler,

$$f' = \frac{v \pm v_0}{v \mp v_s} f$$

Con v la velocidad del sonido, v_0 velocidad observador y v_s velocidad de la fuente. Para aplicar la fórmula correctamente se debe tener en cuenta que el numerador será suma cuando el observador se acerque a la fuente, resta cuando se aleje y para el denominador al revés, se resta cuando la fuente se acerca al observador, se suma cuando se aleje la fuente del observador.

La frecuencia que recibe el suelo es 2500 Hz, con la formula de Doppler y reemplazando los datos obtenemos:

$$f' = \frac{v}{v - v_s} f$$

$$2500 = \frac{340}{340 - v_s} 1500$$

Por lo que la velocidad que cae el paracaidista es de 136 m/s

- Si la paracaidista también llevara un equipo de recepción sonora para detectar las ondas reflejadas en el suelo, ¿qué frecuencia recibiría?

En este caso el suelo se puede tomar como la fuente, ¿por qué? cuando las ondas del sonido llegan al suelo son reflejadas de vuelta al paracaidista, además como el suelo está quieto se utiliza $v_s = 0$:

$$f' = \frac{v + v_0}{v} f$$

$$f' = \frac{340 + 136}{340} 2500$$

La frecuencia que recibe el paracaidista es de $f' = 3500\,\text{Hz}$

P2.-

Un diapasón montado sobre una caja de resonancia se golpea con un pequeño martillo, emitiendo una onda sonora de 612 Hz que se propaga a 340 m/s y alcanza un receptor. Considerando que la onda que alcanza al receptor es una onda plana y considerando la densidad del aire como $\rho = 1.22\,\text{kg/m}^3$ y el módulo de comprensibilidad B_0 se pide:

- Si la diferencia de presión máxima que produce la onda es $p_0 = 2 \times 10^{-4}\,\text{Pa}$, escribir la ecuación de la onda viajera para la presión y las partículas del medio, asumiendo $p(0,0) = p_0$ y que se desplaza de izquierda a derecha. Calcular su longitud de onda.

Con respecto a las ondas acústicas hay que tener en cuenta las siguientes ecuaciones:

$$v = \sqrt{B/\rho} = \omega/k = \lambda f$$

$$\Delta P = -B \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$u(x,t) = u_{\max} \cos(kx - \omega t + \phi)$$

$$\Delta P(x,t) = B k u_{\max} \sin(kx - \omega t + \phi) = P_{\max} \sin(kx - \omega t + \phi)$$

con B módulo de compresibilidad, ρ densidad del medio.
Para comenzar calculamos los datos necesarios para la ecuación de onda u(x,t)

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi f}{v} = 3.6\pi\, m^{-1}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = 0.555\,\text{m}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 612 = 1224\pi\, rad/s$$

Entonces con estos datos podemos calcular la variación de presión en cada posición y tiempo

$$\Delta P(x,t) = p_0 \cos(kx - \omega t + \phi)$$

Con la condición inicial

$$\Delta P(0,0) = p_0 \cos(\phi) = p_0 \implies \phi = 0$$

Finalmente la expresión queda,

$$\Delta P(x,t) = p_0 \cos(3.6\pi x - 1224\pi t)$$

Para tener la ecuación de onda para las partículas del medio buscamos$u_{\max}$,

$$B_0 k u_{\max} = p_0$$

$$u(x,t) = -\frac{p_0}{B_0 k}\sin(3.6\pi x - 1224\pi t)$$

🦕🦕 Calcular la intensidad del sonido que percibe el receptor en unidades del S.I.

Utilizamos la formula para intensidad,

$$I = \frac{p_0^2}{2\rho v} = \frac{(2\cdot 10^{-4})^2}{1.22\cdot 340} = 4.82\times 10^{-11}\,\mathrm{W/m^2}$$

🦕🦕🦕 Calcular el nivel de intensidad en decibeles.

Para pasar de intensidad a decibeles usamos,

$$L = 10\log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

en general $I_0 = 10^{-12}$, entonces nos queda

$$L = 10\log_{10}\left(\frac{4.82\cdot 10^{-11}}{10^{-12}}\right) = 17\,\mathrm{dB}$$

🦕🦕🦕🦕 Si en un segundo golpe, se percibe una intensidad $20\,\mathrm{dB}$ mayor que la anterior, ¿cuál es la intensidad que percibe en el receptor en unidades S.I?

Esta parte es exactamente igual a la anterior solo se debe hacer de manera inversa, de decibeles a unidades del S.I. por lo que queda propuesto.

P3.-

Dos fuentes de sonido, de igual amplitud y de frecuencia f son montadas en los extremos opuestos de un tubo que contiene un líquido en el cuál la velocidad del sonido es u. Debido a la superposición de ambos sonidos, se produce una onda estacionaria en el tubo a lo largo de la línea que une ambas fuentes.

- Calcule la longitud de onda del sonido de las fuentes y con ello, encuentre la separación entre los nodos de la onda estacionaria.

Sabemos que entre un nodo y otro la distancia es media longitud de onda, entonces $\lambda = \frac{v}{f}$, finalmente $\frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2f}$

- Un pequeño micrófono se mueve a lo largo del eje del tubo con una velocidad v. La señal detectada por el micrófono aumenta y decae de intensidad a medida que atraviesa el tubo. ¿Cuál es la frecuencia de esta variación en la señal?

Debemos darnos cuenta que cuando la intensidad percibida por el micrófono es máxima, entonces este está pasando por un antinodo (valle o monte), y si es nula está pasando por un nodo.

$$v = \frac{d}{t}$$

$$\frac{1}{t} = f' = \frac{v}{d} = \frac{v}{\lambda/2} = \frac{2v}{u} f$$

finalmente

$$f' = \frac{2v}{u}$$

- A medida que el micrófono se desplaza a través de las ondas sonoras, los dos sonidos individuales serán captados con frecuencias modificadas por el efecto Doppler. Calcule las frecuencias de cada uno de los dos sonidos detectados por el micrófono.

El micrófono se acerca a un extremo 2 y se aleja del extremo 1,

$$f_1 = \frac{u - v}{u} f$$

$$f_2 = \frac{u + v}{u} f$$

🦕🦕🦕🦕 Considerando la superposición de los sonidos detectados por el micrófono a distintas frecuencias en la parte c), calcule la frecuencia de batimiento, esto es, la frecuencia de la señal resultante detectada por el micrófono. Comente su resultado.

Ambas ondas interfieren y al haber una diferencia pequeña de frecuencias f_1 y f_2 se puede considerar una frecuencia beat,

$$f_{\text{beat}} = |f_1 - f_2| = \left|\frac{u-v}{u}f - \frac{u+v}{u}f\right| = \frac{2v}{u}f$$

es exactamente la misma frecuencia obtenida en la parte b).