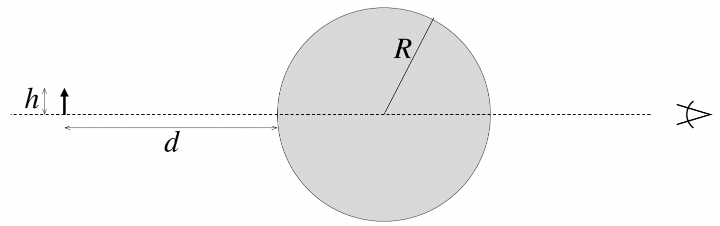
Problemas P3A y P3B



Tenemos un objeto de altura h, colocado a una distancia d, de una esfera de índice de refracción n y radio R.
Se sabe que para una superficie esférica, se cumple que

$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}. \tag{1}$$

En particular, para la primera interfaz tenemos los siguientes valores:

A) $n_a = 1$, $n_b = 3$, $s = 5$ cm., $R = 1$ cm.

B) $n_a = 1$, $n_b = 3$, $s = 10$ cm., $R = 2$ cm.

Notar que tomamos los radios de curvatura **positivos** pues los centros de curvatura están del lado saliente de la superficie. De (1) podemos despejar s' obteniendo

$$s' = \frac{n_b R\, s}{(n_b - n_a)s - n_a R}. \tag{2}$$

Luego obtenemos

A) $s' = \frac{15}{9}$ cm.

B) $s' = \frac{30}{9}$ cm.

El signo **positivo** de las imágenes refractadas nos indica que estas se ubican dentro de la esfera. Además sabemos que la magnificación está dada por

$$M \equiv \frac{h'}{h} = -\frac{n_a\, s'}{n_b\, s}. \tag{3}$$

De aquí obtenemos, sabiendo que $h = 0{,}1$ cm., que

A) $M = -\frac{1}{9} \Longrightarrow h' = -\frac{1}{90}$ cm.

B) $M = -\frac{1}{9} \Longrightarrow h' = -\frac{1}{90}$ cm.

Las imágenes son **inversas**, pues sus alturas son negativas.

Para la segunda interfaz tenemos los siguientes datos

A) $n_a = 3$, $n_b = 1$, $s = 1/3$ cm., $R = -1$ cm.

B) $n_a = 3$, $n_b = 1$, $s = 2/3$ cm., $R = -2$ cm.

Notar que ahora los radios de curvatura se toman **negativos** pues los centros de curvatura **no** están del lado saliente de la superficie.
Reemplazando los valores obtenemos que

A) $s' = -\frac{1}{7}$ cm.

B) $s' = -\frac{2}{7}$ cm.

El signo **negativo** indica que la imagen está dentro de la esfera. Por su parte la magnificación resulta ser

A) $M = \frac{9}{7}$

B) $M = \frac{9}{7}$

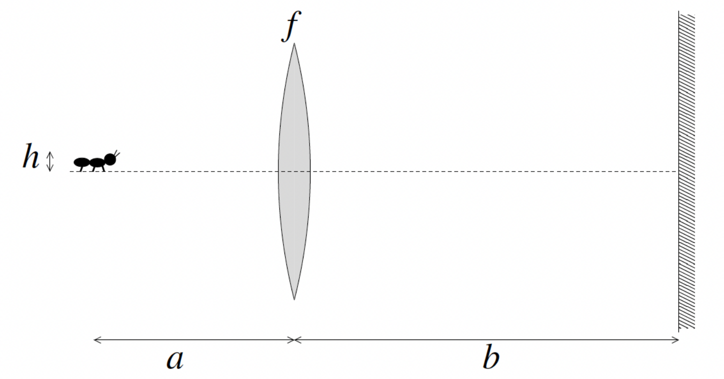
con lo que la altura de la imagen está dada por

A) $h' = -\frac{1}{70}$ cm. $\approx -0{,}014$ cm.

B) $h' = -\frac{1}{70}$ cm. $\approx -0{,}014$ cm.

De aquí concluimos que las imágenes que ven los observadores están **invertidas**.

Problemas P3C Y P3D



Sabemos que

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \tag{4}$$

Sabiendo que $s = a$, despejamos para s' de modo que

$$s' = \frac{af}{a - f}. \tag{5}$$

Luego

C) Si $a = 3$ cm y $f = 2$ cm, $s' = 6$ cm.

D) Si $a = 6$ cm y $f = 2$ cm, $s' = 3$ cm.

La magnificación está dada por $m = -\frac{s'}{s}$, luego

C) $m = -\frac{6}{3} = -2$.

D) $m = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$.

Con la magnificación podemos entonces calcular la altura de la imagen, pues $m = \frac{y'}{y}$, luego

C) $y' = (-2)(0{,}1)\,\text{cm.} = -0{,}2\,\text{cm}$.

D) $y' = (-1/2)(0{,}1)\,\text{cm.} = -0{,}05\,\text{cm}$.

El signo **negativo** habla de una imagen **invertida**. La distancia de la hormiga a su imagen, y de la imagen al espejo son entonces

C) 9 y 4 cm., respectivamente.

D) 9 y 1 cm., respectivamente.

Ahora consideramos el espejo, que tiene como objeto la imagen de la lupa. La imagen del espejo será objeto para la lupa. Buscamos entonces la posición de la imagen, utilizando nuevamente $s' = \frac{sf}{s-f}$. Encontramos entonces

C) $s = 14$ cm., $f = 2$ cm., luego $s' = \frac{7}{3}$ cm. (en total $s + s' = \frac{49}{3}$ cm.)

D) $s = 5$ cm., $f = 2$ cm., luego $s' = \frac{10}{3}$ cm. (en total $s + s' = \frac{25}{3}$ cm.)

La magnificación $m = -\frac{s'}{s}$ está entonces dada por

C) $m = -\frac{s'}{s} = -\frac{7}{3 \cdot 14} = -\frac{1}{6}$.

D) $m = -\frac{s'}{s} = -\frac{10}{3 \cdot 5} = -\frac{2}{3}$.

Finalmente la imagen $y' = m\,y$ está dada por

C) $y' = m\,y = \left(-\frac{1}{6}\right)(-0{,}2)\,\text{cm.} = +\frac{1}{30}\,\text{cm.}$

D) $y' = m\,y = \left(-\frac{2}{3}\right)(-0{,}05)\,\text{cm.} = +\frac{1}{30}\,\text{cm.}$

El signo **positivo** habla de una imagen **derecha**. Finalmente la distancia de la imagen a la hormiga es

C) $9 + 8 - \frac{49}{3} = \frac{2}{3}$ cm.

D) $9 + 2 - \frac{25}{3} = \frac{8}{3}$ cm.