Pauta pregunta 2 Control 1

Pregunta 2: generalidades.

Por simetria, se puede asumir la solucion de d'Alembert, por lo que la forma de la funcion en $t = 0$ se divide en 2 funciones identicas:

(0.5 punto)

$$y(x,t) = f(x - ct) + f(x + ct)$$

en que:

(0.5 punto)

$$y(x, t = 0) = h(x)$$

Si $h(x)$ corresponde a los 2 triangulos de base a y altura b, al evolucionar el tiempo, ambos triangulos se dividiran a su vez en 2 mas, de la mitad de la altura de los originales, teniendo 4 triangulos de base a y altura $b/2$.

$$h(x) = \begin{cases} \frac{b\left(\frac{3a}{2}+x\right)}{a} & x \in (-\frac{3a}{2}, -a) \\ -\frac{b(a+2x)}{2a} & x \in (-a, -\frac{a}{2}) \\ \frac{b\left(x-\frac{a}{2}\right)}{a} & x \in (\frac{a}{2}, a) \\ b\left(\frac{3}{2} - \frac{x}{a}\right) & x \in (a, \frac{3a}{2}) \\ 0 & \sim \end{cases}$$

Entonces definiendo $f(x) = \frac{1}{2}h(x)$ y evaluando en distintos instantes de tiempo debiese resultar en la evolucion de las ondas.

Con respecto a la velocidad vertical, se debe obtener ocupando:

(1 punto)

$$v_y(x,t) = \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = -cf'(x - ct) + cf'(x + ct)$$

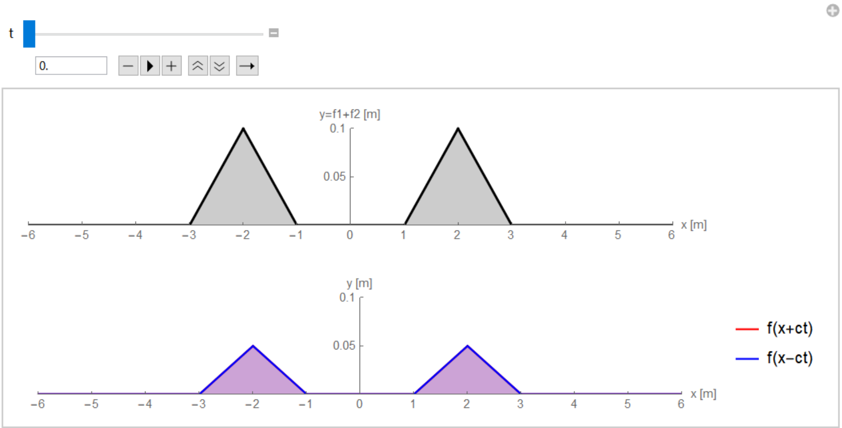
Pero como en esencia f son solo rectas, entonces f' corresponde a las distintas pendientes de los triangulos o de los segmentos horizontales:

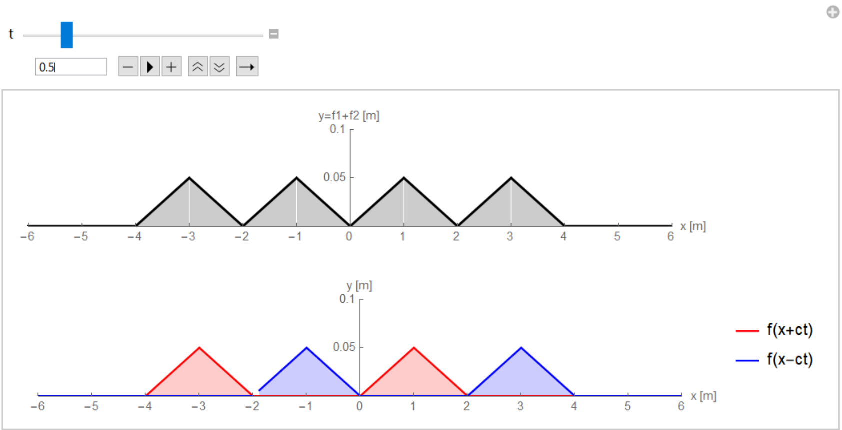
$$f'(x) = \begin{cases} \frac{b}{2a} & x \in (-\frac{3a}{2}, -a) \\ -\frac{b}{2a} & x \in (-a, -\frac{a}{2}) \\ \frac{b}{2a} & x \in (\frac{a}{2}, a) \\ -\frac{b}{2a} & x \in (a, \frac{3a}{2}) \\ 0 & \sim \end{cases}$$

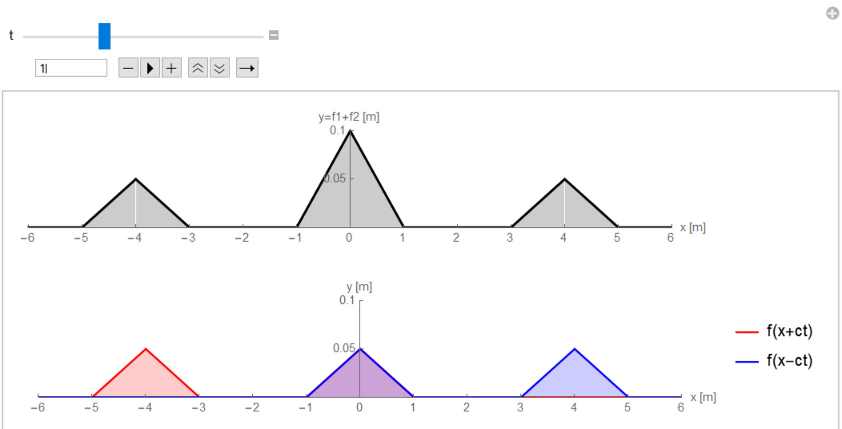
Esto, ignorando los puntos discontinuos de la derivada ($x = -\frac{3a}{2}, -a, -\frac{a}{2}, a, \frac{3a}{2}$). Con estos puntos, se puede graficar la funcion $y(x,t)$ y $v_y(x,t)$ en los distintos instantes de tiempo.

P2A

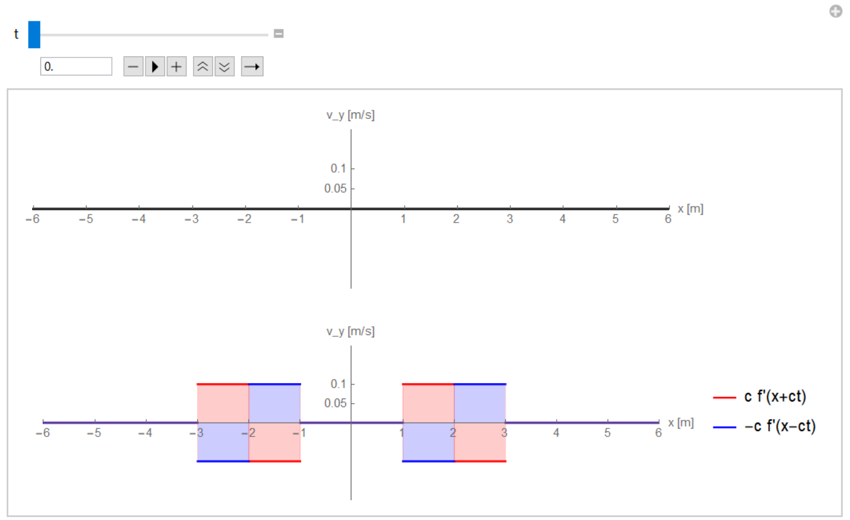
Valores: $a = 2$m, $b = 0.1$m, $c = 2$m/s.
P2A - a) (2 puntos)

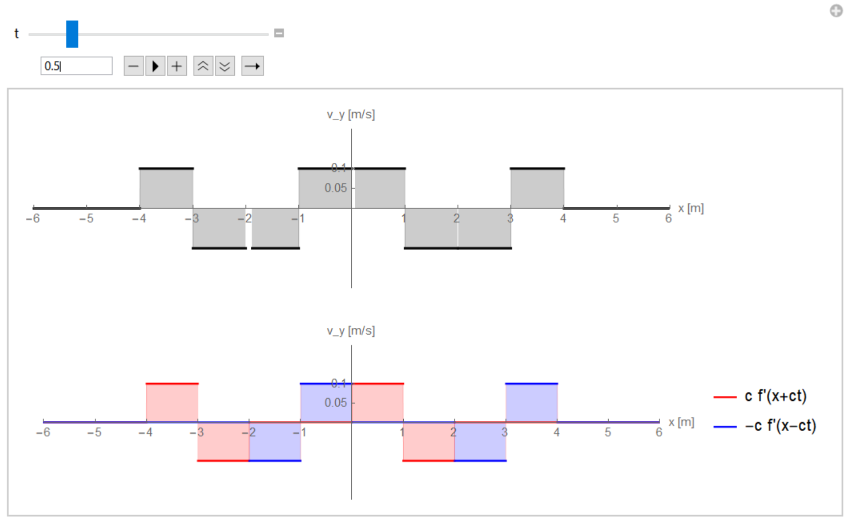


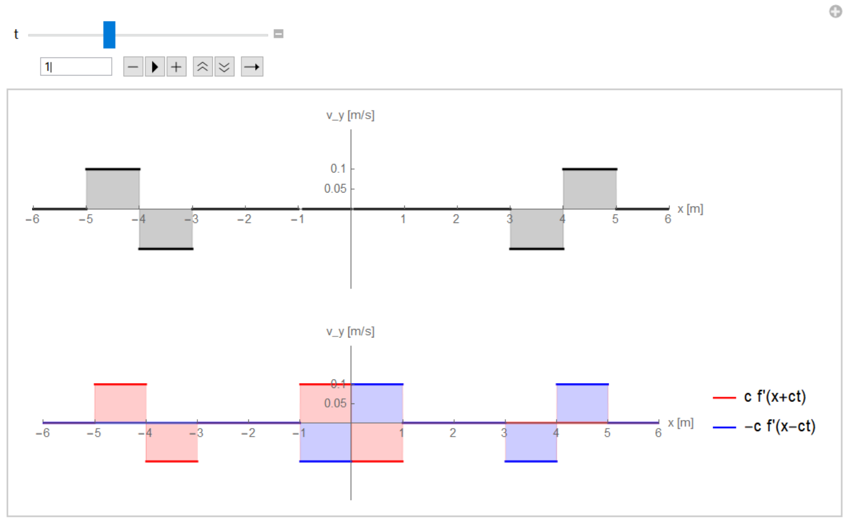




P2A - b) (2 puntos)



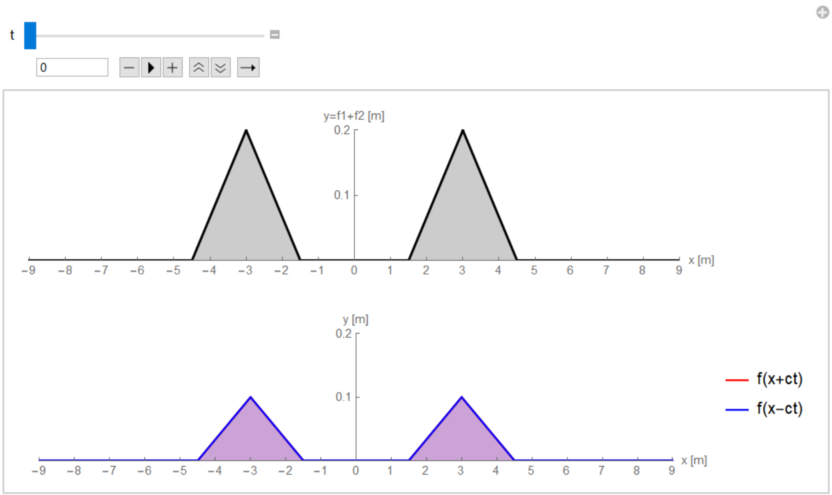


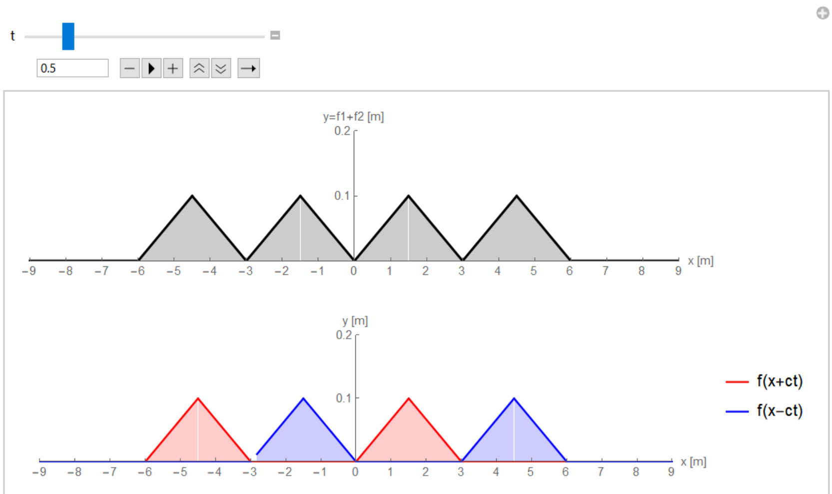


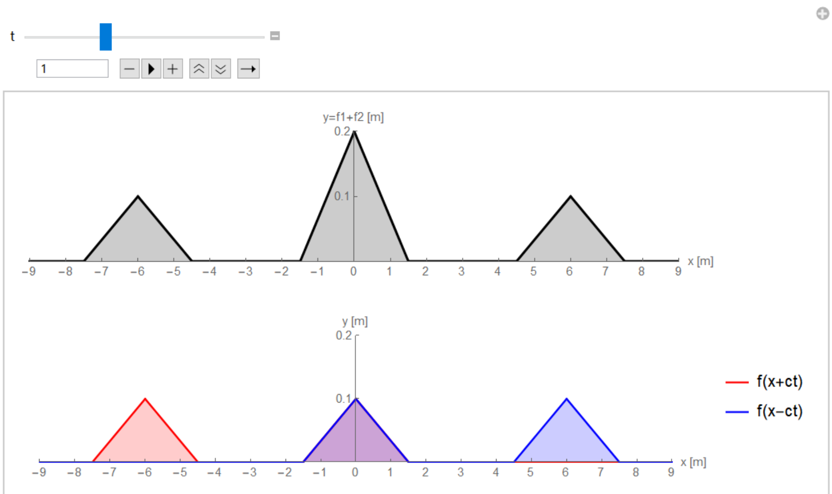
P2B

Valores: $a = 3$m, $b = 0.2$m, $c = 3$m/s.

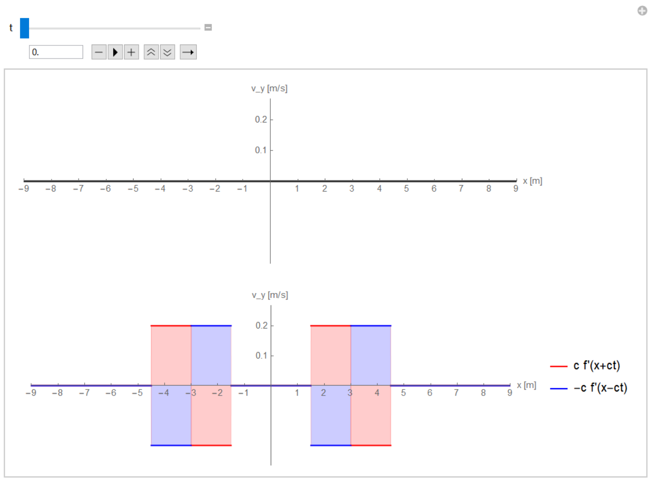
P2B - a) (2 puntos)

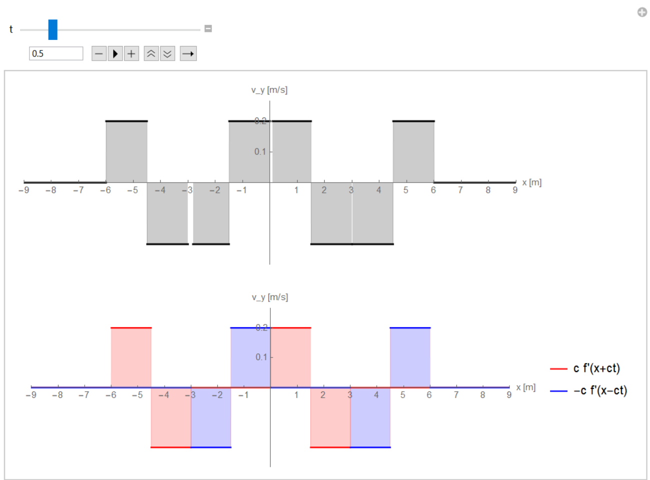


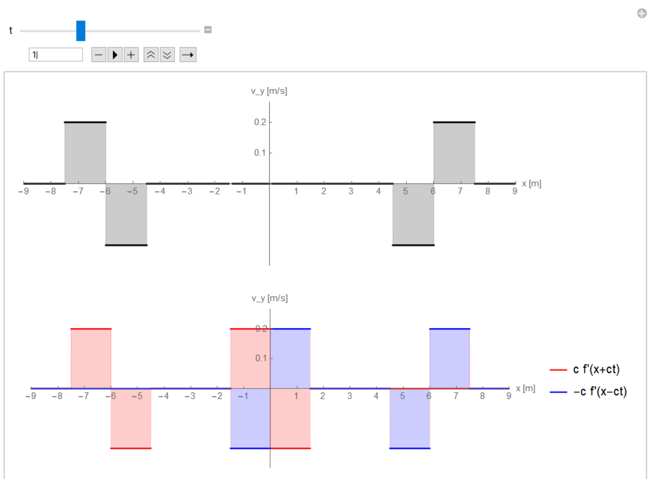




P2B - b) (2 puntos)

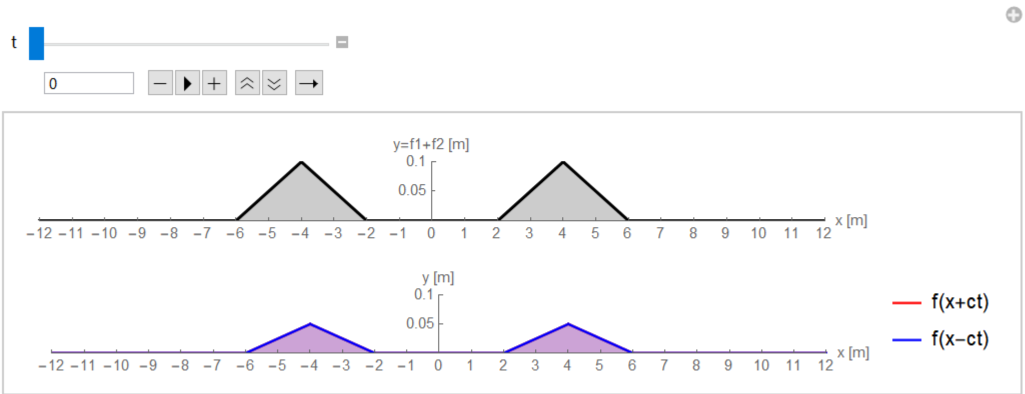


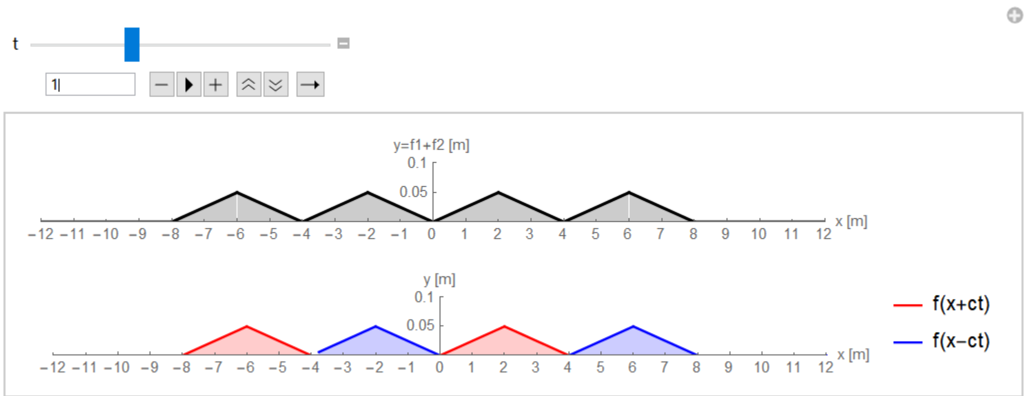


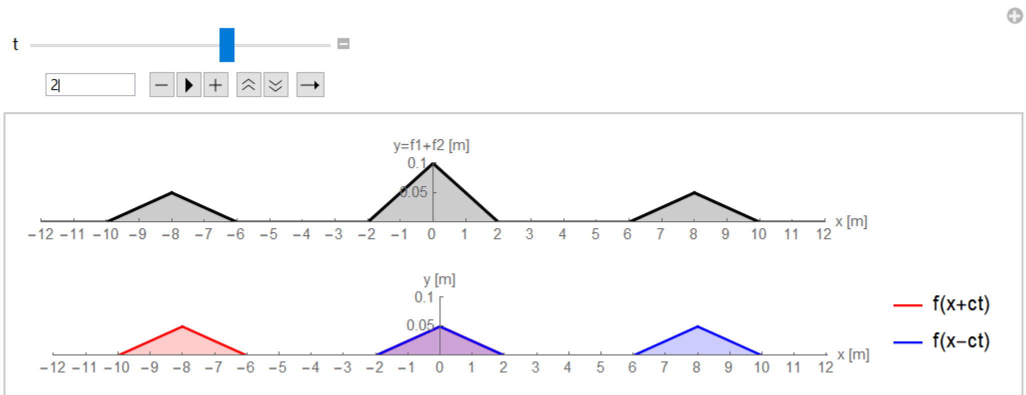


P2C

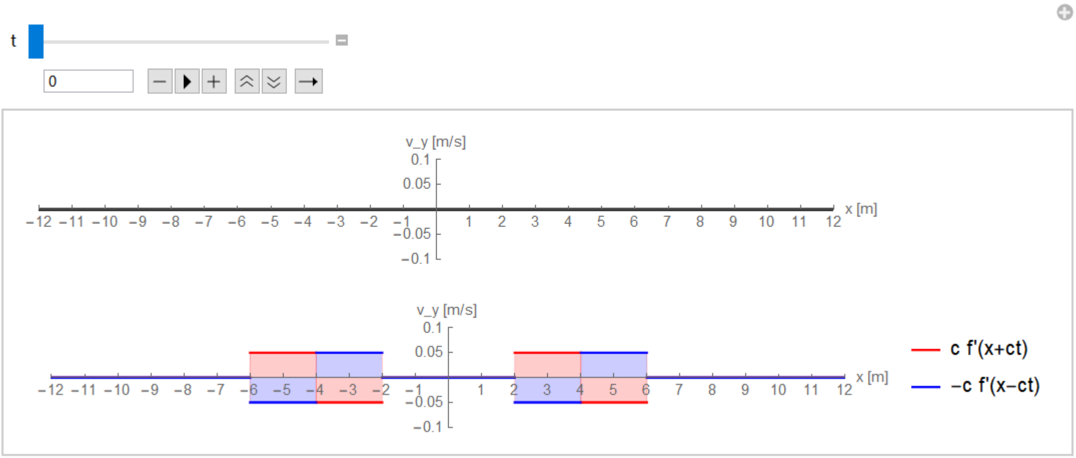
Valores: $a = 4$m, $b = 0.1$m, $c = 2$m/s.
P2C - a) (2 puntos)

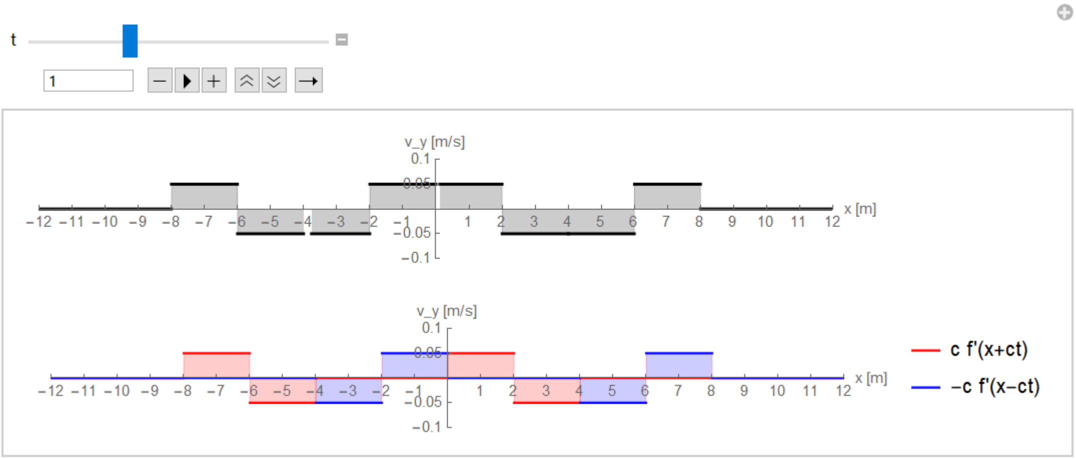


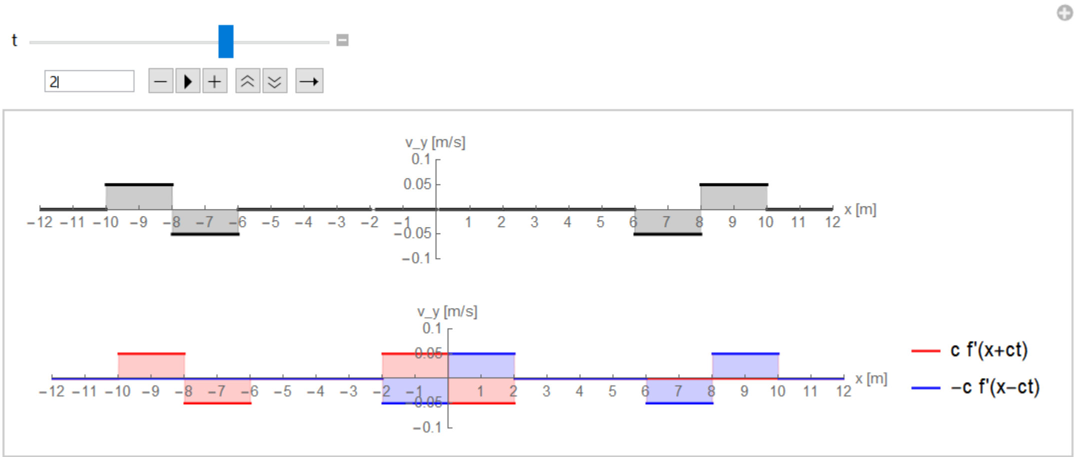




P2C - b) (2 puntos)



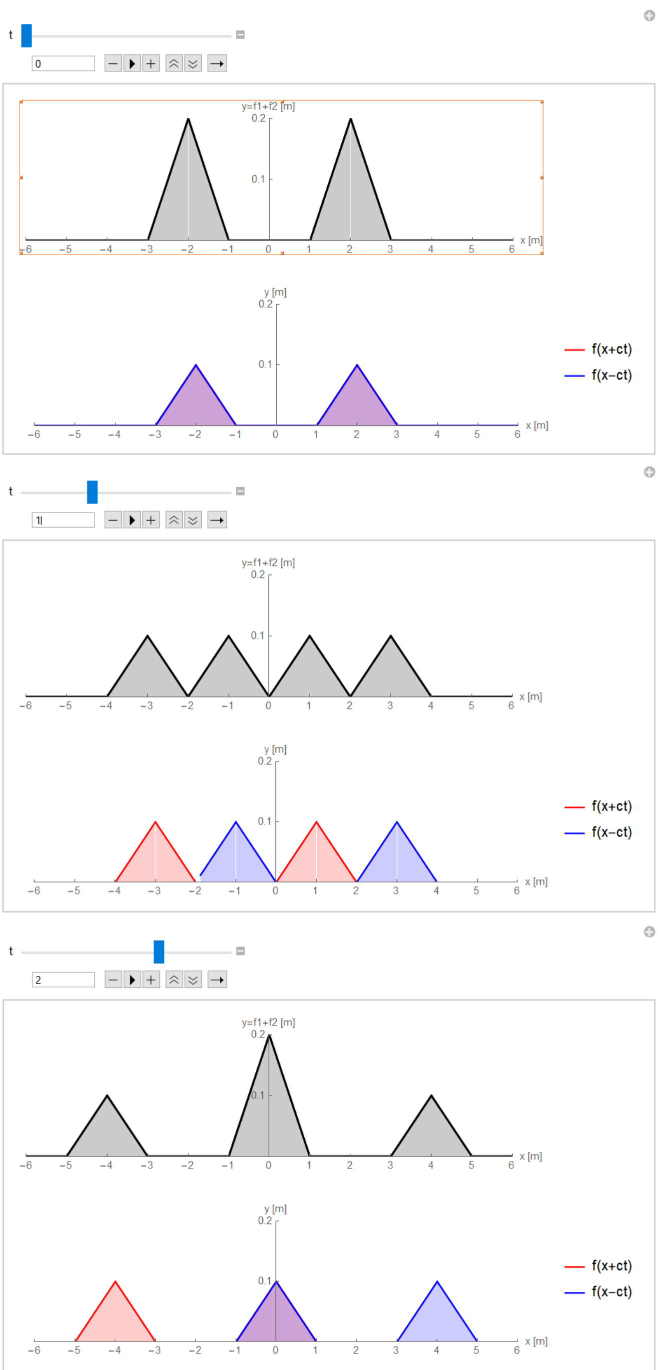




P2D

Valores: $a = 4$m, $b = 0.1$m, $c = 2$m/s.

P2D - a) (2 puntos)



P2D - b) (2 puntos)