

FD704

TÉCNICAS EXPERIMENTALES EN FLUIDODINÁMOCA

Prof. Christian Ihle

FCFM Universidad de Chile
Departamento de Ingeniería de Minas



Ingeniería de Minas
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE



1 Introducción y clasificación

2 PIV

- Introducción
- Obtención de vectores velocidad
- Post-proceso

Objetivos

- Comprender el principio de funcionamiento de *PIV*
- Conocer algunos aspectos de identificación de parámetros de medición

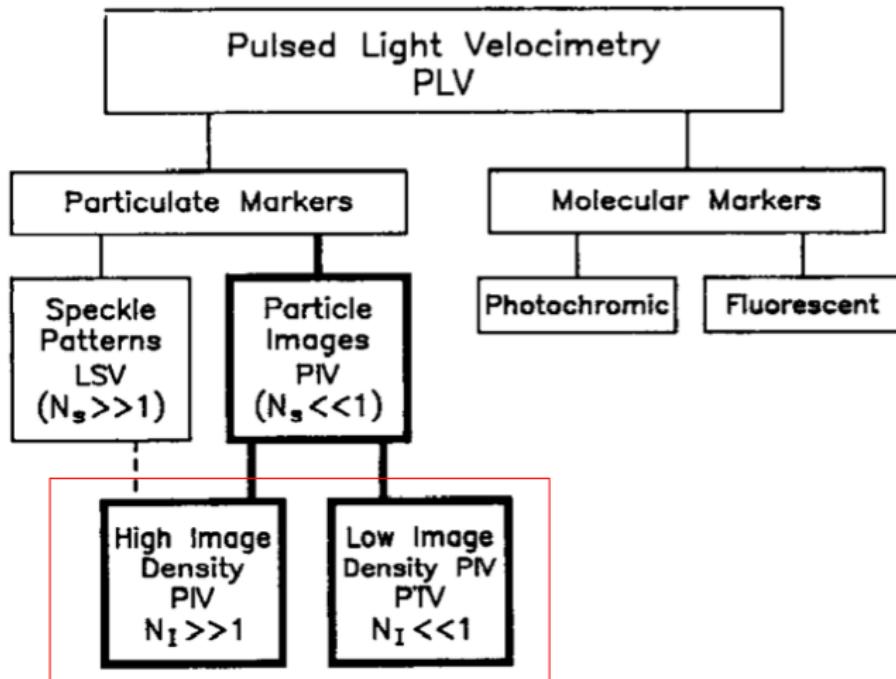


Figure 1 Particle-image velocimetry and other forms of pulsed-light velocimetry.

Generalidades

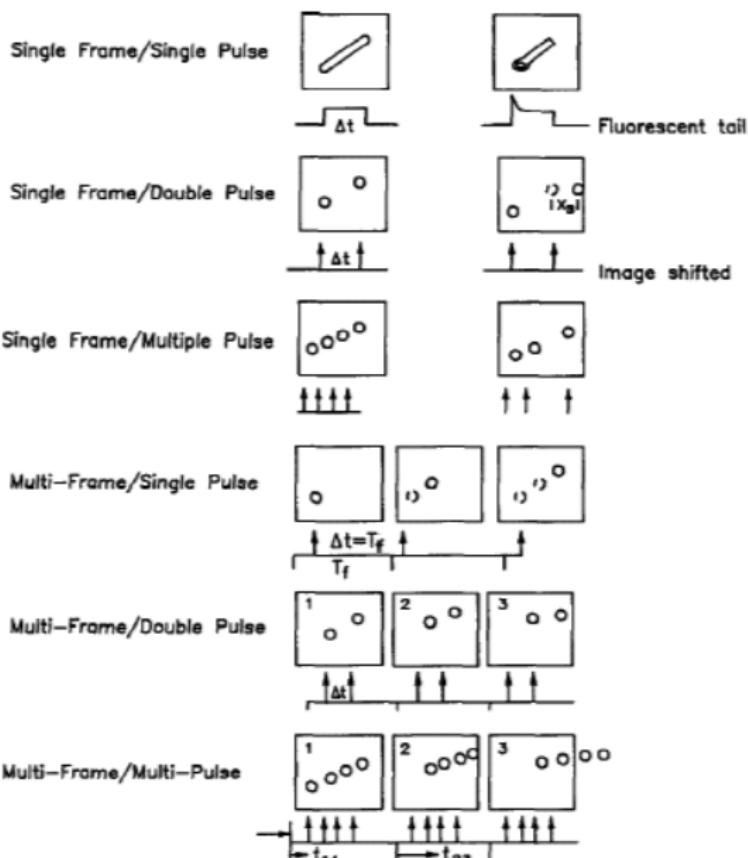
- Plano(s) de Luz (led, láser, halógena, etc.)
- Cámara
- Post-procesamiento de video
- Densidad de partículas relativamente baja
- Partículas *advectadas* por el flujo

PIV y PTV

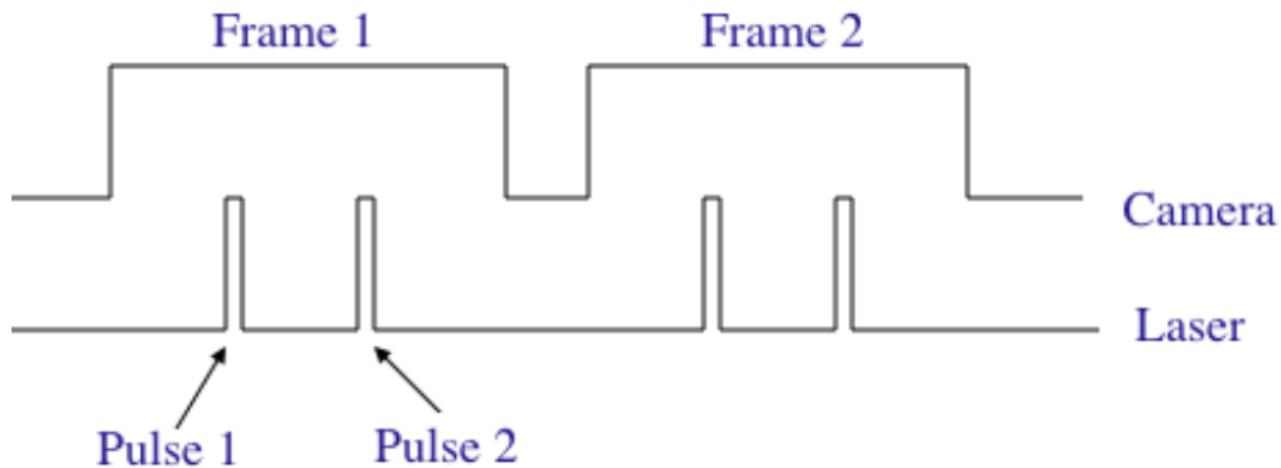
	PIV	PTV
Cantidad de partículas	alta	baja
Individualización	ventana	partícula
Tamaño de trazadores	pequeño	mediano/grande

Modos de iluminación

- pulsada
- continua



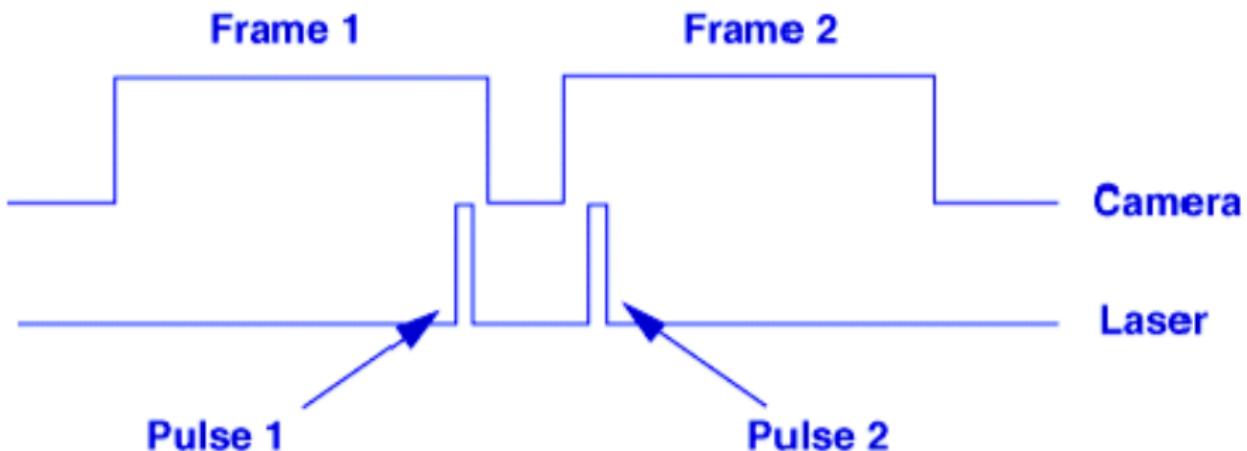
Exposición doble

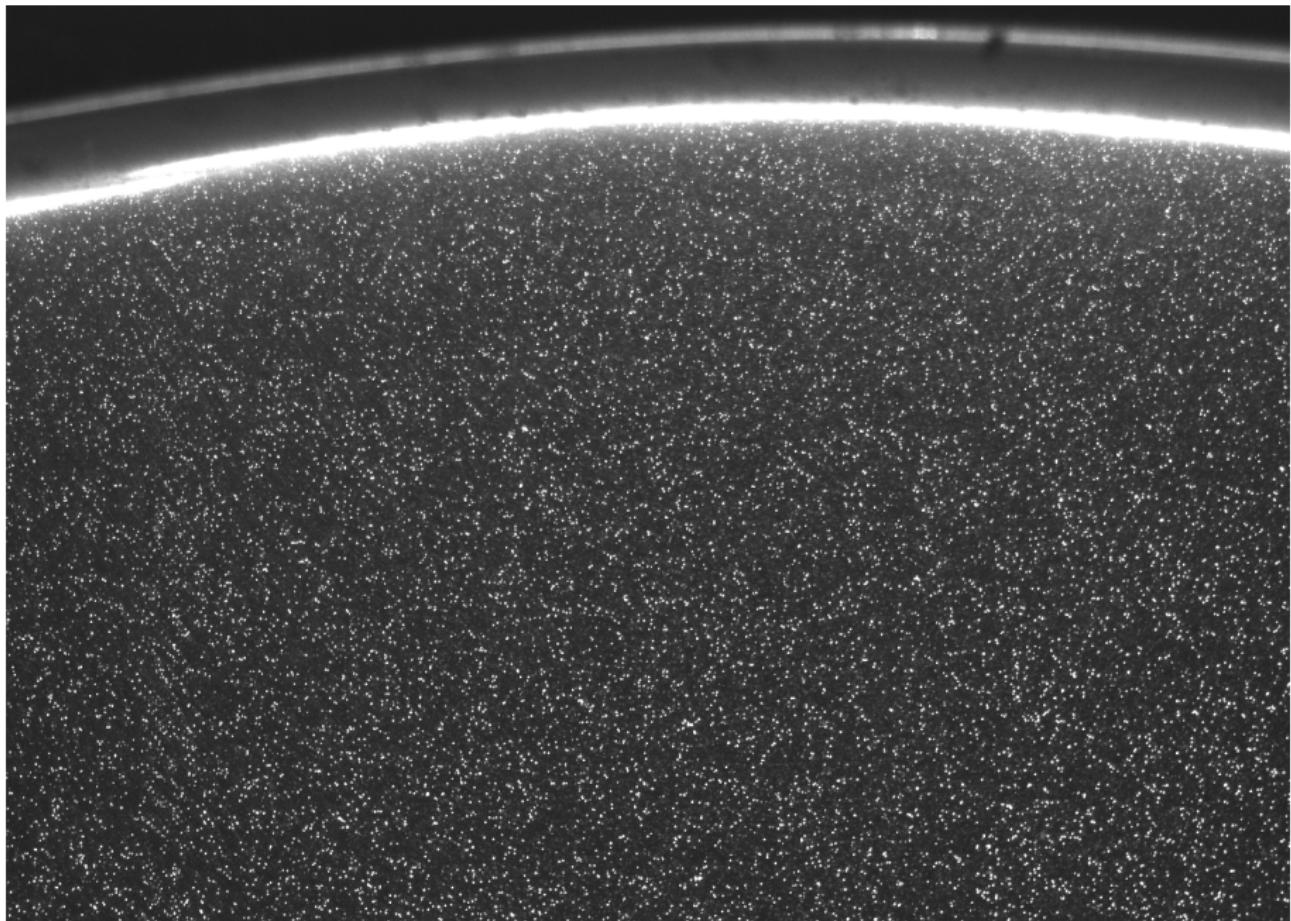


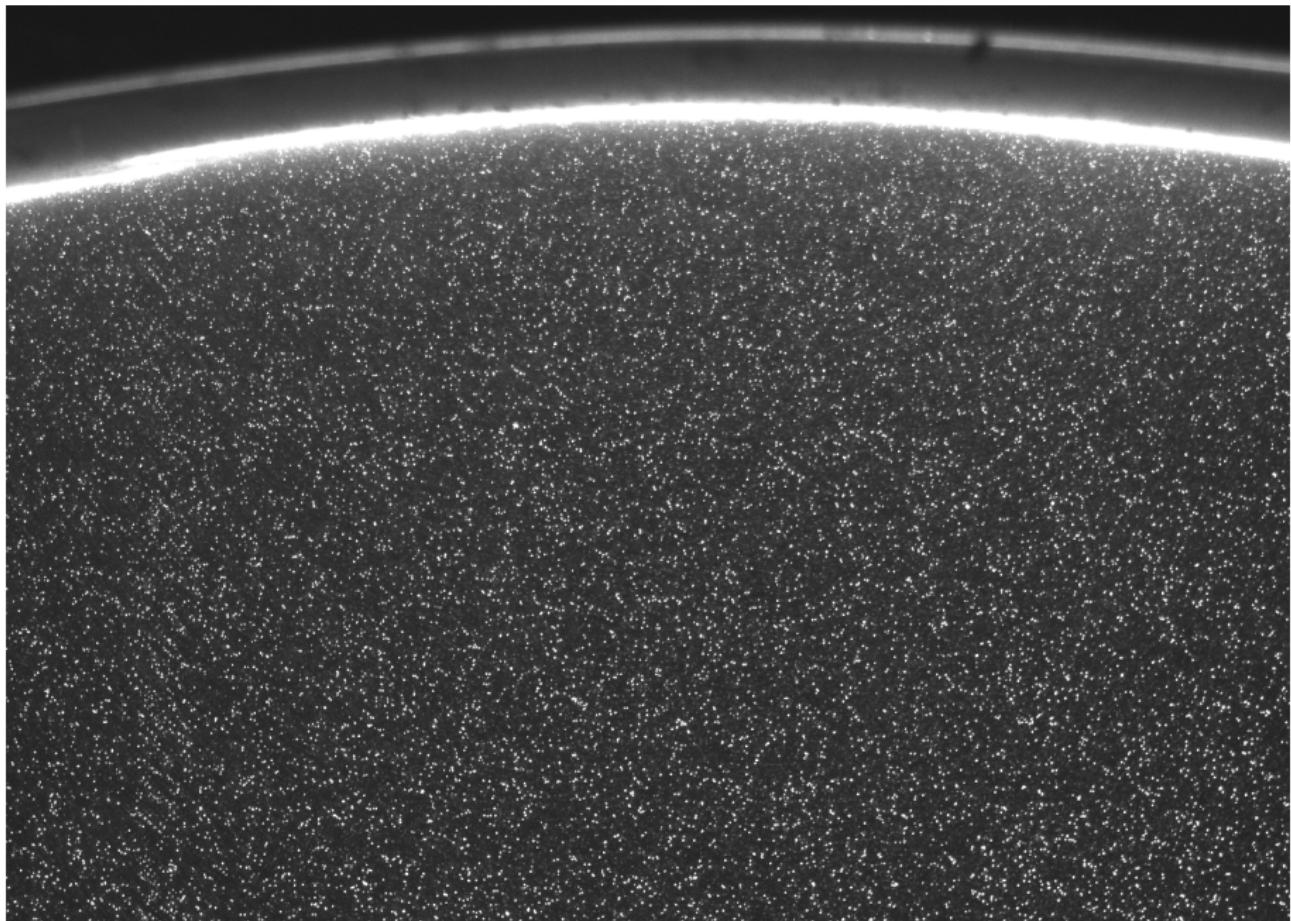
Un cuadro, exposición doble

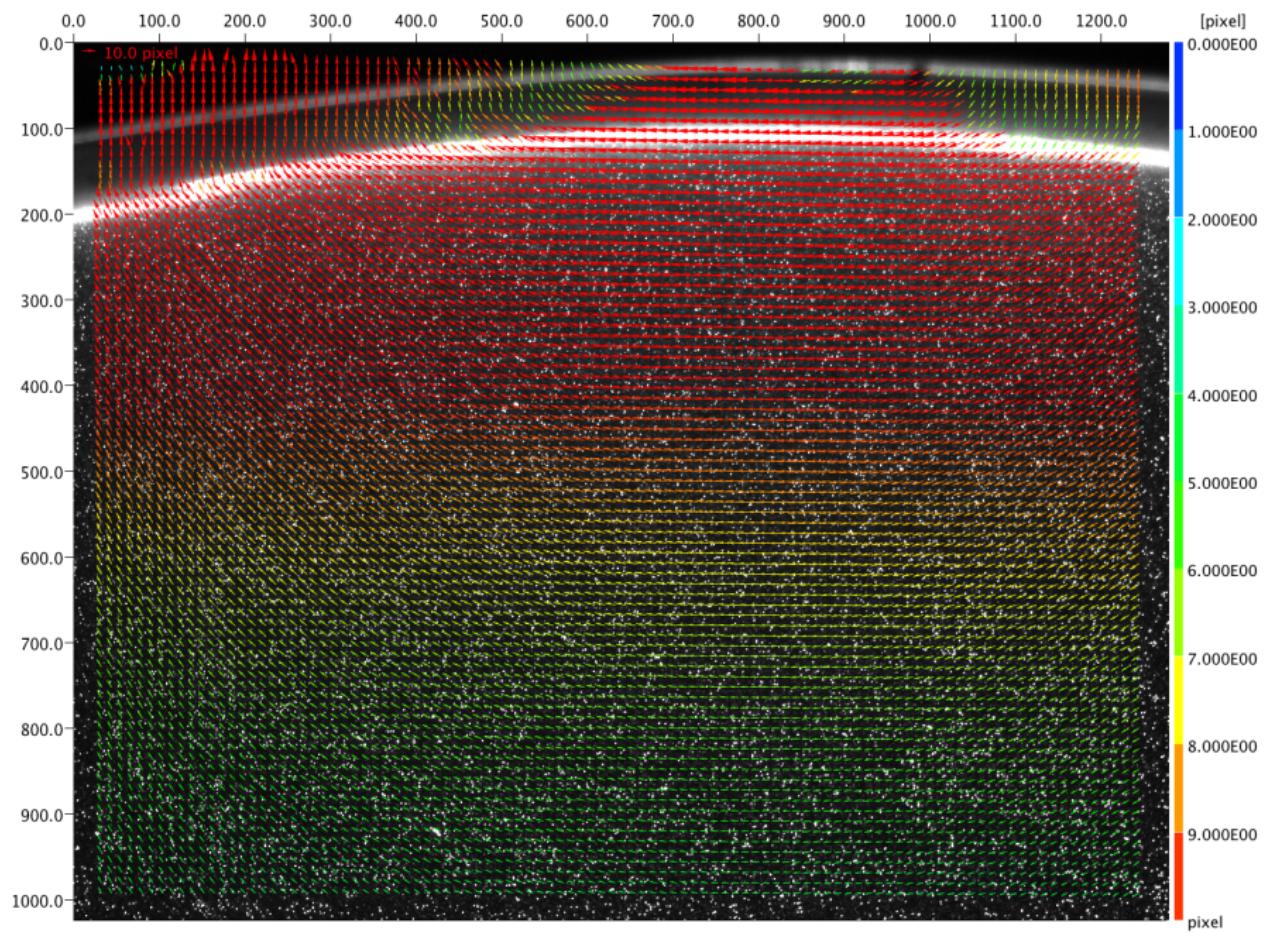


Frame straddling









Secuencia

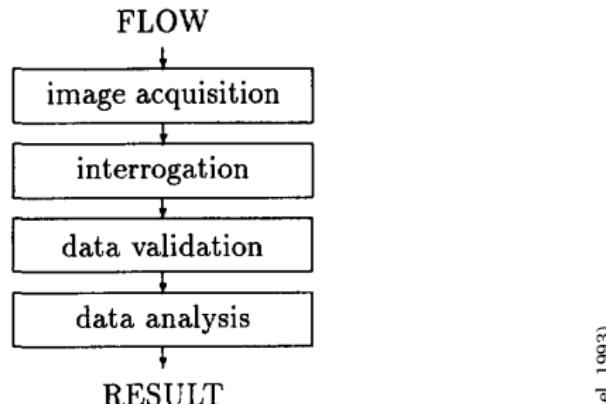
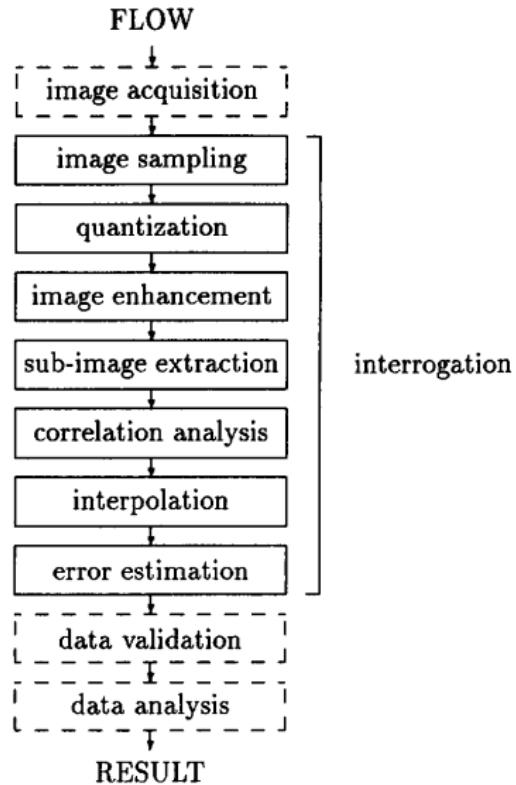
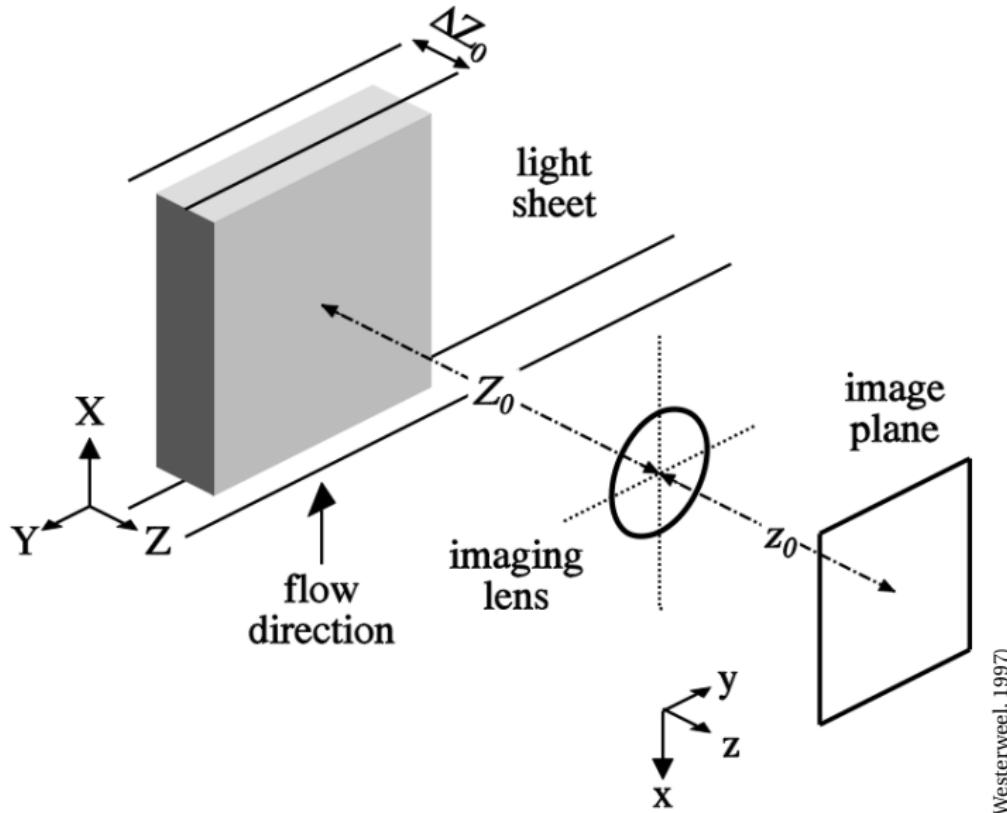


Figure 1.10: The four stages in image and data analysis in (digital) PIV. (Westerweel, 1993)

Secuencia



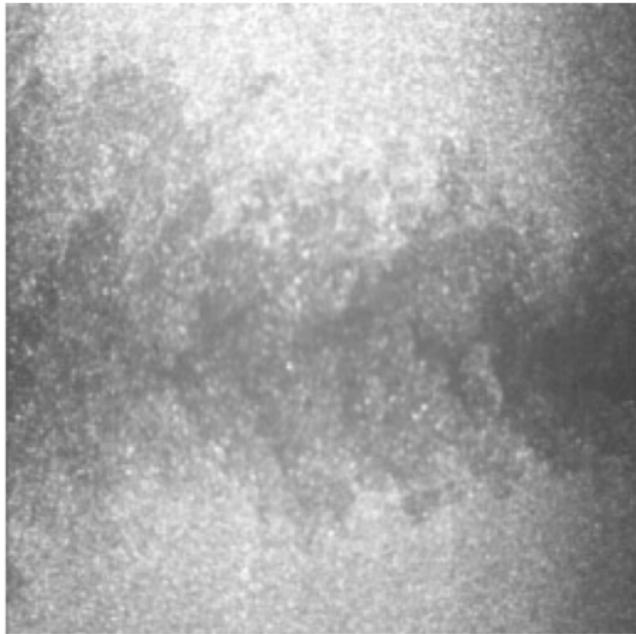
Esquema



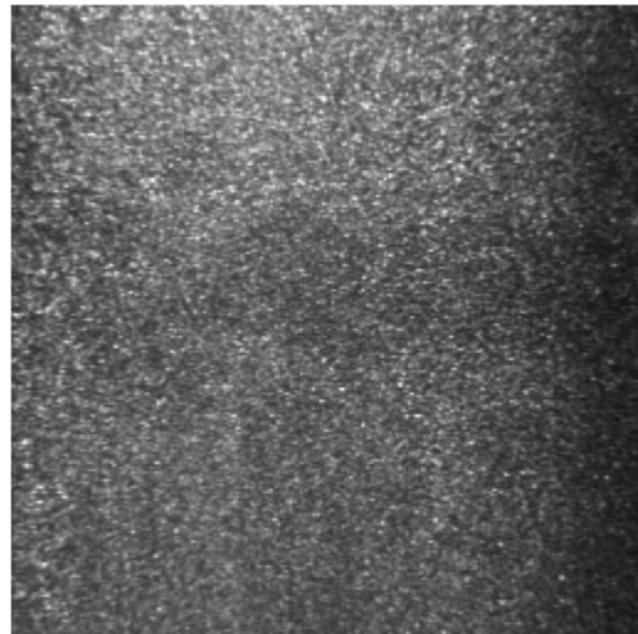
(Westerveld, 1997)

$$g(x, y) = \frac{1}{I_Z} \int I_0(Z) G(X, Y, Z) dZ \quad (1)$$

$$x = MX; \quad y = MY \quad (2)$$



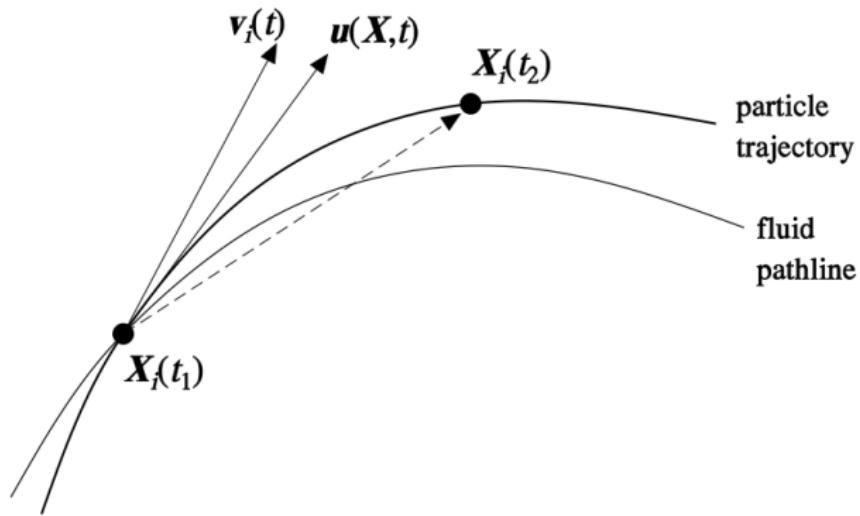
(a) inhomogeneous seeding



(b) homogeneous seeding

(Westerweel, 1997)

PIV ideal



(Westerweel, 1997)

- Partículas homogéneamente distribuidas
- Las partículas siguen *exactamente* el flujo
- Las partículas no interactúan entre sí ($\phi_p \lesssim 10^{-2}$)

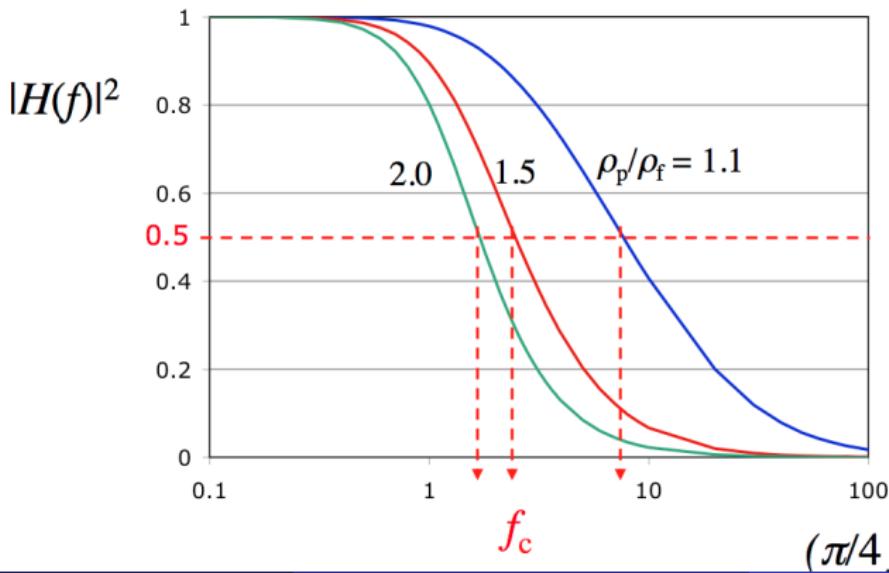
... pero las partículas afectan el flujo

(Mei, 1996)

$$|H(\omega)| = \frac{(1+\omega)^2 + (\omega + \frac{2}{3}\omega^2)^2}{(1+\omega)^2 + (\omega + \frac{2}{3}\omega^2 + \frac{4}{9}(\rho_p/\rho_f - 1)\omega^2)^2}, \quad (3)$$

con

$$\omega = \sqrt{\frac{\pi}{4} \frac{fd^2}{v}} \quad (4)$$



Under- and overshoot

$$\rho \equiv \rho_p / \rho_f$$

- Las partículas responden perfectamente cuando son neutralmente boyantes
- Overshooting cuando las partículas son más livianas que el fluido
- Los trazadores más pesados que el fluido actúan como filtro pasa bajo.

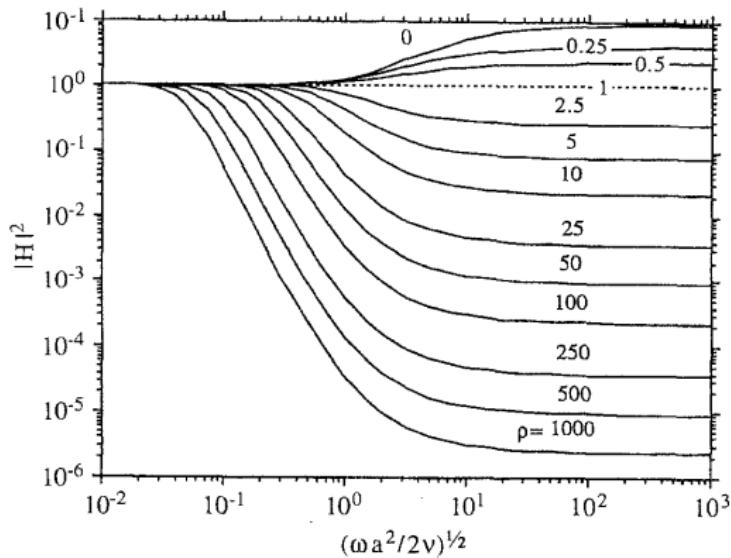


Fig. 1. Particle energy transfer function $|H(\varepsilon)|^2$ as a function of Stokes number ε

(Mei, 1996)

Función de densidad de probabilidad

$P(x)$ aquella probabilidad asignada a un conjunto de puntos k que satisfacen la desigualdad $x(k) \leq x$. Si la variable aleatoria contiene un rango continuo de valores, entonces puede definirse una función de densidad de probabilidad $p(x)$ como la relación diferencial

$p(x)$

$$p(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{\text{Prob}[x < x(k) \leq x + \Delta x]}{\Delta x} \right], \quad (5)$$

de donde:

$$p(x) \geq 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1$$

$$P(x) = \int_{-\infty}^x p(x') dx'; \quad \frac{dP(x)}{dx} = p(x)$$

PIV correlaciona las ventanas

$g_1(\vec{x}, t_1); g_2(\vec{x}, t_2)$ (16 × 16, 32 × 32, etc.)

$$r(\vec{x}, \vec{s}) = \frac{\langle g_1(\vec{x}') g_2(\vec{x}' - \vec{s}) \rangle}{\langle g_1^2(\vec{x}') \rangle \langle g_2^2(\vec{x}') \rangle} \quad (6)$$

$$\langle a(\vec{x}') \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} w(\vec{x} - \vec{x}') a(\vec{x}') d^2 x',$$

donde w representa la ventana de interrogación.

Correlación entre dos variables

$$R_{xy}(\tau) = E[x_k(t)y_k(t + \tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)y(t + \tau)d\tau$$

$$R_{yy}(\tau) = E[y_k(t)y_k(t + \tau)]$$

$$(E[(x_k(t))]) = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx$$

Algunas propiedades

$$R_{xx}(-\tau) = R_{xx}(\tau)$$

$$R_{xy}(-\tau) = R_{yx}(\tau)$$

$$R_{gh}(\tau) = \mathcal{F}^{-1}\{G^c(\omega)H(\omega)\}$$

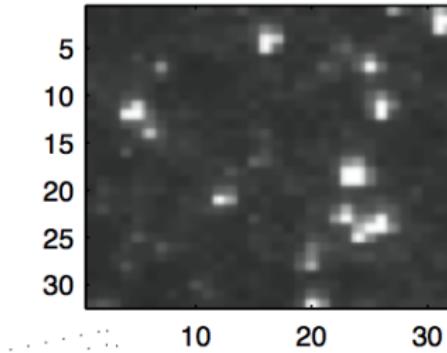
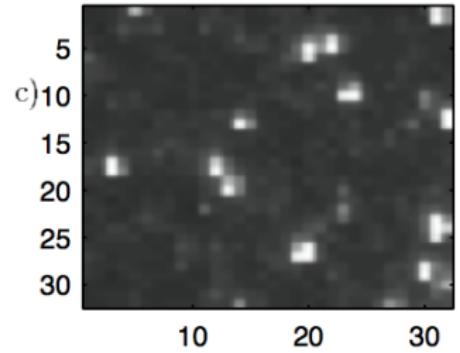
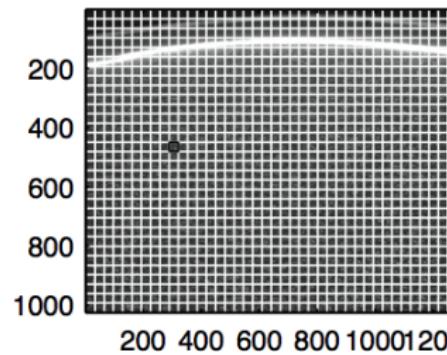
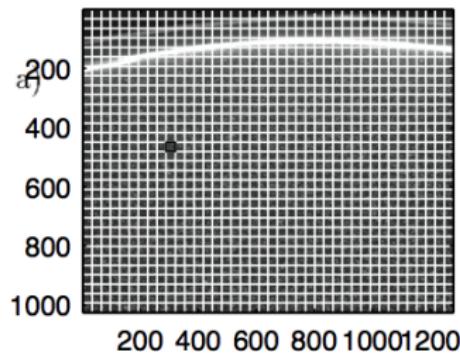
$$R(s, t) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} g_1(i, j)g_2(i + s, j + t) \quad (7)$$

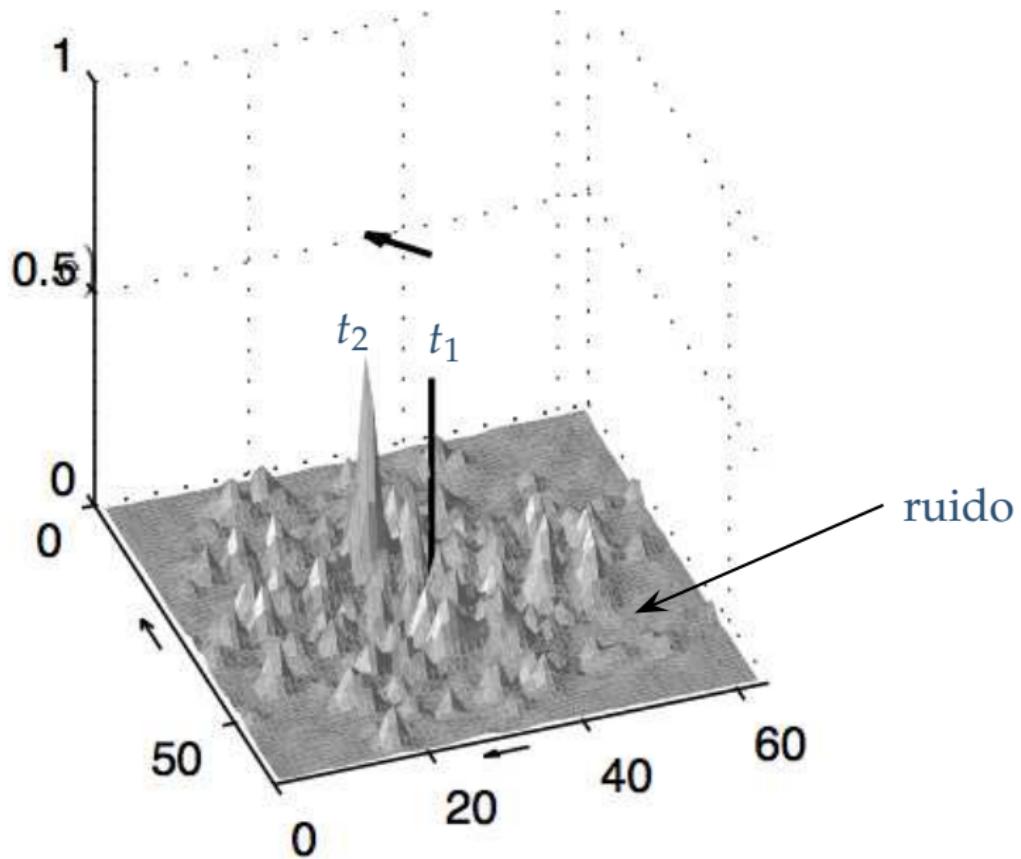
$$= \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}^*[g_1(i, j)]\mathcal{F}[g_2(i + s, j + t)]\}. \quad (8)$$

Table 5.1 Special Autocorrelation Functions

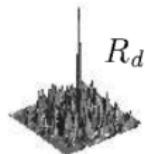
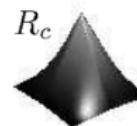
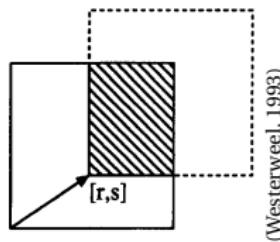
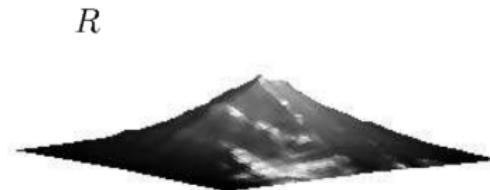
Type	Autocorrelation Function
Constant	 $R_{xx}(\tau) = c^2$
Sine wave	 $R_{xx}(\tau) = \frac{X^2}{2} \cos 2\pi f_0 \tau$
White noise	 $R_{xx}(\tau) = a \delta(\tau)$
Low-pass, white noise	 $R_{xx}(\tau) = a B \left(\frac{\sin 2\pi B\tau}{2\pi B\tau} \right)$
Band-pass white noise	 $R_{xx}(\tau) = a B \left(\frac{\sin \pi B\tau}{\pi B\tau} \right) \cos 2\pi f_0 \tau$
Exponential	 $R_{xx}(\tau) = e^{-a \tau }$
Exponential cosine	 $R_{xx}(\tau) = e^{-a \tau } \cos 2\pi f_0 \tau$
Exponential cosine, exponential sine	 $R_{xx}(\tau) = e^{-a \tau } (b \cos 2\pi f_0 \tau + c \sin 2\pi f_0 \tau)$

(Bendat & Piersol, 2011)





- ① Intensidad media (R_c)
- ② Intensidades medias y fluctuantes (R_f)
- ③ **Intensidades fluctuantes (R_d)**



$$R = R_c + R_f + R_d$$

$$\hat{R}(s, t) = \frac{1}{N^2} \frac{\sum_i \sum_j [g_1(i, j) - \bar{g}_1][g_2(i + s, j + t) - \bar{g}_2]}{\sum_i \sum_j [(g_1(i, j) - \bar{g}_1)^2(g_2(i + s, j + t) - \bar{g}_2)^2]^{1/2}}$$

$$E(\hat{R}) = F_I R$$

$$F_I = \left(1 - \frac{|s|}{N}\right) \left(1 - \frac{|t|}{N}\right) \quad \text{para } |s|, |t| < N$$

Resultados aceptables

(Westerweel, 1997)

$$N_I F_I F_O > 7 \quad (9)$$

$$\frac{M|\Delta u| \Delta t}{D_I} < \frac{d_t}{D_I} \lesssim 0.05 \quad (10)$$

$$N_I = \frac{C \Delta Z_0 D_I^2}{M^2}$$

$$C = N_p / \forall$$

d_t: desplazamiento del trazador en la imagen

N_I: Número medio de partículas en una ventana de interrogación (densidad de imagen)

F_I: Pérdida de correlación de la imagen en un plano

F_O: Pérdida de correlación fuera del plano

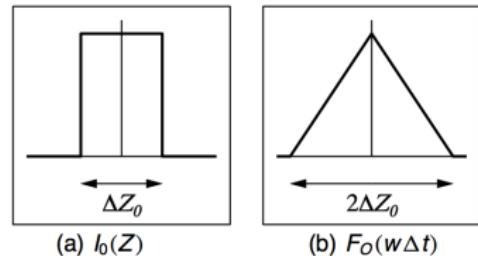


Figure 6. The loss-of-correlation F_O due to out-of-plane motion ($w\Delta t$) for a light sheet $I_o(Z)$ with a uniform intensity profile.

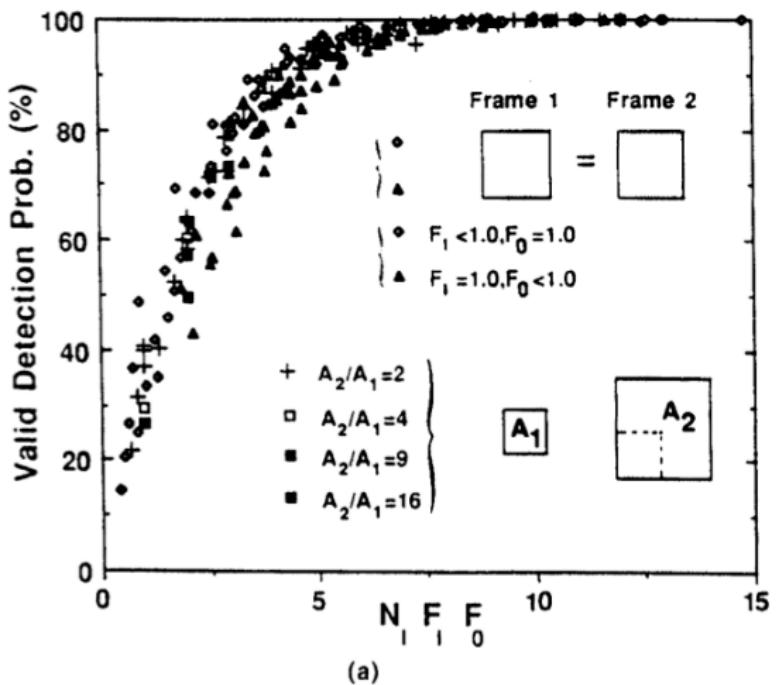


Fig. 5 Probability of successful correlation analysis of an interrogation spot versus the image density, defined as the mean number of particles in the interrogation spot. Correlations between spots of different area are considered (Keane and Adrian 1992)

(Keane & Adrian, 1992)

Criterio rápido de diseño

(Keane & Adrian, 1990)

- El número de partículas por ventana debiera ser al menos 15.
- El desplazamiento de las partículas en el plano normal a la cámara debiera ser menor que $1/4$ del tamaño de la ventana de interrogación.
- El desplazamiento de las partículas en el plano debe ser a lo sumo $1/4$ del diámetro del área de interrogación
- El gradiente de velocidad sobre el área de interrogación debe ser menor que un 5% de la velocidad media.

Peak lock

- Ventanas de interrogación $\approx 32 \times 32$ pix
- Ej. $\Delta = 8$ pix, $\epsilon = d_r / 2\Delta = 0.5 / 8 = 0.0625$
- Errores de medición $\approx 3 - 6\%$ ($N \gg 32$ para bajar errores)

¿Necesito hacer $N \rightarrow \infty$?

No.

- No necesariamente mejor resolución espacial con N
- Interpolación gaussiana para mejorar precisión
- Errores obtenidos ~ 0.2% D_I (Westerweel *et al.*, 1996)

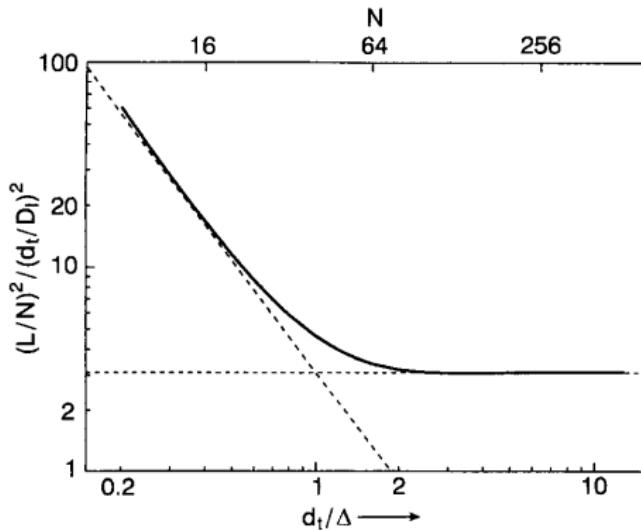
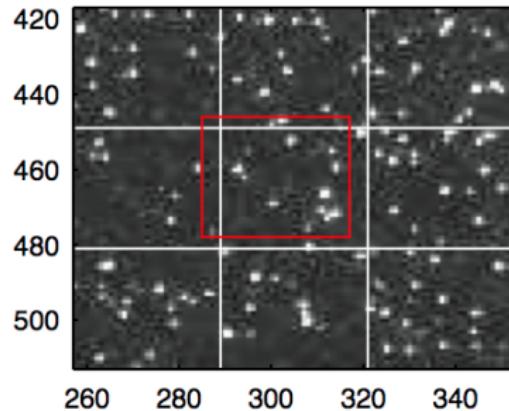
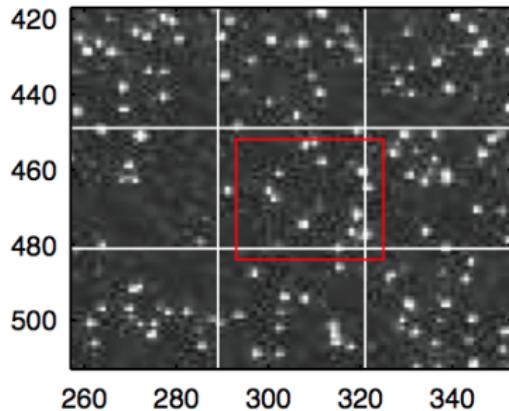
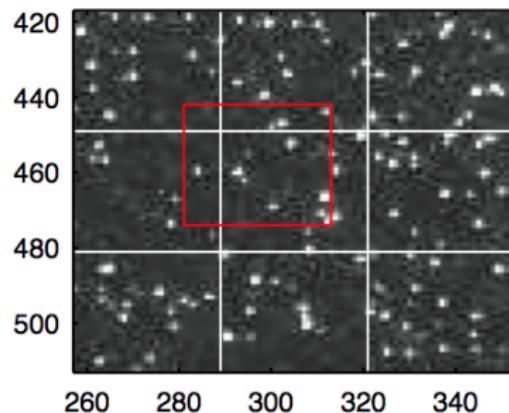
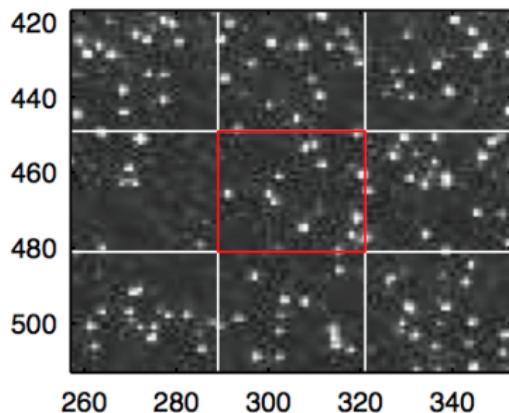


Fig. 1. The effective number of correlated samples (L^2) relative to the number of pixels (N^2) for the estimated displacement-correlation peak, normalized by the square of the particle-image diameter (d_t^2), divided by the interrogation area (D_t^2), as a function of the particle-image diameter (d_t) in pixel units (Δ), for the case of a $1 \times 1 \text{ mm}^2$ interrogation area sampled at $N \times N$ px, with $d_t = 25 \mu\text{m}$. (Adapted from: Westerweel 1993a, b) (Westerweel *et al.*, 1996)



Sub pixel interpolation

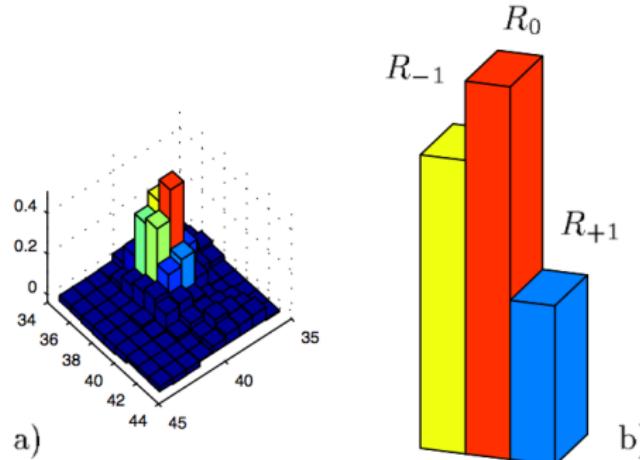


Fig. 5. Close-up of the largest peak in the correlation plane in Fig. 2e.

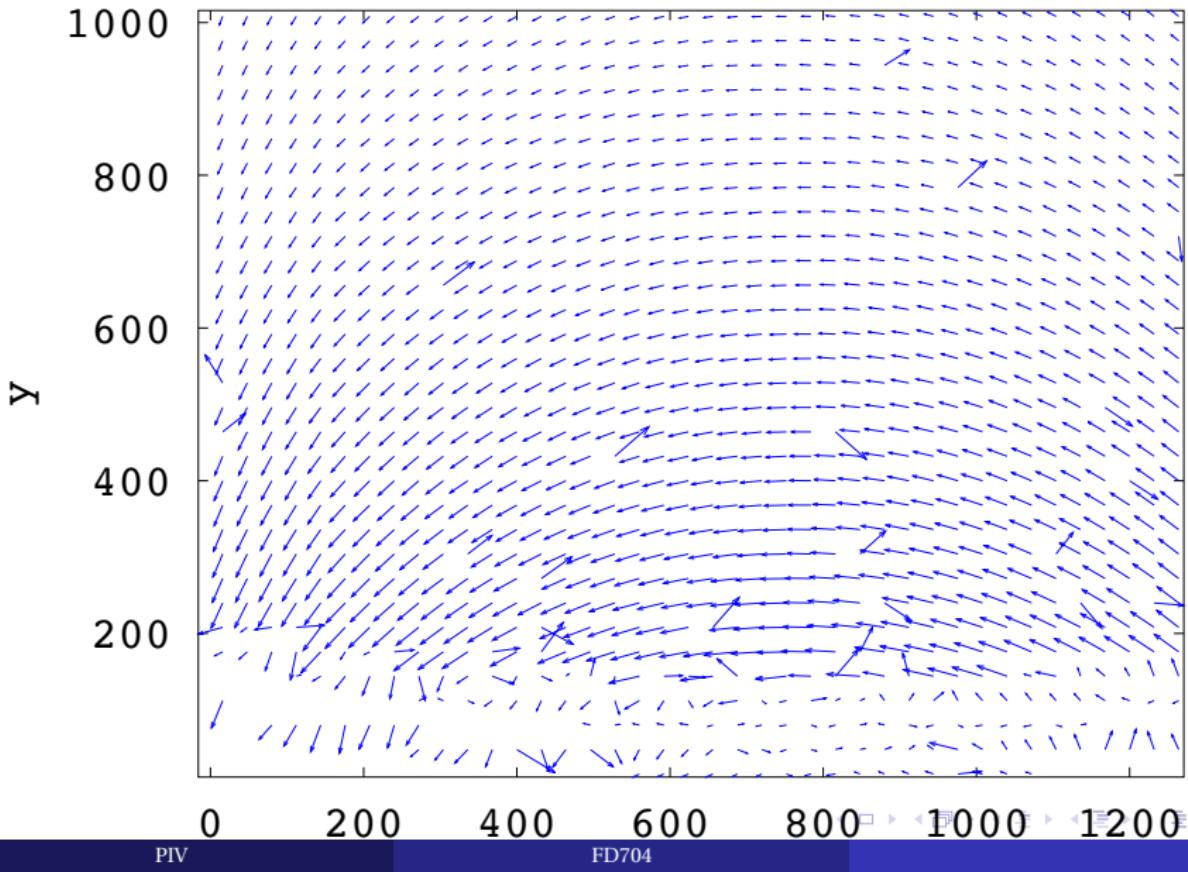
(Sveen & Cowen, 2004)

$$\epsilon_C = \frac{R_{+1} - R_{-1}}{R_{-1} + R_0 + R_{+1}} \quad (\text{centro de masa}) \quad (11a)$$

$$\epsilon_P = \frac{R_{-1} - R_{+1}}{2(R_{-1} - 2R_0 + R_{+1})} \quad (\text{parabólica}) \quad (11b)$$

$$\epsilon_G = \frac{\ln R_{-1} - \ln R_{+1}}{2(\ln R_{-1} - 2\ln R_0 + \ln R_{+1})} \quad (\text{gaussiana}) \quad (11c)$$

Eliminación de vectores erróneos



Detectabilidad

(Keane & Adrian, 1990)

$R_0 \gtrapprox 1.2R_{-1}$ (el factor depende de si los gradientes de velocidad son fuertes o débiles)

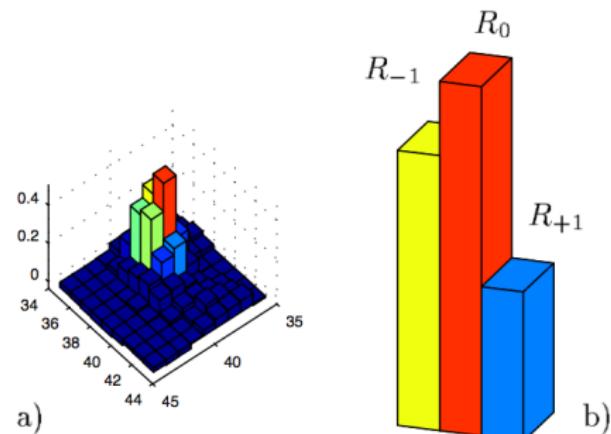


Fig. 5. Close-up of the largest peak in the correlation plane in Fig. 2e.

Media global

$$\bar{v} = \frac{1}{N} \sum_{r,s} v_{r,s}$$
$$\sigma^2 = \sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2$$

→ definir un umbral para σ_ϵ^2 (desacartar vectores)

Media local

$$\bar{v}_{ij} = \frac{1}{N_M} \sum_{k,l \in M} (v_{i+k,j+l} - v_{i,j}) \quad (N_M = 8)$$
$$\sigma^2 = \sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2$$

(quitar vectores *muy* distintos)

Mediana local

(Westerweel, 1994; Westerweel & Scarano, 2005)

Enésimo valor en una secuencia (ordenada) de largo $2n + 1$.

Otros aspectos prácticos

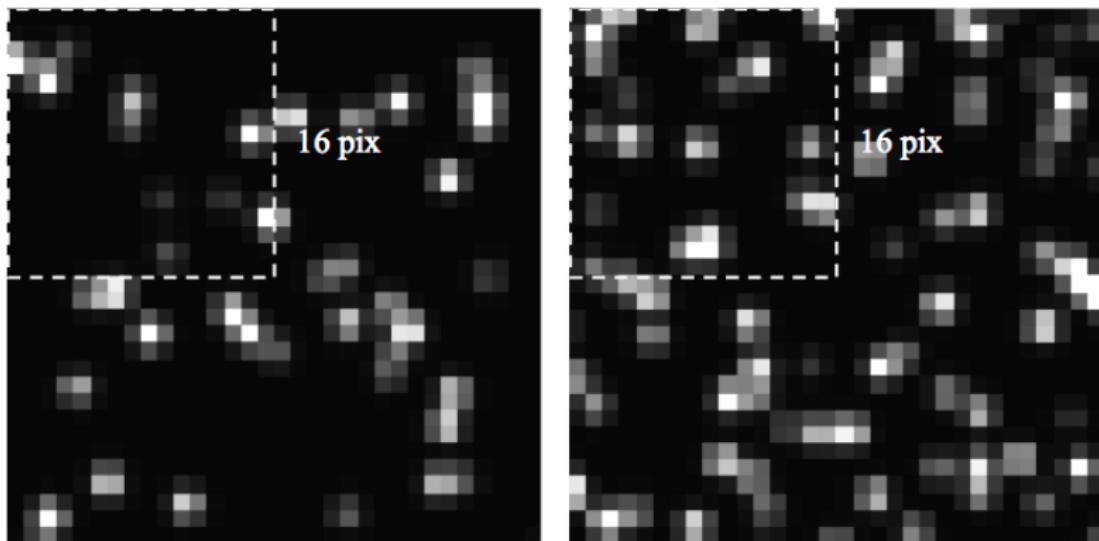
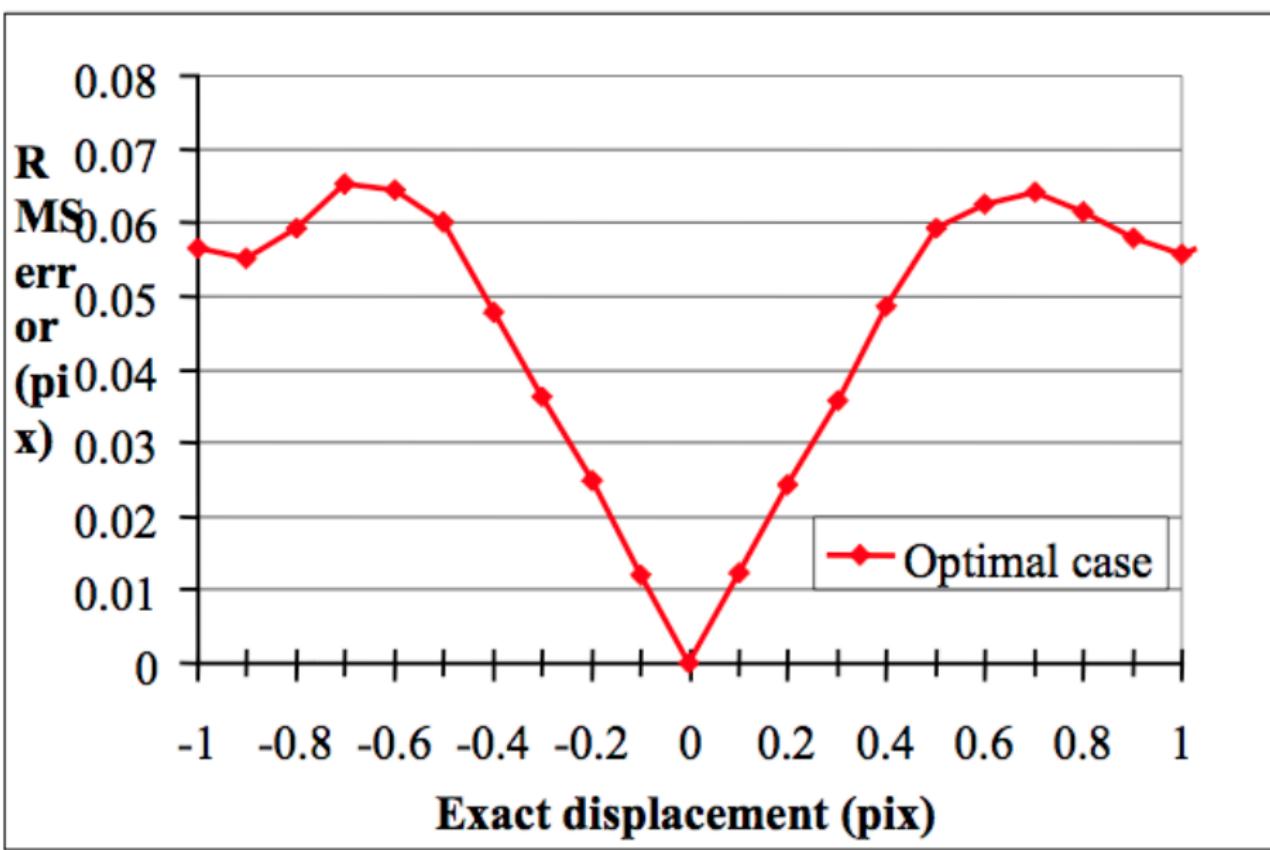
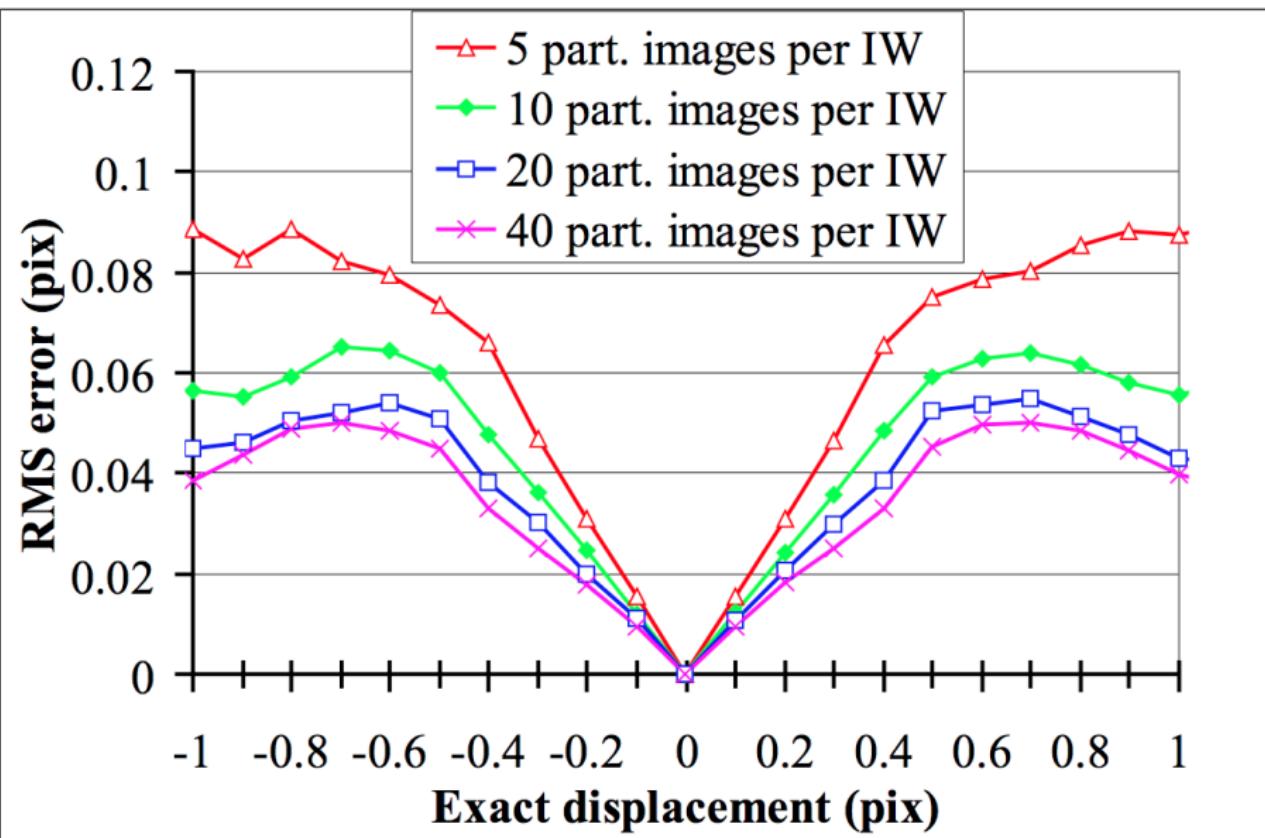
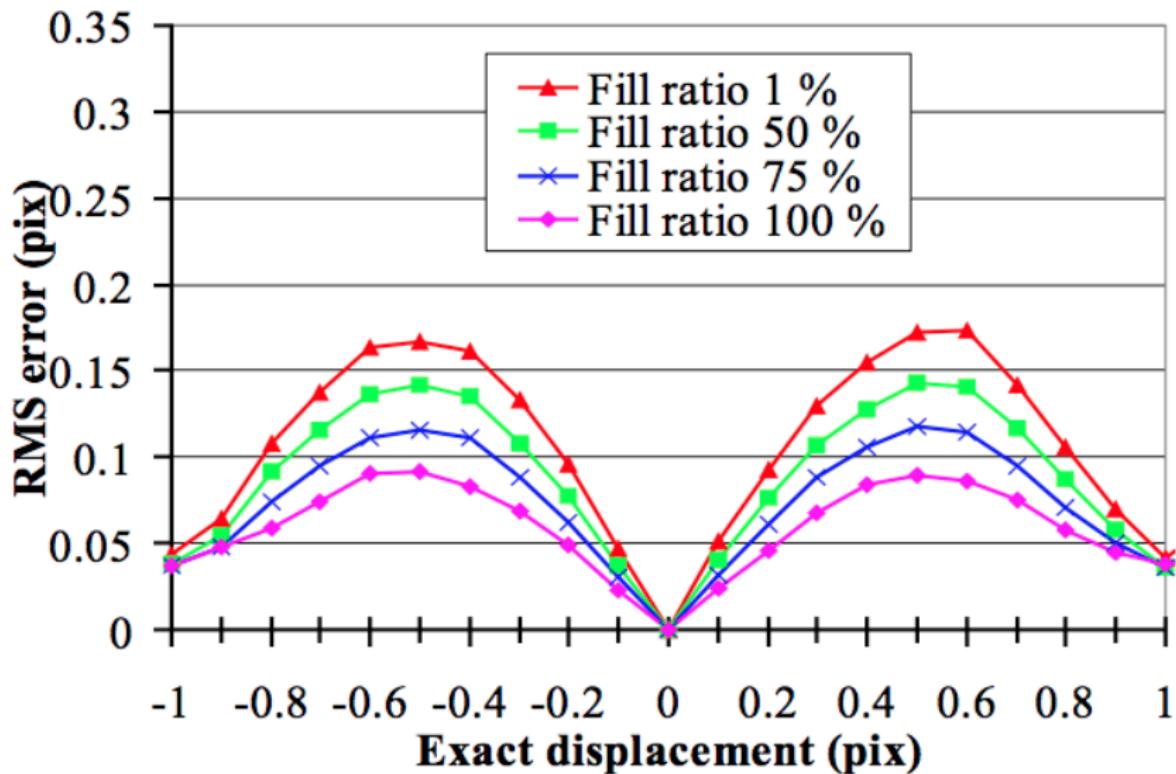
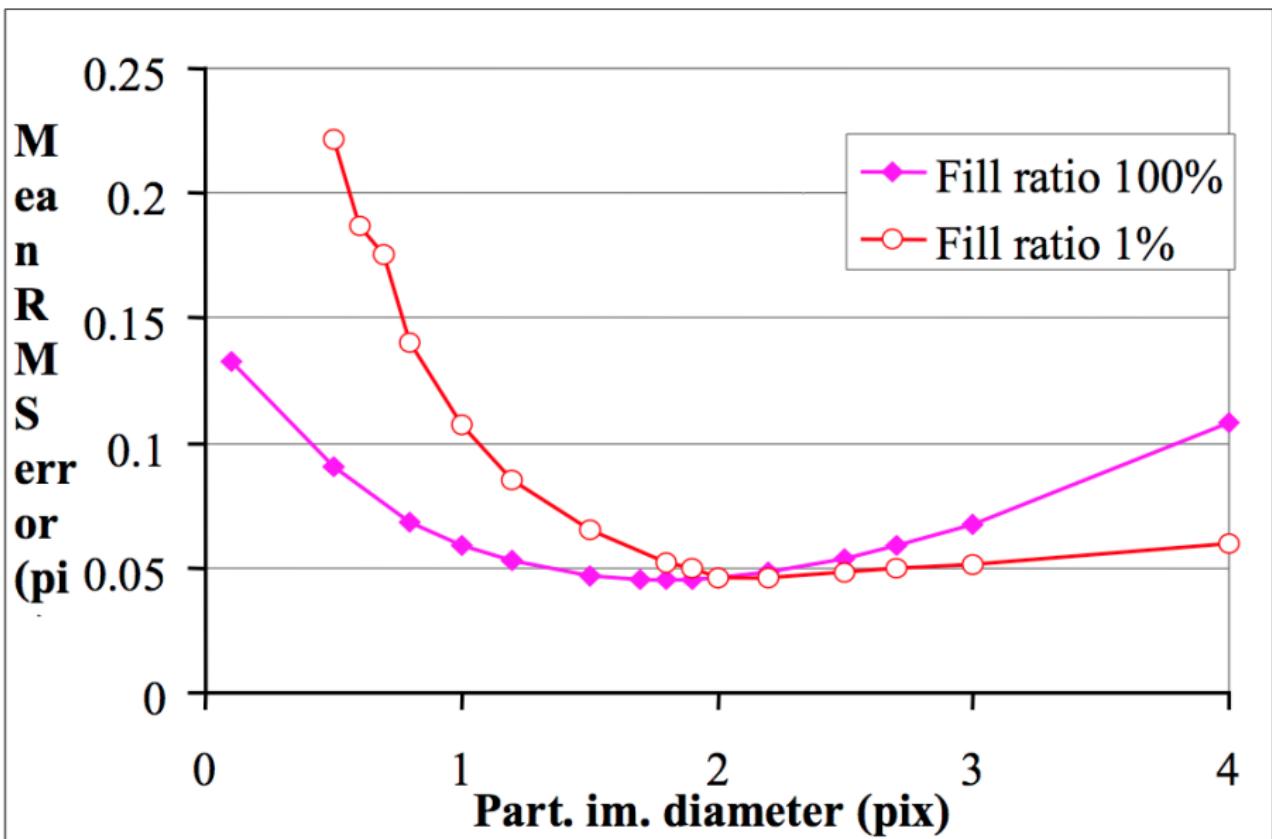


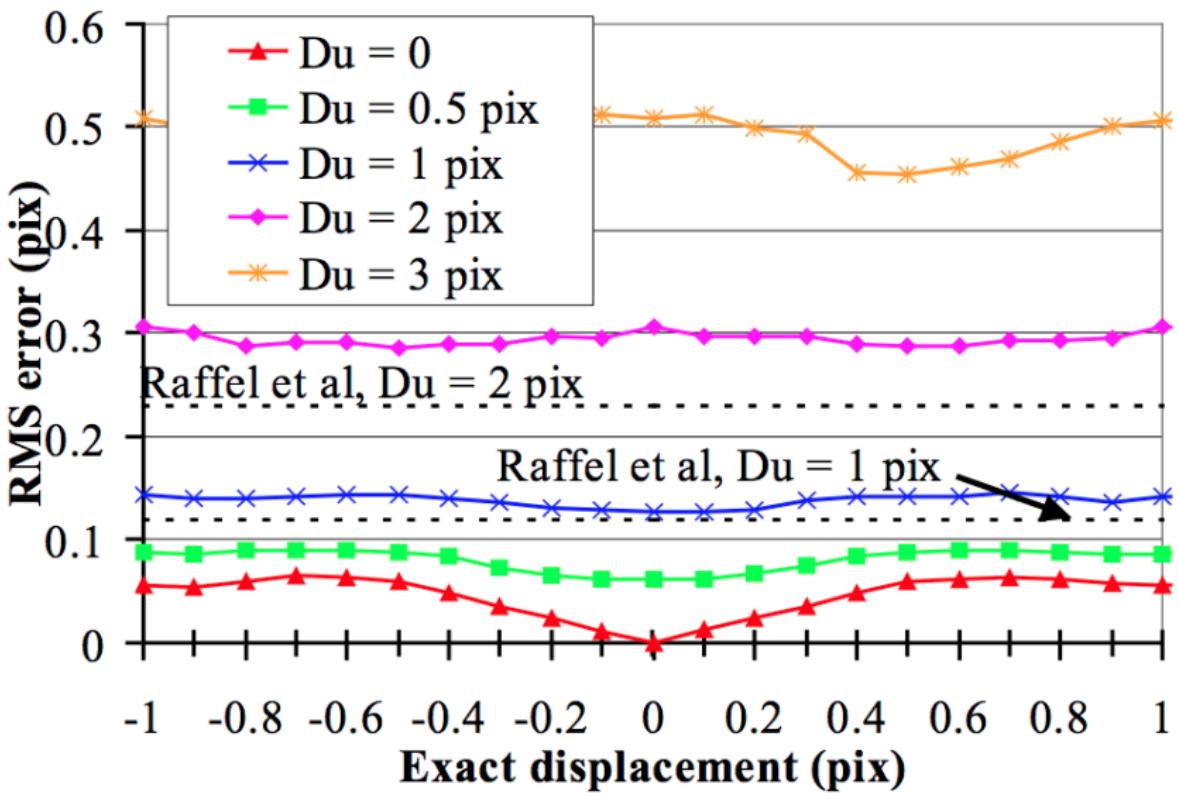
Fig. 1 Sample of image, a) 10 particles and b) 20 particles per interrogation window of $16 \times 16 \text{ pix}^2$.











Resultados óptimos

(Foucaut *et al.*, 2004)

- Diámetro de partícula de 2 píxeles
- Razón de llenado de un 100 % (la totalidad del área del CCD está activa)
- Concentración de partículas igual a 10 por ventana de interrogación
- Nivel de negro en el CCD cercano a un 2 % del nivel de gris (sin ruido en el CCD)
- Sin gradientes de intensidad ni desplazamientos fuera de plano

Bibliografía

- ADRIAN, R J 1991 Particle-Imaging Techniques for Experimental Fluid Mechanics. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **23** (1), 261–304.
- BENDAT, JULIUS S & PIERSOL, ALLAN G 2011 *Random data: analysis and measurement procedures*, 3rd edn., , vol. 729. New York: John Wiley & Sons.
- FOUCAUT, J M, MILIAT, B, PERENNE, N & STANISLAS, M 2004 Characterization of different PIV algorithms using the EUROPIV synthetic image generator and real images from a turbulent boundary layer. *Proc. Eur.* **2**, 163–185.
- KEANE, RICHARD D & ADRIAN, RONALD J 1990 Optimization of particle image velocimeters. I. Double pulsed systems. *Meas. Sci. Technol.* **1** (11), 1202.
- KEANE, RICHARD D & ADRIAN, RONALD J 1992 Theory of cross-correlation analysis of PIV images. *Appl. Sci. Res.* **49** (3), 191–215.
- MEI, R 1996 Velocity fidelity of flow tracer particles. *Exp. Fluids* **22** (1), 1–13.
- SVEEN, J K & COWEN, E A 2004 Quantitative imaging techniques and their application to wavy flows. *Adv. in Coast. Ocean Eng.* **9**, 1.
- WESTERWEEL, J 1993 Digital particle image velocimetry: theory and application. PhD thesis, Delft University.
- WESTERWEEL, J 1994 Efficient detection of spurious vectors in particle image velocimetry data. *Exp. Fluids* **16** (3-4), 236–247.
- WESTERWEEL, J 1997 Fundamentals of digital particle image velocimetry. *Meas. Sci. Technol.* **8**, 1379–1392.
- WESTERWEEL, J, DRAAD, A A, DER HOEVEN, J G TH & VAN OORD, J 1996 Measurement of fully-developed turbulent pipe flow with digital particle image velocimetry. *Exp. Fluids* **20** (3), 165–177.
- WESTERWEEL, JERRY & SCARANO, FULVIO 2005 Universal outlier detection for PIV data. *Exp. Fluids* **39** (6), 1096–1100.