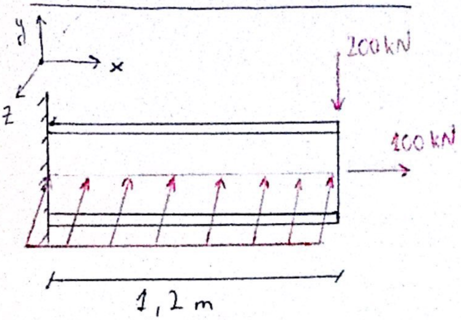
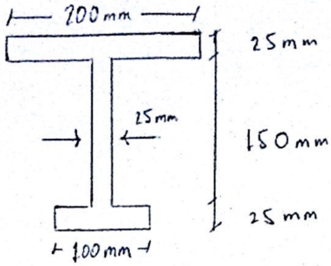
Pauta P1 Auxiliar 5

Luis Cárcamo Del Río

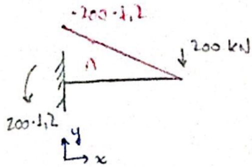




En primer lugar, resolremos la isostatica.

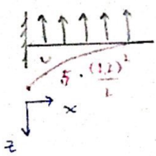
- **AXIAL**: $N(x) = 100$ kN (tracción) //

- **Momento ZZ**:



$\Rightarrow M_{zz} = -240$ kN·m //

- **Momento yy**:

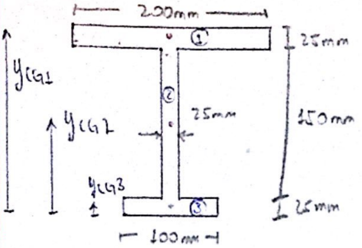


$\Rightarrow M_{yy} = 3,6$ kN·m //

Sabemos que la ecuación de Navier es:

$$\sigma_{xx} = \underbrace{\frac{N}{A}}_{\text{Carga Axial}} \underbrace{- \frac{M_{zz}}{I_{zz}} \cdot y + \frac{M_{yy}}{I_{yy}} \cdot z}_{\text{Flexión Biaxial}}$$

(∴ Debemos estudiar la geometría)



$$A_T = \sum_1^3 A_i = 25 \cdot 100 + 25 \cdot 150 + 25 \cdot 200$$

$$\longrightarrow A_T = 11250 \text{ mm}^2$$

Sabemos que en z el eje de simetría pasa por el medio.

Veamos, entonces, por donde pasa el C.G en y.

$$y_{CG} = \frac{\sum A_i \cdot y_{CGi}}{\sum A_i} = \frac{187{,}5 \cdot 25 \cdot 200 + 100 \cdot 150 \cdot 25 + 12{,}5 \cdot 100 \cdot 25}{11250}$$

$$\longrightarrow y_{CG} = 119{,}4 \text{ mm}$$

Por lo tanto el CG esta en $(z_{CG}, y_{CG}) = (100; 119{,}4)$ ✓

Calculemos las inercias desde el CG:

- $I_{zz}^{①} = \frac{1}{12} \cdot 200 \cdot 25^3 + 25 \cdot 200 \cdot (187{,}5 - 119{,}4)^2$

$$\longrightarrow I_{zz}^{①} = 2{,}345 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$$

- $I_{zz}^{②} = \frac{1}{12} \cdot 25 \cdot 150^3 + 25 \cdot 150 \cdot (119{,}4 - 100)^2$

$$\longrightarrow I_{zz}^{②} = 8{,}443 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

- $I_{zz}^{③} = \frac{1}{12} \cdot 100 \cdot 25^3 + 25 \cdot 100 \cdot (119{,}4 - 12{,}5)^2$

$$\longrightarrow I_{zz}^{③} = 2{,}67 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$$

$$\therefore I_{zz} = I_1 + I_2 + I_3 \longrightarrow \boxed{I_{zz} = 6{,}059 \cdot 10^7 \text{ mm}^4}$$

Escaneado con CamScanner

Luego, las Inercias en y:

- $I_{yy}^{①} = \frac{1}{12} \cdot 25 \cdot 200^3 + \cancel{25 \cdot 200 \cdot 0}$ → 0 (pasa con todo I_{y}') (en este problema)

$\longrightarrow I_{yy}^{①} = 1{,}667 \cdot 10^7 mm^4$

- $I_{yy}^{②} = \frac{1}{12} \cdot 150 \cdot 25^3 \longrightarrow I_{yy}^{②} = 1{,}953 \cdot 10^5 \, mm^4$

- $I_{yy}^{③} = \frac{1}{12} \cdot 25 \cdot 100^3 \longrightarrow I_{yy}^{③} = 2{,}083 \cdot 10^6 \, mm^4$

$\therefore I_{yy} = I_1 + I_2 + I_3 \longrightarrow \boxed{I_{yy} = 1{,}895 \cdot 10^7 \, mm^4}$

Con todo esto, ya podemos usar Navier:

$$\sigma_{xx} = \frac{N}{A} - \frac{M_{zz}}{I_{zz}} y + \frac{M_{yy}}{I_{yy}} \cdot z$$

$$= \frac{100 \cdot 10^3}{11250} - \frac{(-240 \cdot 10^6)}{6{,}059 \cdot 10^7} \cdot y + \frac{3{,}6 \cdot 10^6}{1{,}895 \cdot 10^7} z$$

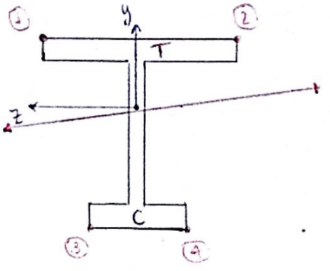
$$\therefore \boxed{\sigma_{xx}(z,y) = 8{,}889 + 3{,}961 y + 0{,}19 z}$$

Como en el eje neutro las tensiones normales son nulas:

$$\sigma_{xx} \overset{!}{=} 0 = 8{,}889 + 3{,}961 y + 0{,}19 z \longrightarrow \boxed{y(z) = -0{,}048 z - 2{,}244}$$

(Ecuación Eje Neutro)

Entonces ahora tenemos la ecuación de la recta con sistema de referencia en el C.G. De modo que gráficamente:



(1) Punto mas traccionado $(100; 80,6)$

(4) Punto mas comprimido $(-50; -119,4)$

(*) $tg\,\alpha = -0,048 \longrightarrow \alpha = 2,748°$

• $\sigma_{xx}(100; 80,6) = 3,961 \cdot 80,6 + 0,19 \cdot 100 + 8,889$

$$\longrightarrow \boxed{\sigma_1 = 347,1 \text{ MPa}}$$

• $\sigma_{xx}(-50; 119,4) = 3,961 - 119,4 - 0,19 \cdot 50 + 8,889$

$$\longrightarrow \boxed{\sigma_4 = -473,6 \text{ MPa}}$$