MA5201 Caculabilidad y Complejidad Computacional.
Profesor: Marcos Kiwi.
Auxiliares: Benjamín Jauregui y Bernardo Subercaseaux
Fecha: 23 de junio de 2021.

s

Auxiliar 11

Máquinas Probabilistas

P1. *a*) Pruebe que **RP** $\subseteq$ **NP**

b) Demuestre que si **NP** $\subseteq$ **BPP**, entonces existe una mTP a tiempo polinomial tal que

- para todo $\langle \varphi \rangle \in$ SAT, encuentra una asignación $\overline{x}$ tal que $\varphi(\overline{x}) = 1$ y aceta, con probabilidad mayor o igual a $1 - \frac{1}{2^n}$.
- Si $\langle \varphi \rangle \notin$ SAT, rechaza con probabilidad 1.

Concluya que si **NP** $\subseteq$ **BPP**, entonces **NP** $=$ **RP**.

P2. Demuestre que **BPL** $\subseteq$ **P**.

P3. En clases definieron la clase **ZPP** como la colección de lenguajes L tal que existe una mTP M_L y un polinomio $p(n)$ tal que

- M_L no se equivoca. Es decir, si $\omega \in L$, entonces $\mathbb{P}(M_L$ acepta a $\omega) = 1$ y si $\omega \notin L$, $\mathbb{P}(M_L$ rechaza a $\omega) = 1$.
- $\mathbb{E}[T_r(\omega)] \leq p(|\omega|)$ para todo $\omega \in \Sigma^*$.

Por otro lado, se definen las **maquinas-ZPP** como máquinas de Turing probabilistas a tiempo polinomial que tienen 3 tipos de output: **accept, reject** o **quit**. Decimos que un lenguaje A es decidido por una maquina-ZPP Z si

- Si $\omega \in A$, entonces
  - $\mathbb{P}(Z$ rechaza a $\omega) = 0$
  - $\mathbb{P}(Z$ acepta a $\omega) \geq \frac{2}{3}$
  - $\mathbb{P}(Z$ quit en $\omega) \leq \frac{1}{3}$
- Si $\omega \notin A$, entonces
  - $\mathbb{P}(Z$ acepta a $\omega) = 0$
  - $\mathbb{P}(Z$ rechaza a $\omega) \geq \frac{2}{3}$
  - $\mathbb{P}(Z$ quit en $\omega) \leq \frac{1}{3}$

Definimos **ZPPm** como la colección de lenguajes A decididos por una **maquina-ZPP**.

Demuestre que **ZPP** $=$ **ZPPm**