

Auxiliar 2

Probabilidad condicional e independencia.

Profesor: Vicente Acuña
Auxiliares: Bruno Hernández

Resumen:

1. **Definición 1:** La *probabilidad condicional* de un evento A , dado un evento B a ocurrido, es:

$$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}$$

siempre que $\mathbb{P}(B) > 0$. Al número $\mathbb{P}(A|B)$ se le lee como la *la probabilidad de A dado B* .

2. **Definición 2:** Se dice que dos eventos, A y B , son *independientes* si cumple cualquiera de los siguientes casos:

$$\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A)$$

$$\mathbb{P}(B|A) = \mathbb{P}(B)$$

$$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$$

si esto no sucede entonces decimos que los eventos son *dependientes*.

3. **Teorema:** La *probabilidad de la intersección* de dos eventos A y B es:

$$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B|A)$$

$$= \mathbb{P}(B)\mathbb{P}(A|B)$$

si A y B son independientes, entonces

$$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$$

P1. Sean A y B dos eventos. Muestre que si A y B son independientes, entonces también los son:

- \bar{A} y B ,
- A y \bar{B}
- \bar{A} y \bar{B} .

P2. Una persona lanza dardos a un blanco. En cada intento, de manera independiente, acierta al centro con probabilidad 0,05. ¿Cuántos intentos debe ejecutar para que la probabilidad de acertar al menos una vez sea mayor o igual a $\frac{1}{2}$?

P3. Una caja contiene una bola negra y una bola blanca. Una bola es sacada de la caja de manera aleatoria (se elige al azar). Si la bola fue blanca, se devuelven a la caja dos bolas blancas. Si la bola sacada fue negra, se devuelven dos bolas negras.

Nuevamente se vuelve a sacar una bola, al azar, de la caja, ¿cuál es la probabilidad de que la primera bola sacada fuese blanca, dado que la segunda bola sacada fue blanca también?

P4. En la ciudad de donde vengo llueve uno de cada tres días. Cuando llueve, la probabilidad de que haya mucho tráfico vehicular es de $1/2$. Cuando no llueve, la probabilidad de que haya mucho tráfico baja a $1/4$. Si está lloviendo y hay mucho tráfico, entonces llego tarde al trabajo con probabilidad $1/2$. Por otro lado, la probabilidad de llegar tarde se reduce a $1/8$ cuando no llueve y no hay tanto tráfico. En cualquier otro caso (cuando hay bajo tráfico con lluvia, o mucho tráfico sin lluvia), llego tarde al trabajo con probabilidad $1/4$.

Eligiendo un día al azar:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que no esté lloviendo, haya mucho tráfico y yo **no** llegue tarde?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que llegue tarde?