

Auxiliar 6

Variable aleatoria Geométrica.

Profesor: Vicente Acuña
Auxiliares: Bruno Hernández

- P1.** 1. Pruebe que una variable aleatoria discreta X tiene ley Geométrica de parámetro p si y sólo si para todo $k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, $\mathbb{P}(X > k) = (1 - p)^k$.
2. Muestre que la variable geométrica cumple la propiedad de “pérdida de memoria”, es decir; si X es una v.a. geométrica de parámetro $p \in (0, 1)$, y sean $n, m \in \mathbb{N}$, entonces:

$$\mathbb{P}(X = n + m | X > m) = \mathbb{P}(X = n)$$

Exlique con palabras esta propiedad y dele sentido al nombre de la propiedad.

- P2.** Sean X_1 y X_2 dos v.a. independientes con leyes Geométricas de parámetros $p_1, p_2 \in (0, 1)$ respectivamente. Encuentre (dando el nombre de) la ley de $X = \min\{X_1, X_2\}$. (Ind. calcule $\mathbb{P}(X > k)$).
- P3.** Se tiene una moneda en la que sale cara con probabilidad $p \in (0, 1)$. Se lanza la moneda independientemente hasta obtener cara por segunda vez, lo cual ocurre al n -ésimo lanzamiento. Muestre que, dado lo anterior, la probabilidad de que la primera cara haya ocurrido en el lanzamiento $k \in \{1, \dots, n - 1\}$ es $1/(n - 1)$.