

Auxiliar 5

Variabes Bernoulli y Binomial.

Profesor: Vicente Acuña
Auxiliares: Bruno Hernández

1. Una *variable aleatoria* (v.a.) X se dirá que distribuye **Bernoulli** de parámetro p si es que su recorrido es $\{0, 1\}$ y además cumple:

- $p_X(0) = p$
- $p_X(1) = 1 - p$

En este caso anotamos $X \sim \text{Bernoulli}(p)$.

2. Una *variable aleatoria* (v.a.) X se dirá que distribuye **Binomial** de parámetros (n, p) si es que su recorrido es $\{0, 1, \dots, n\}$ y además cumple:

$$p_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

para todo $k \in \{0, 1, \dots, n\}$. En este caso anotamos $X \sim \text{Binomial}(n, p)$.

P1. Sea X una variable binomial de parámetros $n \in \mathbb{N}$ y $p \in (0, 1)$. Calcule:

1. $\mathbb{E}[X]$
2. $\mathbb{V}(X)$

P2. Modele los siguientes problemas con alguna variable aleatoria conocida y resuélvalos:

1. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar 7 veces seguidas un dado, salgan 4 veces el cinco?
2. Una persona dispara 8 tiros a un blanco. Asumimos que los tiros son independientes y cada uno acierta al objetivo con probabilidad 0,7.
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que acierta al objetivo 4 veces?
 - b) Dado que acertó al objetivo al menos dos veces, ¿cuál es la probabilidad de que acierte al objetivo exactamente 4 veces?
 - c) Si por cada acierto se ganan 15 puntos, ¿cuál es el valor esperado de la variable "Puntos obtenidos"?

3. Entrás en un juego y yo soy el *dealer*. Ambos tiramos un dado, y tu ganas si el valor que obtienes es estrictamente mayor que el mío.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que ganes en el primer juego?

b) Si jugamos 5 veces, ¿cuál es la probabilidad de que ganes al menos 4?

P3. Suponga que usted es enfermera/o de un consultorio donde le realizan el test pcr de Covid-19 a las personas que han sido expuestas al virus.

Cada persona expuesta al virus se encuentra contagiada con probabilidad 0.4, independientemente del resto de expuestos. ¿Cuál es la probabilidad de que; al realizarle el test a un grupo de personas expuestas, la décima persona expuesta sea la séptima que realmente está contagiada?