

MA3403-2. Probabilidades y Estadística**Profesor:** Raúl Gouet**Auxiliares:** Vicente Salinas**Fecha:** 16 de junio de 2021**Auxiliar 10: Preparación para C2**

P1. Suponga que las v.a. X e Y tienen distribución conjunta $f_{X,Y}(x, y) = \frac{3}{2}(x^2 + y^2)1_{[0,1]^2}(x, y)$

- Encuentre las densidades marginales de X e Y . ¿Son independientes?
- Encuentre las densidades condicionales $f_{X|Y}(x|Y=y)$ y $f_{Y|X}(y|X=x)$. Calcule la $E(X|Y=y)$ y mencione cuanto vale $E(Y|X=x)$
- Calcule $P\left(Y < \frac{1}{2} | X = \frac{1}{2}\right)$ y $P\left(X < \frac{1}{2} | Y \leq \frac{1}{2}\right)$
- Encuentre $E(X)$, $Var(X)$, $E(Y)$, $Var(Y)$ y $Cov(X, Y)$.

P2. Suponga que la función generadora de momentos $M_X(t)$ de una variable continua X tiene la propiedad $M_X(t) = e^t M_X(-t)$ para todo t .

- ¿Cual es la esperanza de X ?
- Esta propiedad la cumple la densidad $f(y) = 6y(1-y)$ para $y \in (0, 1)$ ¿Es la única densidad que cumple la propiedad, es decir, la propiedad identifica unívocamente a una variable aleatoria en particular?

P3. Sean X, Y v.a.'s con densidad conjunta

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \lambda^2 e^{-\lambda(x+y)} & x, y \in [0, \infty) \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

- ¿Son X, Y independientes?
- Sean $Z = \frac{X}{X+Y}$ y $W = X+Y$. Calcule las densidad marginales de Z y W . ¿Son independientes? Calcule $Var(Z)$.

P4. Sean X, Y v.a.'s independientes, demuestre que

$$\mathbb{P}(X < Y) = \int_{-\infty}^{\infty} F_X(y) f_Y(y) dy$$

Evalúe que sucede si X e Y son v.a.'s exponenciales de parámetro λ_1 y λ_2 , respectivamente.

Propuestos

Prop1 Usted tiene dos monedas equilibradas, la primera se lanza 5 veces y sea X la variable aleatoria que cuenta el número de caras en estas 5 lanzadas. La segunda moneda se lanza X veces y sea Y la variable aleatoria que cuenta el número de caras en la segunda moneda.

- Encuentre la densidad conjunta de (X, Y) y sus respectivas densidades marginales
- Encuentre la cantidad de caras esperada en este experimento

Prop2 La fuerza magnética H en un punto P ubicado a X unidades de un cable con corriente I , queda dada por:

$$H = \frac{2I}{X}$$

- Si P es un punto variable con X e I , suponiendo que X se distribuye uniforme en el intervalo $(2, 4)$ e I uniforme en el intervalo $(10, 20)$ (ambas variables independientes), calcule la función de densidad de H .
- Calcule $P(H > 10 | X < 3)$