

P1. La probabilidad de que una persona haya visto durante su infancia: Hannah Montana es 0.65 y de haber visto Dragon Ball Z 0.75. También se sabe que la probabilidad de que una persona haya visto ambas es 0.5,

a) Determine la probabilidad de que haya visto alguno de los dos programas.

b) Determine la probabilidad de solo haya visto Dragon Ball Z.

Intersección  
Al mismo  
Tiempo

Unión

$$P(HM) = 0.65$$

$$P(DB) = 0.75$$

$$P(HM \cap DB) = 0.5$$

$$1 - P(HM^c \cup DB^c)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\begin{aligned} a) P(HM \cup DB) &\stackrel{PIE}{=} 0.75 + 0.65 - 0.5 \\ &= \boxed{0.9} // \end{aligned}$$

$$b) P(DB \setminus HM) = P(DB \cap HM^c)$$

$$\checkmark P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$$

Idem (que no hubiera resultado)

$$P(DB \cap HM^c) \stackrel{PIE}{=} P(DB) + P(HM^c) - P(DB \cup HM^c)$$

~~X~~

$$\checkmark P(DB \setminus HM) = P(DB) - P(DB \cap HM)$$

$$= 0.75 - 0.5$$

$$= \boxed{0.25} //$$

P2. Una caja contiene 3 pelotitas, 1 roja, 1 verde y 1 azul. Considere el experimento que consiste en sacar una pelotita, devolverla y luego sacar otra.

- Describa el espacio muestral de este experimento.
- ¿Como seria el espacio muestral si no se repone la pelotita luego de sacarla?

orden      No cambia

$$\begin{aligned}
 a) \quad \Omega &= \left\{ (r,r), (v,v), (a,a), (r,v), (v,r), (v,a), (a,v), (a,r), (r,a) \right\} \\
 &= \left\{ (i,j) \text{ tal } i,j \in \{r,v,a\} \right\} \\
 b) \quad \Omega' &= \left\{ (r,a), (r,v), (v,a), (a,v), (a,r) \right\} \\
 &= \left\{ (i,j,k,l,m) \text{ tal } i,j,k,l,m \in \{r,v,a\} \right\}
 \end{aligned}$$

P3. En un experimento, un dado es lanzado hasta que un 6 aparece, momento en que se detiene el experimento.

a) ¿Cual es el espacio muestral?

b) Se define  $E_n$  como el evento en donde se necesitan  $n$  lanzamientos del dado para que termine el experimento. Calcule el valor del tamaño de  $E_n$  con respecto al experimento y por ultimo, ¿qué significa  $\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} E_n\right)^c$  en términos de conjuntos?

$$\Omega = \{ (1), (1,6), \dots, (5,6), \dots, (2,2,3,1,6), \dots \}$$

$$\dots ( \dots \dots \dots , 6 )$$

$$= \{ \text{las } n\text{-Tuplas Terminados en } 6 \text{ con los } n-1 \text{ elementos } \in \{1, \dots, 5\} \}$$

$$\text{con } n \in \mathbb{N}$$

b)  $E_1$ : sale 6 ,  $|E_1| = 1$

$E_2$ : sale algo no 6 luego 6  $|E_2| = 5$

$$|E_3| = 5 \cdot 5 \cdot 1 = 25$$

$\swarrow \quad \searrow$   
 $1^{\text{er}} \text{ sub} \quad 2^{\text{do}}$

$$|E_n| = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \dots 5}_{n-1} \cdot 1 = 5^{n-1} \cdot 1 = 5^{n-1}$$

$$\bigcup_{n=1}^{\infty} E_n = \text{Que Termine en } n \text{ lanzamientos } n \in \mathbb{N}$$

$$\left( \bigcup_{n=1}^{\infty} E_n \right)^c = \emptyset$$

P4. Un examen consta de 14 temas. Se debe escoger un tema de entre 2 tomados al azar. Se pide:

- a) Calcular la probabilidad de que un alumno que ha preparado 8 temas le toque al menos uno que sabe.  
 b) ¿Cuál es el número mínimo de temas que debe preparar para que tenga una probabilidad superior a  $\frac{1}{2}$  de superar el examen?

$$\binom{N}{K} = \frac{N!}{(N-K)! \cancel{K!}} \neq \frac{N!}{(N-K)!}$$

No importa el orden

Si importa el orden

$\binom{N}{K}$ : Tengo  $N$  opciones y quiero tomar un grupo de tamaño  $K$

$\binom{3}{2}$  Tengo 3 pelotas roja, negra, azul y quiero escoger 2 (1)

// //  $\frac{3!}{(3-2)!}$  y quiero sacar una y luego otra (2)

(1) :  $\frac{3!}{2!1!} = \frac{3 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{2} \cdot \cancel{1} \cdot 1} = 3$

(2) :  $3 \cdot 2 = 6 = \frac{3!}{1!} = \frac{3 \cdot 2 \cdot \cancel{1}}{\cancel{1}}$

P4. Un examen consta de  $n$  temas. Se debe escoger un tema de entre  $K$  tomados al azar. Se pide:

- Calcular la probabilidad de que un alumno que ha preparado 8 temas le toque al menos uno que sabe.
- ¿Cuál es el número mínimo de temas que debe preparar para que tenga una probabilidad superior a  $\frac{1}{2}$  de superar el examen?

$$a) P = \frac{\text{Casos Favorables}}{\text{Casos Totales}} = \frac{14}{\binom{14}{2}}$$

$$CT = \binom{14}{2} = \frac{14 \cdot 13 \cdot 12!}{12! \cdot 2!} = \frac{14 \cdot 13}{2}$$

Caso 1: solo 1 que maneja  
 Si: 1. Toca 1 Tema que sabe, cuántos faltan por escoger? solo 1 (Está fijo el otro)

¿Cuántas opciones nos quedan?  $14 - 8 = 6$

$$= \binom{6}{1} = 6$$

Falta escoger cual de los que maneja es el que salió /

$$= \binom{8}{1} \cdot \binom{6}{1} = 8 \cdot 6$$

↑                      ↑  
 los que sabe      los que no sabe

Escojamos la que sabe

Caso 2: (sabe 2)

Tiene 8 opciones y queremos escoger 2  
 y las que no sabe no importan  

$$= \binom{8}{2}$$

$$C.F = \binom{8}{2} + \binom{8}{1} \binom{6}{1}$$

$$\Rightarrow P = \frac{\binom{8}{2} + \binom{8}{1} \binom{6}{1}}{\binom{14}{2}}$$

$$P = 1 - \frac{\binom{14-8}{2}}{\binom{14}{2}}$$

a)  $CT = \binom{14}{2}$

CF : No Escoger de las que sabemos 14-8

$$\binom{14-8}{2} \begin{matrix} \rightarrow \text{opciones} \\ \rightarrow \text{Escoger} \end{matrix}$$

$$P = 1 - \frac{\binom{14-8}{2}}{\binom{14}{2}}$$

$$b) P = 1 - \frac{\binom{14-x}{2}}{\binom{14}{2}}$$

La probabilidad  
de superar  
el examen  
sabiendo

impares  $P > \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow 1 - \cancel{x} > \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} > \cancel{x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} > \frac{(14-x)(13-x)(\cancel{12-x})!}{\frac{(\cancel{14-x})! \cancel{2!}}{14 \cdot 13 \cdot \cancel{12!}}}} = \frac{(14-x)(13-x)}{14 \cdot 13}$$

$$\Rightarrow x > 3.948 \Rightarrow x \in \{4, \dots, 14\}$$