

P1. Se deben repartir turnos de trabajo para  $2n$  trabajadores. Existen  $n$  turnos de noche y  $n$  turnos de día. De los  $2n$  trabajadores, hay  $a$  que prefieren la noche, y  $b$  que prefieren de día (con  $0 < a, b < n$ ) y el resto no tiene preferencias. El resto de los trabajadores están indiferentes entre trabajar de noche o de día. Si los turnos se reparten al azar, determine la probabilidad de que a ninguna persona le toque un turno que no era de su preferencia.

$a$  de noche /  $n$

$b$  de día /  $n$

Son  $2n$

•  $P = \frac{CF}{CT}$

CT : Repartir  $n$  Turnos de día y  $n$  de noche para  $2n$

Obs: Si reparto los día, los de noche están fijos, pues son el resto

CT =  $\binom{2n}{n}$   $\rightarrow$  operaciones  
Los que trabajan de día

CF = Primero fijamos que los primeros  $b$  de la lista son los que les gusta trabajar de día  
 $\Rightarrow$  Solo nos quedan  $2n - b$  opciones  
Ah queremos repartir  $n - b$  turnos

CF =  $\binom{2n - b - a}{n - b}$   $\rightarrow$  opciones (Total - Fijos - los de noche)  
 $\rightarrow$  turnos (T.N - Fijos)

$$\approx \binom{2N-b-a}{N-a}$$

→ Si lo hubieran hecho con los de modo

$$P = \frac{\binom{2N-b-a}{N-b}}{\binom{2N}{N}}$$

Propiedad  $\binom{N}{K} = \binom{N}{N-K}$

P2. Una mano de poker consta de 4 cartas escogidas al azar del total de 52 que posee el mazo inglés. Calcule la probabilidad de obtener:

- a) Color: las 4 cartas son de la misma pinta.
- b) Un par y dos distintas: dos cartas tienen el mismo número y otras dos distintas al anterior y entre ellas.
- c) Poker: cuatro cartas tienen el mismo número.

$$\text{Probabilidad} = \frac{CF}{CT}$$

$$CT = \binom{52}{4} \begin{matrix} \rightarrow \text{opciones} \\ \rightarrow \text{sucesos} \end{matrix} \quad \checkmark$$

a) Para pinta hay 13 cartas

Tengo 4 pinta

P: De cuántas formas puedo sacar 4 de 13 cartas

$$P: \binom{13}{4}$$

$$CF: 4 \cdot \binom{13}{4} \begin{matrix} \rightarrow \text{pinta} \\ \rightarrow \text{los numeritos} \end{matrix}$$

$$P = \frac{4 \binom{13}{4}}{\binom{52}{4}}$$

b) Ej: par de 1's, 2 y un 3

Para formar repartiendo los números

Para el par hay  $\binom{13}{1}^{13}$  opciones

\* Si tuviéramos que escoger los números par

2 pares      Cuántas opciones hay,  $\frac{13 \cdot 12}{2} = \binom{13}{2}$

Para las 2 cartas sueltas, me quedan

12 opciones de número y quiero escoger 2.  
 $\Rightarrow \binom{12}{2}$

$\Rightarrow$  Para los números de las 4 cartas hay  $\binom{13}{1} \binom{12}{2}$  formas

Ahora las pinta, para las sueltas

Tengo 4 opciones de pinta para cada 1

y para el par  $\binom{4}{2}$

porque son 4 opciones  
 y al mismo tiempo  
 Tomo 2

$$\Rightarrow CF = \binom{13}{1} \binom{12}{2} 4^2 \binom{4}{2}$$

$$P = \frac{\binom{13}{1} \binom{12}{2} 4^2 \binom{4}{2}}{\binom{52}{4}}$$

c) Sacar 4 iguales en número, solo escogido  
 Número

$$CF = \binom{13}{1} = 13$$

$$P = \frac{13}{\binom{52}{4}}$$

P3. Se dispone de dos monedas, una equilibrada y la otra con probabilidad  $2/3$  de cara. Se escoge al azar una de las dos monedas, y se lanza dos veces. Sea  $C_i$  el evento en que el lanzamiento  $i$  resulta cara, para  $i = 1, 2$ . ¿Son independientes los eventos  $C_1$  y  $C_2$ ? Explique.

$$M_1 = \text{Equilibrada} \\ M_2 = \text{Caras } 2/3$$

$$P(M_1) = \frac{1}{2}$$

$$P(M_2) = \frac{1}{2}$$

$$P(C_1 | M_1) = \frac{1}{2}$$

$$P(S_1 | M_1) = \frac{1}{2}$$

$$P(C_1 | M_2) = \frac{2}{3}$$

$C_1$  es que el 1º lanzamiento sale cara

$C_2$  es " 2º " " sale cara

$C_1$  y  $C_2$  son independientes  $\Leftrightarrow P(C_1 \cap C_2) = P(C_1)P(C_2)$

$$P(C_1) = P(C_1 | M_1)P(M_1) + P(C_1 | M_2)P(M_2)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}$$

$$P(C_1) = \frac{7}{12}$$

$$P(C_2) = P(C_2 | M_1)P(M_1) + P(C_2 | M_2)P(M_2)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{7}{12}$$

$$P(C_1) \cdot P(C_2) = \frac{49}{144}$$

$$P(C_1 \cap C_2) = P(C_1 | M_1)P(M_1) \cdot P(C_2 | M_1)P(M_1) + P(C_1 | M_2)P(M_2) \cdot P(C_2 | M_2)P(M_2)$$

$$P(C_1 \cap C_2) = P(C_1 \cap C_2 | M_1)P(M_1) + P(C_1 \cap C_2 | M_2)P(M_2)$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{2}$$

$$P(C_1 \cap C_2) = \frac{50}{144} \neq \frac{49}{144} = P(C_1)P(C_2)$$

$\Rightarrow C_1 \sim C_2$  no son independientes

P4. Una mujer embarazada decide hacerse una ecografía para conocer el sexo de su futuro hijo.

Se sabe que la probabilidad de que la ecografía diga que es hombre cuando en realidad es hombre, es de un 99%, y que la probabilidad que diga que es mujer cuando en realidad es mujer es de un 90%. Suponga que antes de la ecografía las probabilidades de hombre y mujer son iguales a 50%.

- a) Si la ecografía predice que ser a mujer, ¿Cuál es la probabilidad que efectivamente lo sea?  
b) Calcule la probabilidad de que la ecografía se equivoque al predecir el sexo.

$$P(DH|H) = 0.99 \Rightarrow P(DM|H) = 0.01$$

$$P(DM|M) = 0.9 \Rightarrow P(DH|M) = 0.1$$

$$P(H) = \frac{1}{2} = P(M)$$

$$a) P(M|DM) = \frac{P(DM|M) \cdot P(M)}{P(DM)} \quad \text{Falta}$$

$$\begin{aligned} P(DM) &= P(DM|M)P(M) + P(DH|H)P(H) \\ &= 0.9 \cdot \frac{1}{2} + 0.01 \cdot \frac{1}{2} \\ &= (0.91) \cdot \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$P(M|DM) = \frac{0.9 \cdot \frac{1}{2}}{(0.91) \cdot \frac{1}{2}} = \boxed{\frac{90}{91}}$$

$$\begin{aligned} P(\underbrace{DM \cap H}_{\text{Equivocarse}} \cup DH \cap M) &= P(\{DM \cap H\}) + P(\{DH \cap M\}) \\ &= P(DM|H)P(H) + P(DH|M)P(M) \end{aligned}$$

$$= 0.01 \cdot \frac{1}{2} + 0.1 \cdot \frac{1}{2}$$

$$P(\text{Error}) = 0.055$$