

## MA3403-2. Probabilidades y Estadística

Profesor: Raúl Gouet

Auxiliares: Vicente Salinas

Fecha: 16 de abril de 2021



## Auxiliar 2: Combinatoria y Probabilidades Condicionadas

## Resumen

**Definición 1** (Prob. Condicionada). Dados dos eventos  $A, B$ , se define la probabilidad condicionada de  $A$  dado  $B$  (cuando  $\mathbb{P}(B) \neq 0$ ), como

$$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}$$

[Prob. condicionada]

Dados dos eventos  $A$  y  $B$ , se cumple

1. Si  $E_1, E_2, E_3, \dots$  son eventos mutuamente excluyentes

$$\mathbb{P}(\cup_{i=1}^{\infty} E_i | F) = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbb{P}(E_i | F)$$

2.  $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A|B)\mathbb{P}(B)$  (regla de la multiplicación)

**Teorema 1** (Bayes). *Dados dos eventos  $A, B$ , se tiene que*

$$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B)}$$

**Teorema 2** (Probabilidades Totales). *Dada una colección de eventos  $\{A_1, \dots, A_n\}$  mutuamente excluyentes que particionan el espacio muestral, se cumple que, dado cualquier evento  $B$ ,*

$$\mathbb{P}(B) = \sum_{i=1}^n \mathbb{P}(B|A_i)\mathbb{P}(A_i)$$

- P1.** Se deben repartir turnos de trabajo para  $2n$  trabajadores. Existen  $n$  turnos de noche y  $n$  turnos de día. De los  $2n$  trabajadores, hay  $a$  que prefieren la noche, y  $b$  que prefieren de día (con  $0 < a, b < n$ ) y el resto no tiene preferencias. El resto de los trabajadores están indiferentes entre trabajar de noche o de día. Si los turnos se reparten al azar, determine la probabilidad de que a ninguna persona le toque un turno que no era de su preferencia.
- P2.** Una mano de poker consta de 4 cartas escogidas al azar del total de 52 que posee el mazo inglés. Calcule la probabilidad de obtener:
- a) Color: las 4 cartas son de la misma pinta.
  - b) Un par y dos distintas: dos cartas tienen el mismo número y otras dos distintas al anterior y entre ellas.
  - c) Poker: cuatro cartas tienen el mismo número.
- P3.** Se dispone de dos monedas, una equilibrada y la otra con probabilidad  $2/3$  de cara. Se escoge al azar una de las dos monedas, y se lanza dos veces. Sea  $C_i$  el evento en que el lanzamiento  $i$  resulta cara, para  $i = 1, 2$ . ¿Son independientes los eventos  $C_1$  y  $C_2$ ? Explique.
- P4.** Una mujer embarazada decide hacerse una ecografía para conocer el sexo de su futuro hijo. Se sabe que la probabilidad de que la ecografía diga que es hombre cuando en realidad es hombre, es de un 99%, y que la probabilidad de que diga que es mujer cuando en realidad es mujer es de un 90%. Suponga que antes de la ecografía las probabilidades de hombre y mujer son iguales a 50%.
- a) Si la ecografía predice que ser a mujer, ¿Cuál es la probabilidad que efectivamente lo sea?
  - b) Calcule la probabilidad de que la ecografía se equivoque al predecir el sexo.

## Propuestos

**Prop1** Un palíndromo es una palabra que se lee igual de izquierda a derecha que al revés. Por ej. ANA, SALAS.

- a) Cuántos palíndromos existen con 5 letras, 6 letras. Se aceptan repeticiones y no importa si la palabra significa algo en castellano.
- b) Resuelva el caso anterior sin repeticiones de letras.

**Prop2** Una urna contiene inicialmente dos bolitas, una blanca y una negra. Se extrae una bolita, se observa su color y se devuelve junto a otra del mismo color. Luego, se extrae otra bolita, se observa su color y se devuelve junto a otra del color contrario. Se definen  $B_k = \{\text{Al final la urna contiene } k \text{ bolitas blancas}\}$  y  $A_i = \{\text{La } i\text{-ésima extracción fue una bola blanca}\}$

- a)  $P(B_k)$  para  $k \in \{1, 2, 3, 4\}$
- b)  $P(A_2)$
- c)  $P(B_K|A_i)\forall i \in \{1, 2\}\forall k \in \{1, 2, 3, 4\}$