MA2601-6. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias
Profesor: Alexis Fuentes
Auxiliares: Vicente Salinas
Fecha: 7 de mayo de 2021

Auxiliar 5

P1. Considere la ecuación diferencial lineal homogénea

$$y^{(6)} + y^{(4)} - 4y'' - 4y = 0$$

Si la función $\cos(x)$ es una solución de la ecuación, encuentre una base para el espacio de soluciones.

P2. Encuentre una base del espacio de soluciones de la siguiente ecuación diferencial

$$D^3(D+3)^2(D-1)^4(D^2+2D+3)^2y = 0$$

P3. Calcule mediante coeficientes indeterminados:

$$(D+1)^2y = 3xe^{-x} + 2e^{-x}[cos(2x) + sen(2x)]$$

P4. Cuando bajo la capa más superficial de la corteza terrestre se produce una intrusión magmática, esta se levanta, produciendo un fenómeno llamado lacolito debido a la presión que genera el material que se introduce.

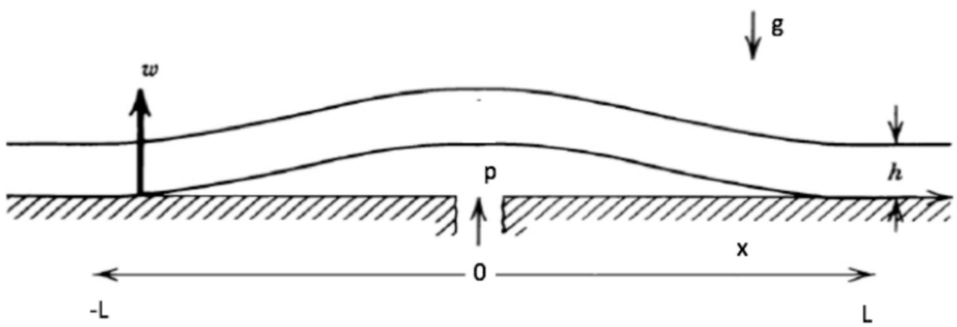

Figura 1: Modelo del Lacolito

La forma del lacolito $w(x)$ se puede modelar con el siguiente problema de Cauchy:

$$\begin{cases} Rw^{(4)} = & p - \rho gh \\ w(L) = & w(-L) = w'(L) = w'(-L) = 0 \end{cases}$$

donde R es la rigidez flexural de la capa de la corteza, ρ su densidad, g la aceleración de gravedad, h el espesor de la capa de la corteza y p la presión ejercida por la intrusión magmática. R, ρ, g, p y h se consideran constantes positivas y que la presión es suficientemente grande para que $p > \rho gh$.

a) Encuentre la solución general de la ecuación, es decir, $w = w_h + w_p$. Para la solución particular, proponga $w(x) = cx^n$, para $c, n \in R$ constantes que debe determinar.

b) Imponiendo las condiciones de borde encuentre la forma exacta del lacolito $w(x)$.

c) Muestre que el alzamiento máximo ocurre en $x = 0$ y determine su valor. Justifique que se trata de un máximo.

Propuestos

Prop1 Considere la ecuación diferencial lineal homogénea

$$y^{(4)} + 2y''' + 11y'' + 2y' + 10y = 0$$

Si la función $\cos(x)$ es una solución de la ecuación, encuentre una base para el espacio de soluciones.

Prop2 Calcule mediante coeficientes indeterminados:

$$y'' + 2y' - 8y = 2e^{-2x} - e^{-x}, \text{ con } y(0) = 1, y'(0) = 0$$