

**MA2601-6. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias****Profesor:** Alexis Fuentes**Auxiliares:** Vicente Salinas**Fecha:** 26 de marzo de 2021**Auxiliar 1****Parte 1: Resolviendo ecuaciones****P1. [Ecuaciones de integración directa]** Al resolver indique el dominio en donde esta definida la solución.

a)  $y' = \tan(2x)^2 \sec(2x)^2$

b)  $y' = \frac{e^x + 5}{e^x + 5x}$

c)  $y' = xe^{-2x}$

**P2. [Ecuaciones de variables separables]** Al resolver indique el dominio en donde esta definida la solución.

a)  $xy^4 + (y^2 + 2)e^{-3x}y' = 0$

b)  $y' = (y - 2)(y + 2)$

**P3. [Ecuaciones con cambios previos]** Al resolver indique el dominio en donde esta definida la solución.

a)  $y' = \frac{1 - x + y}{x + y}$

c)  $y' = 2 + \sqrt{y - 2x + 3}$

b)  $y' = 1 + e^{y-x+5}$

d)  $y' = (-5x + y)^2 + 1$

**Parte 2: Modelamiento****P4.** Un isótopo radiactivo se desintegra a una tasa que es proporcional a la masa de isótopo presente.

- Si  $x(t)$  representa la masa del isótopo en el instante  $t$ , demostrar que  $x(t) = x(0)e^{-\lambda t}$  para alguna constante  $\lambda > 0$  llamada constante de desintegración.
- El tiempo  $T$  en el que la masa del isótopo se reduce a la mitad se denomina vida media del isótopo. Sabiendo que la vida media del carbono 14 radiactivo es de 5600 años, determine la masa restante de carbono 14 al cabo de  $t$  años, considerando que inicialmente la masa de la muestra era de  $x_0$ .
- Si se sabe que para el año 2021 habría decaído el 75 % del carbono 14 presente en un cráneo encontrado en el valle central de Chile, determinar el año en que falleció el cavernícola a quien perteneció ese cráneo.

## Propuestos

**Prop1** [Ecuaciones para resolver] Al resolver indique el dominio en donde esta definida la solución.

$$a) y' = \frac{1}{\arctan(x)(x^2 + 1)}$$

$$b) y' = \frac{e^x x^5}{e^x x^6 + 2017e^x}$$

$$c) y' = \cos(4x)^2$$

$$d) y' = x^2 \ln(x)$$

$$e) y' = y^2 - y - 2$$

$$f) y' = \sin(x)(\cos(2y) - \cos^2(y))$$

$$g) y' = \frac{x - y + 4}{y + 2x - 2}$$

$$h) y' = \frac{2y - x + 2}{4}$$

**Prop2** La ley de enfriamiento de Newton dice:

Cuando la diferencia de temperaturas entre un cuerpo y el medio ambiente es pequeña, el calor transferido en una unidad de tiempo entre el cuerpo y la atmósfera es proporcional a la diferencia de temperatura entre el cuerpo y el medio ambiente. Llamemos  $T(t)$  a la temperatura del mar y  $T_A(t)$  a la temperatura ambiental. El principio anterior nos permite construir el siguiente modelo.

$$T'(t) = k(T_A(t) - T(t))$$

Donde  $k > 0$  es una constante llamada coeficiente de transferencia térmica. Digamos que la temperatura inicial del mar es  $T(0) = T_0$  y que  $T_A(t) = T_A^0 + A \sin(\omega t)$ . Encuentre la temperatura del mar en función del tiempo.