Auxiliar 6

Profesor: Juvenal Letelier
Auxiliar: Edgardo Rosas

P1. Resuelva las siguientes ecuaciones:

(a) $z^5 = 1$
(b) $z^2 = z - 1$
(c) $z^3 = 8i$
(d) $z^4 = 1$

P2. Muestre que se cumplen las siguientes proposiciones

(a) $\dfrac{d}{dz}e^z = e^z$
(b) $\dfrac{d}{dz}\cos z = -\sin z$
(c) $\cos(z) = \cos x \cosh y - i \sin x \sinh y$
(d) $\sin(z) = \sin x \cosh y + i \cos x \sinh y$

Hint: Use sin demostrar que $e^z = \cos z + i \sin z$, $z \in \mathbb{C}$

P3. Sea $f : \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$ una función compleja que satisface

$$f(x,y) = y - 2xy + i(-x + x^2 - y^2) + (x+iy)^2, \tag{1}$$

con $z = x+iy$ la variable compleja. Determine si f es derivable, y en caso de ser así, determine el conjunto $\Omega \subseteq \mathbb{C}$ en dónde esto es cierto.

P4. Considere $f : \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$ una función compleja y regular en todo $\mathbb{C}$. Demuestre que si se cumple $[\mathrm{Re}(f) - \mathrm{Im}(f)]^2 = C$, con $C \in \mathbb{R}$, entonces f es constante en $\mathbb{C}$.

P5. Sea $f : \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$ una función analítica que en coordenadas polares se escribe como

$$f(r,\theta) = u(r,\theta) + iv(r,\theta). \tag{2}$$

Obtenga las condiciones de Cauchy-Riemann en coordenadas polares.