MA1102-1 Álgebra lineal
Profesor: Alejandro Maass
Auxiliar: Juan Pablo Sepúlveda

Auxiliar 5:Más espacios vectoriales, y bases

30 de abril de 2021

P1. Un poco de teoría

a) Considere $S, T \subseteq V$ dos subespacios de un espacio vectorial V

i. Demuestre que $S \cup T$ es un subespacio de V si y sólo si $S \subseteq T \vee T \subseteq S$

ii. Demuestre que $S \cap T$ es siempre un subespacio de V.

b) Dado el espacio vectorial $V = \mathbb{P}_4(\mathbb{R})$ de los polinomios de grado menor o igual que cuatro con coeficientes en $\mathbb{R}$ demuestre que:

$$S = \{p \in \mathbb{P}_4(\mathbb{R}) \big| \ p''(x) - p'''(x) = 0\}$$

es un subespacio de V , encuentre una base del mismo y calcule la dimensión del subespacio.

P2. El encontrador de bases Sea el siguiente espacio vectorial:

$$W = \left\{ ax^3 + bx^2 + cx + d \in \mathbb{P}_3(\mathbb{R}) \ \middle| \ a, b, c, d \in \mathbb{R}, a + b = \frac{2c}{7}, b - a = \frac{c}{21} \right\}$$

a) Muestre que $C = \{\frac{5}{42}x^3 + \frac{1}{6}x^2 + x, 1, 5x^3 + 7x^2 + 42x + \pi\}$ genera W. ¿Es C una base?

b) Encuentre una base de W contenida en C.

P3. Más subespacios Sea $L = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$. Encuentre una base B de $\mathbb{R}^4$ tal que $L \subset B$.

P4. SPOILER ALERT?!?!?! Sea $T : V \to \mathbb{R}$ una función, donde V es un ev de $\mathbb{R}$, tal que cumple:

$$\forall u, v \in V, \lambda \in \mathbb{R} \ \ T(\lambda u + v) = \lambda T(u) + T(v)$$

Definimos:

$$K = \left\{ k \in V \ \middle| \ T(k) = 0 \right\}$$

Demuestre que K es un espacio vectorial.