

Introducción al Álgebra MA1101



Guía 15: Raíces y Factorización

P1. Dado el polinomio $P(x) = x^5 - 2x^2 + 1$, divídalo por el polinomio $D(x)$, para obtener $P(x) = Q(x)D(x) + R(x)$. Haga explícito Q y R :

- (a) $D(x) = x^5$
- (b) $D(x) = x^2 - 3x + 1$
- (c) $D(x) = x - 1$.

P2. Sea $P(z) = z^3 + az^2 + bz + c$ un polinomio con raíces $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{C}$. Muestre que

$$\alpha\beta\gamma = -c, \quad \alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma = b, \quad \alpha + \beta + \gamma = -a$$

P3. Considere el polinomio con coeficientes reales no nulos:

$$P(x) = x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0.$$

- (a) Demuestre que si P posee una raíz imaginaria pura entonces $a_1^2 + a_0a_3^2 = a_1a_2a_3$
- (b) Si $a_3 = -8, a_2 = 24$, encuentre el valor que de a_0 de modo que $x_0 = 2$ se raíz cuádruple.

P4. Factorice el polinomio $P(x) = x^4 + 1$ en $\mathbb{R}$ y en $\mathbb{C}$.

P5. Determina el polinomio mónico $P(x)$ de grado 3 tal que

- $P(2) = P(0) = 0$,
- el resto de dividir P por $x - 1$ es igual al resto de dividir p por $x - 3$.