

## Guía 7: Relaciones de equivalencia

1. Las siguientes relaciones en  $\mathbb{Z}$  son reflejas. Determine cuáles son relaciones de equivalencia e indique las clases de equivalencia asociadas a 0, cuando lo sean.
  - (a) Para  $p, q \in \mathbb{Z}$ ,  $p$  se relaciona con  $q$  si  $p + q$  es múltiplo de  $p$ .
  - (b) Para  $p, q \in \mathbb{Z}$ ,  $p$  se relaciona con  $q$  si  $p - q$  o  $q - p$  es un número al cuadrado.
  - (c) Para  $p, q \in \mathbb{Z}$ ,  $p$  se relaciona con  $q$  si  $p^2 - q^2$  es un múltiplo de 5.
  - (d) Para  $p, q \in \mathbb{Z}$ ,  $p$  se relaciona con  $q$  si existe  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  biyectiva con  $f(p) = q$ .
2. Demuestre que las siguientes relaciones son de equivalencia y determine las clases de equivalencia pedidas.
  - (a)  $\mathcal{R}$  en  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  dada por  $(a, b)\mathcal{R}(a', b')$  ssi  $a - a' = b - b'$ . Determine la clase de equivalencia de  $(0, n)$ , para cada  $n \in \mathbb{N}$ .
  - (b)  $\mathcal{R}$  en  $\mathbb{Z} \times (\mathbb{N} \setminus \{0\})$  dada por  $(a, b)\mathcal{R}(a', b')$  ssi  $ab' = a'b$ . Determine la clase de equivalencia de  $(-n, 3)$ , para cada  $n \in \mathbb{N}$ .
  - (c)  $\mathcal{R}$  en  $\mathcal{P}(\mathbb{Z})$  dada por  $A\mathcal{R}B$  si  $A \cap \mathbb{N} = B \cap \mathbb{N}$ . Determine las clases de equivalencia de  $\emptyset$ ,  $\{0, 1\}$  y  $\mathbb{Z}$ .