

Ideario 7

Trigonometría II

Cosas generales

En esta séptima semana, continuaremos estudiando trigonometría, profundizando las ideas que introdujimos la semana pasada, introduciendo las funciones trigonométricas inversas, y desarrollando nuevos resultados geométricos para expandir esta nueva teoría que estamos construyendo.

La materia

Se comienza definiendo las **funciones trigonométricas inversas**, en el sentido de biyecciones. Esto, a priori, no se puede hacer pues las funciones seno, coseno, y tangente, al ser **periódicas**, no son inyectivas, por lo que se procede restringiendo el *dominio* de estas funciones, de manera de que se obtenga la sobreyectividad necesaria para poder invertir. En el caso del seno y la tangente se usa el intervalo $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, mientras que en el caso del coseno se utiliza el intervalo $[0, \pi]$ (¿Es esta la única manera posible de definir los dominios? ¿Qué ventajas o comodidades implica tomar los intervalos así?), y en el caso del seno y el coseno se ajustan también sus codominios al intervalo $[-1, 1]$.

Estas funciones inversas que definimos se llaman *arcoseno* o $\arcsen(\sin^{-1})$, *arcocoseno* o $\arccos(\cos^{-1})$, y *arcotangente* o $\arctan(\tan^{-1})$ y sus gráficos respectivos son los siguientes:

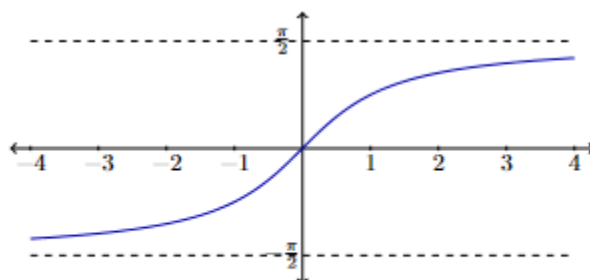
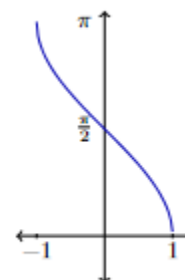
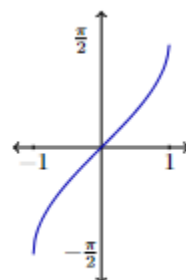


Gráfico de arcotangente.



Gráficos de arcoseno y arcocoseno.

En base a estas funciones trigonométricas inversas, se introduce el estudio de las **ecuaciones trigonométricas**, que, como su nombre lo indica, son ecuaciones del estilo " $f(x) = a$ " donde a es un real y " f " es una función que se compone de una o más funciones trigonométricas (Por ejemplo: $\tan(x + 4) = 17$) y se exhiben las *soluciones generales* de las ecuaciones trigonométricas más básicas, para luego introducir los métodos de solución de ecuaciones más complejas mediante la simplificación de la ecuación (trabajarla para convertirla en una ecuación equivalente, pero más sencilla de solucionar) ocupando identidades trigonométricas variadas.

Luego, para cerrar, se introducen dos teoremas clásicos en geometría: el teorema del seno, que habla de cierta proporción que tienen los lados de un triángulo con el seno de su **ángulo opuesto**, y el teorema del coseno, que es una extensión del clásico Teorema de Pitágoras, y usos de estos teoremas, principalmente en problemas del estilo PSU "resolver triángulos", es decir, encontrar medidas de un triángulo en base a otras medidas dadas (el teorema del seno se suele usar con dos ángulos y un lado, y para usar el teorema del coseno se requieren dos lados y un ángulo).

Comentarios de cierre y puntos clave

Esta semana la clave es tratar de avanzar a la par entre el entendimiento geométrico de los conceptos de trigonometría (tener bien entendido lo que representa un seno, un coseno, el signo de un ángulo, etc), y el entendimiento de los conceptos teóricos de funciones, para poder trasladarlos adecuadamente a este contexto (las implicaciones geométricas de la paridad, y la periodicidad de las funciones trigonométricas).

Por último es importante saber interpretar adecuadamente los conjuntos solución de las ecuaciones trigonométricas, pues entender por qué tienen la forma que tienen, ayuda a que la resolución de un problema de este estilo sea mucho más intuitiva.