

Ideario 9

Sucesiones

Cosas generales

En esta novena semana, comenzaremos el estudio de uno de los elementos fundamentales del cálculo: **las sucesiones**, las cuales en el futuro nos permitirán desarrollar un montón de teoría más compleja, que sienta las bases del llamado **cálculo infinitesimal**, que es el área que estudia los cambios instantáneos y la continuidad.

La materia

Se comienza definiendo las **sucesiones reales**, que no son más que funciones de \mathbb{N} a valores en \mathbb{R} , se introduce la notación estándar de sucesiones mediante subíndices, se establecen convenciones y se dan ejemplos de sucesiones.

Luego se define la **convergencia de sucesiones** de manera informal, diciendo que una sucesión a_n converge a l si en todo intervalo cerrado, acotado, centrado en l , el número de términos de la sucesión que están fuera de este intervalo **es finito**. Luego se redefine la convergencia, mediante la definición formal de convergencia “ $\varepsilon - n$ ” en sucesiones, y se define la **divergencia** como la “no convergencia” a ningún real. Es curioso notar que estas dos definiciones de convergencia son en realidad **lógicamente equivalentes**. ¿Sabrías justificarlo o explicarlo?

Luego se introduce el teorema de **unicidad del límite**, que estipula que el punto al que converge una sucesión (cuando existe) es siempre un **único** real (lo cual suena bastante lógico). Esta unicidad nos permite justamente definir el “límite” de una sucesión convergente, que es exactamente este número real l al que nuestra sucesión converge. De la mano con esto, se introduce la notación de límites en sucesiones.

Luego, se definen las **sucesiones nulas** (que convergen a cero), y las **sucesiones acotadas** (esto es, que vistas como funciones, son **funciones acotadas**), y con esto se enuncian diversas propiedades de álgebra de sucesiones, con principal importancia en el álgebra de sucesiones convergentes.

Finalmente, se enumeran diversos **límites importantes**, que se considerarán en adelante como **conocidos**

Comentarios de cierre y puntos clave

Esta semana, como se adelantó un poco en el ideario 8, comenzamos a adentrarnos en el estudio de elementos matemáticos propios del cálculo, y las sucesiones son la puerta de entrada a este nuevo mundo. Es por esto que es importante saber ordenar bien las ideas nuevas que se presentan y, sobre todo, saber balancear **una buena intuición** con un **buen manejo de los aspectos formales** de la materia, pues se necesitan ambos para sacarle al máximo el jugo a la matemática, y también para entender a cabalidad las cosas nuevas que vendrán después.

Para construir esta buena intuición es recomendable, a modo de ejercicio, tomar un par de sucesiones “simples” y tratar de entenderlas: ver si son crecientes, acotadas, tratar de graficar su comportamiento, tratar de deducir su término general, estudiar su convergencia, etc. Esto será de ayuda principalmente para entender las sucesiones en el contexto de las funciones (pues, al fin y al cabo son sólo eso, un conjunto muy particular de funciones).