Auxiliar mini Ejercicios Propuestos

Competencia de Bertrand

Paz Montano [1]   Araceli Ramirez[2]

Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Chile

Rahmi Ilkilic, 2021

Table of Contents

Table of Contents

Competencia en Precios

- Demanda

$$D(p) = \begin{cases} 1 & \text{si } p \leq v \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

Competencia en Precios

- Demanda

$$D(p) = \begin{cases} 1 & \text{si } p \leq v \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

- Dos firmas: Cada una tiene costo marginal igual a $0 \leq c < v$. v y c son parámetros del modelo.

Competencia en Precios

- Demanda

$$D(p) = \begin{cases} 1 & \text{si } p \leq v \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

- Dos firmas: Cada una tiene costo marginal igual a $0 \leq c < v$. v y c son parámetros del modelo.
- Firmas compiten en precio: Firmas simultáneamente deciden p_1 y p_2. La firma que fija el menor precio, sirve toda la demanda (en caso de empate, firmas se reparten el mercado). Es esto competencia perfecta o imperfecta?

Competencia en Precios

- Jugadores: $I = \{1, 2\}$

Competencia en Precios

- Jugadores: $I = \{1, 2\}$
- Acciones: $S_i = \mathbb{R}_+$

Competencia en Precios

- Jugadores: $I = \{1, 2\}$
- Acciones: $S_i = \mathbb{R}_+$
- Utilidad:

Competencia en Precios

- Jugadores: $I = \{1, 2\}$
- Acciones: $S_i = \mathbb{R}_+$
- Utilidad:

  Como es:

$$u_i(q_i, q_{-i}) = P_i \cdot q_i - c_i q_i$$

Competencia en Precios

- Jugadores: $I = \{1, 2\}$
- Acciones: $S_i = \mathbb{R}_+$
- Utilidad:

  Como es:

$$u_i(q_i, q_{-i}) = P_i \cdot q_i - c_i q_i$$

$$u_i\left(p_i, p_{-i}\right) = \begin{cases} p_i - c & \text{si } p_i < \min\left(v, p_{-i}\right) \\ \left(p_i - c\right)/2 & \text{si } p_i = p_{-i} \leq v \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

Paradoja de Bertrand

Contenido: En el EN del modelo de competencia imperfecta, las firmas tienen 0 utilidades y se comportan como en competencia perfecta. Paradójico!

Paradoja de Bertrand

Contenido: En el EN del modelo de competencia imperfecta, las firmas tienen 0 utilidades y se comportan como en competencia perfecta. Paradójico!
Demostración.

- Si $p_i < p_{-i}$, entonces firma i gana mas subiendo el precio un poco.

Paradoja de Bertrand

Contenido: En el EN del modelo de competencia imperfecta, las firmas tienen 0 utilidades y se comportan como en competencia perfecta. Paradójico!
Demostración.

- Si $p_i < p_{-i}$, entonces firma i gana mas subiendo el precio un poco.
- SI $c < p_i = p_{-i}$, entonces i gana más fijando $p_i - \epsilon$:

Paradoja de Bertrand

Contenido: En el EN del modelo de competencia imperfecta, las firmas tienen 0 utilidades y se comportan como en competencia perfecta. Paradójico!
Demostración.

- Si $p_i < p_{-i}$, entonces firma i gana mas subiendo el precio un poco.
- SI $c < p_i = p_{-i}$, entonces i gana más fijando $p_i - \epsilon$:

$$\left(p_i - c\right)/2 < p_i - \epsilon - c$$

Paradoja de Bertrand

Contenido: En el EN del modelo de competencia imperfecta, las firmas tienen 0 utilidades y se comportan como en competencia perfecta. Paradójico!
Demostración.

- Si $p_i < p_{-i}$, entonces firma i gana mas subiendo el precio un poco.
- SI $c < p_i = p_{-i}$, entonces i gana más fijando $p_i - \epsilon$:

$$\left(p_i - c\right)/2 < p_i - \epsilon - c$$

- Si $c > p_i = p_{-i}$, entonces i gana más fijando $p_i' = c$ Se sigue que el único candidato a EN es $p^* = (c, c)$. Es simple ver que esto es EN.

Paradoja de Bertrand

Contenido: En el EN del modelo de competencia imperfecta, las firmas tienen 0 utilidades y se comportan como en competencia perfecta. Paradójico!
Demostración.

- Si $p_i < p_{-i}$, entonces firma i gana mas subiendo el precio un poco.
- SI $c < p_i = p_{-i}$, entonces i gana más fijando $p_i - \epsilon$:

$$\left(p_i - c\right)/2 < p_i - \epsilon - c$$

- Si $c > p_i = p_{-i}$, entonces i gana más fijando $p_i' = c$ Se sigue que el único candidato a EN es $p^* = (c, c)$. Es simple ver que esto es EN.

Por que este es un equilibrio ?

¿Es $p_1 = c$ y $p_2 = c$ un EN?

Por que este es un equilibrio ?

¿Es $p_1 = c$ y $p_2 = c$ un EN?

- ¿Cuál son sus beneficios? Zero.

Por que este es un equilibrio ?

¿Es $p_1 = c$ y $p_2 = c$ un EN?

- ¿Cuál son sus beneficios? Zero.
- ¿Qué beneficio va a obtener si firma 1 baja su precio? Negativo.

Por que este es un equilibrio ?

¿Es $p_1 = c$ y $p_2 = c$ un EN?

- ¿Cuál son sus beneficios? Zero.
- ¿Qué beneficio va a obtener si firma 1 baja su precio? Negativo.
- ¿Qué beneficio va a obtener si firma 1 sube su precio? Zero.

Por que este es un equilibrio ?

¿Es $p_1 = c$ y $p_2 = c$ un EN?

- ¿Cuál son sus beneficios? Zero.
- ¿Qué beneficio va a obtener si firma 1 baja su precio? Negativo.
- ¿Qué beneficio va a obtener si firma 1 sube su precio? Zero. Entonces ninguna firma puede mejorar su beneficio cambiando su precio. Es un EN.

IN3202 Bertrand Online Otono 2021.pdf

Table of Contents

Hals Sons

Hay dos firmas, Hal & Sons y la Iglesia , que producen el mismo producto. Función de costo de Firma A es $c_H(q_H) = (q_H)^2$ y función de costo de Iglesia es $c_I(q_I) = 20q_I$. La función de demanda inversa para el producto es $p = 50 - q$, donde q es la demanda total.

Hals Sons

Hay dos firmas, Hal & Sons y la Iglesia , que producen el mismo producto. Función de costo de Firma A es $c_H(q_H) = (q_H)^2$ y función de costo de Iglesia es $c_I(q_I) = 20q_I$. La función de demanda inversa para el producto es $p = 50 - q$, donde q es la demanda total.

Considere el caso donde las firmas compiten en precios pero pueden ofrecer sólo números naturales como precio. Suponemos que si las firmas cobran el mismo precio todos los consumidores compran de Hal Sons y nadie compra de la Iglesia. Las firmas deben satisfacer toda la demanda que reciben. Encuentre todos los equilibrios de esta competencia en precios. (Puede ser que hay un s´olo equilibrio o hay múltiples equilibrios.)

Hals Sons

1. Utilidades: Se plantean las utilidades por casos de la firma A y B en función del precio

$$\pi_H = \begin{cases} p_H * Q(p_H) - CT_H(Q(p_H)) & p_H \leq p_I \\ p_H * Q(p_H) - CT_H(Q(p_H)) & p_H = p_I \\ 0 & p_I \leq p_H \end{cases}$$

Hals Sons

1. Utilidades: Se plantean las utilidades por casos de la firma A y B en función del precio

$$\pi_H = \begin{cases} p_H * Q\left(p_H\right) - CT_H\left(Q\left(p_H\right)\right) & p_H \leq p_I \\ p_H * Q\left(p_H\right) - CT_H\left(Q\left(p_H\right)\right) & p_H = p_I \\ 0 & p_I \leq p_H \end{cases}$$

Esto es equivalente a:

Hals Sons

1. Utilidades: Se plantean las utilidades por casos de la firma A y B en función del precio

$$\pi_H = \begin{cases} p_H * Q\left(p_H\right) - CT_H\left(Q\left(p_H\right)\right) & p_H \leq p_l \\ p_H * Q\left(p_H\right) - CT_H\left(Q\left(p_H\right)\right) & p_H = p_l \\ 0 & p_l \leq p_H \end{cases}$$

Esto es equivalente a:

$$\pi_H = \begin{cases} p_H * \left(50 - p_H\right) - \left(50 - p_H\right)^2 & p_H \leq p_l \\ p_H * \left(50 - p_H\right) - \left(50 - p_H\right)^2 & p_H = p_l \\ 0 & p_l \leq p_H \end{cases}$$

Hals Sons

Reordenando terminos llegamos a:

$$\pi_H = \begin{cases} (p_H - (50 - p_H))\,(50 - p_H) & p_H \leq p_I \\ (p_H - (50 - p_H))\,(50 - p_H) & p_H = p_I \\ 0 & p_I \leq p_H \end{cases}$$

Hals Sons

Reordenando terminos llegamos a:

$$\pi_H = \begin{cases} (p_H - (50 - p_H))\,(50 - p_H) & p_H \leq p_I \\ (p_H - (50 - p_H))\,(50 - p_H) & p_H = p_I \\ 0 & p_I \leq p_H \end{cases}$$

Finalmente, despejando tenemos que:

Hals Sons

Reordenando terminos llegamos a:

$$\pi_H = \begin{cases} \left(p_H - (50 - p_H)\right)(50 - p_H) & p_H \leq p_l \\ \left(p_H - (50 - p_H)\right)(50 - p_H) & p_H = p_l \\ 0 & p_l \leq p_H \end{cases}$$

Finalmente, despejando tenemos que:

$$\pi_H = \begin{cases} (2p_H - 50)(50 - p_H) & p_H \leq p_l \\ (2p_H - 50)(50 - p_H) & p_H = p_l \\ 0 & p_l \leq p_H \end{cases}$$

Hals Sons

2. Entonces, para que la utilidad sea mayor o igual a cero:

$$0 \leq 2p_H - 50 \quad \text{y} \quad 0 \leq 50 - p_H$$

Con lo que obtenemos que para que la utilidad sea mayor o igual a cero, Hal & Sons tendrá que cobrar:

$$25 \leq p_H \leq 50$$

Hals Sons

3. Finalmente aplicando la competencia en precio, se tiene que

Hals Sons

3. Finalmente aplicando la competencia en precio, se tiene que
   - Si es precio es 25 o más, Hal & Sons va a obtener beneficios positivos vendiendo toda la demanda.

Hals Sons

3. Finalmente aplicando la competencia en precio, se tiene que
   - Si es precio es 25 o más, Hal & Sons va a obtener beneficios positivos vendiendo toda la demanda.
   - Así que en el equilibrio si la Iglesia pone un precio p_I mayor o igual a 25 Hal & Sons va a poner $p_H = p_I$.

Hals Sons

3. Finalmente aplicando la competencia en precio, se tiene que
   - Si es precio es 25 o más, Hal & Sons va a obtener beneficios positivos vendiendo toda la demanda.
   - Así que en el equilibrio si la Iglesia pone un precio p_I mayor o igual a 25 Hal & Sons va a poner $p_H = p_I$.
   - Ahora bien, la iglesia puede fijar p_I=24, Hal & Sons si fija ese precio tendrá utilidades negativas, por lo que la Iglesia podrá fijar entre 20 (su costo marginal) y 24.

Hals Sons

3. Finalmente aplicando la competencia en precio, se tiene que
   - Si es precio es 25 o más, Hal & Sons va a obtener beneficios positivos vendiendo toda la demanda.
   - Así que en el equilibrio si la Iglesia pone un precio p_I mayor o igual a 25 Hal & Sons va a poner $p_H = p_I$.
   - Ahora bien, la iglesia puede fijar p_I=24, Hal & Sons si fija ese precio tendrá utilidades negativas, por lo que la Iglesia podrá fijar entre 20 (su costo marginal) y 24.
   - De este modo el equilibrio de Nash es $(p_H, p_I) = (25, 24)$, pues es lo que maximiza su utilidad dado lo que jugará el otro.

Hals Sons

3. Finalmente aplicando la competencia en precio, se tiene que

- Si es precio es 25 o más, Hal & Sons va a obtener beneficios positivos vendiendo toda la demanda.
- Así que en el equilibrio si la Iglesia pone un precio p_I mayor o igual a 25 Hal & Sons va a poner $p_H = p_I$.
- Ahora bien, la iglesia puede fijar p_I=24, Hal & Sons si fija ese precio tendrá utilidades negativas, por lo que la Iglesia podrá fijar entre 20 (su costo marginal) y 24.
- De este modo el equilibrio de Nash es $(p_H, p_I) = (25, 24)$, pues es lo que maximiza su utilidad dado lo que jugará el otro.
- Ahora bien, si bien con $p_H \leq 25$ Hal & Sons tiene utilidades negativas, si $p_I = p_H - 1$ entonces sigue teniendo utilidades 0, por lo que puede seguir bajando sus precios sin perder utilidades.

Hals Sons

3. Finalmente aplicando la competencia en precio, se tiene que
   - Si es precio es 25 o más, Hal & Sons va a obtener beneficios positivos vendiendo toda la demanda.
   - Así que en el equilibrio si la Iglesia pone un precio p_I mayor o igual a 25 Hal & Sons va a poner $p_H = p_I$.
   - Ahora bien, la iglesia puede fijar p_I=24, Hal & Sons si fija ese precio tendrá utilidades negativas, por lo que la Iglesia podrá fijar entre 20 (su costo marginal) y 24.
   - De este modo el equilibrio de Nash es $(p_H, p_I) = (25, 24)$, pues es lo que maximiza su utilidad dado lo que jugará el otro.
   - Ahora bien, si bien con $p_H \leq 25$ Hal & Sons tiene utilidades negativas, si $p_I = p_H - 1$ entonces sigue teniendo utilidades 0, por lo que puede seguir bajando sus precios sin perder utilidades.
   - Por ende, hay múltiples equilibrios: (21,20), (22,21), (23,22), (24,23) y (25,24). *Hal & Sons no bajará de 21 porque ahí si que tendrá utilidades negativas.*