EN, Competencia de Cournot y Bertrand.

Teoría de Juegos

Ilkilic, Rahmi [1]

[1]Paz Montaño Kerdy
Amante de los perros

[2]Araceli Ramírez
Una muy buena auxiliar

Very Large Auxiliar, Marzo 2021

Table of Contents

Table of Contents

Resumen

Juegos de Forma Normal:

- Jugadores $I = \{1, , ..., n\}$, agentes que toman decisiones.
- Acciones o decisiones para cada jugador (s_i), perfil de acciones S_i para el jugador i $\in I$.
- Pagos para cada jugador i $\in I$, representados por una función de utilidad $u_i(s_i, s_{-i})$, utilidad del jugador i no solo depende de la acción propia sino que también va a depender de la de los rivales.
- Jugadores deciden simultáneamente.

Resumen

Mejor Respuesta:

Para un jugador i, una estrategia $s_i \in S_i$ es una mejor respuesta a la jugada $s_{-i} \in S_{-i}$ si:

$$u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s_i', s_{-i}) \ \forall s_i' \in S_i$$

o equivalentemente

$$\underset{s_i \in S_i}{argmax} \ \ u_i(s_i, s_{-i})$$

Conjunto de acciones que maximicen la utilidad dada la estrategia de los rivales.

Resumen

Estrategia Estrictamente Dominada:

un jugador i $\in I$ tiene una estrategia estrictamente dominada $s_i \in S_i$ si existe $\hat{s}_i \in S_i$ tal que

$$u_i(s_i, s_{-i}) < u_i(\hat{s}_i, s_{-i}), \forall s_{-i} \in S_-i$$

A considerar:

- Dominancia estricta.
- Jugadores racionales, nunca jugaran una EED.
- Jugadores se saben racionales, AD INFINITUM: conocimiento común de la racionalidad.
- Eliminación iterada de Estrategias Estrictamente Dominadas (EIEED).

Resumen

Equilibrio Nash

Un perfil de estrategias $s^* = (s_1^*, s_2^*, ..., s_n^*)$ es un equilibrio Nash si para cada jugador i se cumple que

$$u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i', s_{-i}^*) \ \forall s_i' \in S_i$$

Características:

- Racionalidad: cada jugador i juega su mejor opción (maximiza sus pagos).
- Nadie se arrepiente de la estrategia que elige. Es decir, manteniendo constante las jugadas de los otros jugadores, el jugador no tiene incentivos para desviarse (no obtiene mejores pagos).
- Pueden existir múltiples EN.

Resumen

Como encontrar los EN?

1. Intersección de mejores respuestas.
2. Si s^* es solución EIEED $\Rightarrow s^*$ es un EN.
3. Si s^* es EN $\Rightarrow s^*$ sobrevive el proceso de EIEED.

Resumen

Competencia de Cournot - Cantidad

- Cantidad como variable de decisión
- Modelo estático
- Número fijo de firmas N
- 2 Una vez que las cantidades están determinadas el mercado encuentra el precio de equilibrio
- Demanda, dijo la luli: P(Q)= a - Q, $Q = \sum_i^I q_i$, con $a > c \geq 0$
- Competencia imperfecta: Firmas deciden sobre sus cantidades que afectan el precio.
- Costos: $c_i(q_i) = c \cdot q_i$. Si fuese competencia perfecta tendríamos que *precio =costo marginal, pero este no es el caso ajja, el costo marginal se saca de derivar el costo.
- Utilidades: $u_i(q_i, q_{-i}) = P(q_i + q_{-i}) \cdot q_i - c_i q_i$

Resumen

Competencia de Bertrand - Precios

- Precio como variable de decisión
- Modelo estático con bienes homogéneos
- 2 firmas: i y j (pueden ser más)
- Mismo costo marginal para ambas firmas (pueden haber ejercicios donde no sea así)
- Sin restricciones de capacidad: cada firma suple la demanda entera sin ningún problema
- Competencia imperfecta: Firmas deciden sobre los precios, compitiendo por medio de estos.
- Utilidades: $u_i(q_i, q_{-i}) = P_i \cdot q_i - c_i q_i$
- Paradoja de Bertrand: Firmas venden a costos marginales, resultado eficiente desde la perspectiva de la sociedad, pero no desde la perspectiva de las firmas.

Table of Contents

P1.1 : Eliminación Iterada de Estratégias Estrictamente Dominadas (EIEE)

Calcule todos los equilibrios Nash del juego.

J	**D**	**E**	**F**
A	3,3	10,1	1,2
B	0,1	8,3	4,0
C	5,6	7,1	6,5

P1.1 -EIEED

Solución:

- D $>$ F, independiente de lo que juegue el J1 al J2 le reporta mayor utilidad jugar la estrategia D. Se elimina la EED :E

Solución:

- D $>$ F, independiente de lo que juegue el J1 al J2 le reporta mayor utilidad jugar la estrategia D. Se elimina la EED :E

J	**D**	**E**
A	3,3	10,1
B	0,1	8,3
C	5,6	7,1

Solución:

- D $>$ F, independiente de lo que juegue el J1 al J2 le reporta mayor utilidad jugar la estrategia D. Se elimina la EED :E

J	**D**	**E**
A	3,3	10,1
B	0,1	8,3
C	5,6	7,1

Solución:

- D $>$ F, independiente de lo que juegue el J1 al J2 le reporta mayor utilidad jugar la estrategia D. Se elimina la EED :E

J	**D**	**E**
A	3,3	10,1
B	0,1	8,3
C	5,6	7,1

- A $>$ B, independiente de lo que juegue el J2 (Estrategias restantes) al J1 le reporta mayor utilidad jugar la estrategia A. Se elimina la EED :B

P1.1 -ElEED

Solución:

- D $>$ F, independiente de lo que juegue el J1 al J2 le reporta mayor utilidad jugar la estrategia D. Se elimina la EED :E

J	D	E
A	3,3	10,1
B	0,1	8,3
C	5,6	7,1

- A $>$ B, independiente de lo que juegue el J2 (Estrategias restantes) al J1 le reporta mayor utilidad jugar la estrategia A. Se elimina la EED :B

J	D	E
A	3,3	10,1
C	5,6	7,1

P1.1 -EIEED

Solución:

- D $>$ F, independiente de lo que juegue el J1 al J2 le reporta mayor utilidad jugar la estrategia D. Se elimina la EED :E

J	**D**	**E**
A	3,3	10,1
B	0,1	8,3
C	5,6	7,1

- A $>$ B, independiente de lo que juegue el J2 (Estrategias restantes) al J1 le reporta mayor utilidad jugar la estrategia A. Se elimina la EED :B

J	**D**	**E**
A	3,3	10,1
C	5,6	7,1

P1.1 - EIEED

- D $>$ E, independiente de lo que juegue el J1 (Estrategias restantes) al J2 le reporta mayor utilidad jugar la estrategia D, si el J1 juega A el J2 prefiere 3 sobre 1 y si el J1 juega C el J2 prefiere 6 sobre 1. Se elimina la EED :E

P1.1 - EIEED

- D $>$ E, independiente de lo que juegue el J1 (Estrategias restantes) al J2 le reporta mayor utilidad jugar la estrategia D, si el J1 juega A el J2 prefiere 3 sobre 1 y si el J1 juega C el J2 prefiere 6 sobre 1. Se elimina la EED :E

J	**D**
A	3,3
C	5,6

P1.1 - EIEED

- D $>$ E, independiente de lo que juegue el J1 (Estrategias restantes) al J2 le reporta mayor utilidad jugar la estrategia D, si el J1 juega A el J2 prefiere 3 sobre 1 y si el J1 juega C el J2 prefiere 6 sobre 1. Se elimina la EED :E

J	**D**
A	3,3
C	5,6

- Finalmente el J1 elige la estrategia C dado que es la que le reporta mayor utilidad.

P1.1 - EIEED

- D $>$ E, independiente de lo que juegue el J1 (Estrategias restantes) al J2 le reporta mayor utilidad jugar la estrategia D, si el J1 juega A el J2 prefiere 3 sobre 1 y si el J1 juega C el J2 prefiere 6 sobre 1. Se elimina la EED :E

J	**D**
A	3,3
C	5,6

- Finalmente el J1 elige la estrategia C dado que es la que le reporta mayor utilidad.

J	**D**
C	5,6

P1.1 - EIEED

- D $>$ E, independiente de lo que juegue el J1 (Estrategias restantes) al J2 le reporta mayor utilidad jugar la estrategia D, si el J1 juega A el J2 prefiere 3 sobre 1 y si el J1 juega C el J2 prefiere 6 sobre 1. Se elimina la EED :E

J	**D**
A	3,3
C	5,6

- Finalmente el J1 elige la estrategia C dado que es la que le reporta mayor utilidad.

J	**D**
C	5,6

El Equilibrio de Nash se encuentra dado por:

P1.1 - EIEED

- D $>$ E, independiente de lo que juegue el J1 (Estrategias restantes) al J2 le reporta mayor utilidad jugar la estrategia D, si el J1 juega A el J2 prefiere 3 sobre 1 y si el J1 juega C el J2 prefiere 6 sobre 1. Se elimina la EED :E

J	**D**
A	3,3
C	5,6

- Finalmente el J1 elige la estrategia C dado que es la que le reporta mayor utilidad.

J	**D**
C	5,6

El Equilibrio de Nash se encuentra dado por:

$$EN = \{(C, D)\}$$

P 1.2 - Función de mejor respuesta (BR).

Hay dos jugadores. Cada jugador elige un número entero entre 1 y 3, es decir, para cada jugador i, su conjunto de estrategias es $S_i = \{1, 2, 3\}$. Es un juego simétrico y podemos escribir los pagos del jugador 1 como:

$$u_1(s_1, s_2) = \begin{cases} s_2 & \text{si } s_1 \leq s_2 \\ s_1 & \text{si } s_1 = s_2 \\ \frac{3}{5}s_1 & \text{si } s_1 \geq s_2 \end{cases} \tag{1}$$

- Modele la situación como un juego en forma normal y escriba la matriz de pagos.
- Encuentre todos los EN en puras del juego.

P 1.2 (a)

Escribimos el juego en formal normal:

P 1.2 (a)

Escribimos el juego en formal normal:

Jugadores $i \in I = \{1, 2\}$

P 1.2 (a)

Escribimos el juego en formal normal:

Jugadores $i \in I = \{1, 2\}$

Estrategias $S_i = \{1, 2, 3\} \quad \forall i \in I$

P 1.2 (a)

Escribimos el juego en formal normal:

Jugadores $i \in I = \{1, 2\}$

Estrategias $S_i = \{1, 2, 3\} \quad \forall i \in I$

Matriz de pagos:

P 1.2 (a)

Escribimos el juego en formal normal:

Jugadores $i \in I = \{1, 2\}$

Estrategias $S_i = \{1, 2, 3\} \quad \forall i \in I$

Matriz de pagos:

P 1.2 (a)

Escribimos el juego en formal normal:

Jugadores $i \in I = \{1, 2\}$

Estrategias $S_i = \{1, 2, 3\} \quad \forall i \in I$

Matriz de pagos:

J	**1**	**2**	**3**
1	1,1	$2, \frac{6}{5}$	$3, \frac{9}{5}$
2	$\frac{6}{5}$,2	2,2	$3, \frac{9}{5}$
3	$\frac{9}{5}, 3$	$\frac{9}{5}, 3$	3,3

P 1.2 (a)

Escribimos el juego en formal normal:

Jugadores $i \in I = \{1, 2\}$

Estrategias $S_i = \{1, 2, 3\} \quad \forall i \in I$

Matriz de pagos:

J	**1**	**2**	**3**
1	1,1	$2, \frac{6}{5}$	$3, \frac{9}{5}$
2	$\frac{6}{5}$,2	2,2	$3, \frac{9}{5}$
3	$\frac{9}{5}, 3$	$\frac{9}{5}, 3$	3,3

P 1.2 - b)

Encontramos los EN del juego:

P 1.2 - b)

Encontramos los EN del juego:

J	**1**	**2**	**3**
1	$1,1$	$\underline{2}, \frac{6}{5}$	$\underline{3}, \underline{\frac{9}{5}}$
2	$\frac{6}{5}, \underline{2}$	$\underline{2}, \underline{2}$	$\underline{3}, \frac{9}{5}$
3	$\underline{\frac{9}{5}}, \underline{3}$	$\frac{9}{5}, \underline{3}$	$\underline{3}, \underline{3}$

P 1.2 - b)

Encontramos los EN del juego:

J	**1**	**2**	**3**
1	$1,1$	$\underline{2}, \frac{6}{5}$	$\underline{3}, \underline{\frac{9}{5}}$
2	$\frac{6}{5}, \underline{2}$	$\underline{2}, \underline{2}$	$\underline{3}, \frac{9}{5}$
3	$\underline{\frac{9}{5}}, \underline{3}$	$\frac{9}{5}, \underline{3}$	$\underline{3}, \underline{3}$

$$EN = \{(1,3),(2,2),(3,1),(3,3)\}$$

P 1.3 - Dominancia Débil.

Calcule los Equilibrios de Nash para el siguiente juego

J	**L**	**R**
U	1,1	0,0
D	0,0	0,0

P 1.3 - Dominancia Débil.

Calcule los Equilibrios de Nash para el siguiente juego

J	**L**	**R**
U	1,1	0,0
D	0,0	0,0

Definición: Dominancia Débil

Una estrategia $s_i \in S_i$ esta débilmente dominada si $\exists\ \hat{s}_i \in S_i$ tal que:

$$u_i(s_i, s_{-i}) \leq u_i(\hat{s}_i, s_{-i}), \forall s_{-i} \in S_-i$$

y ademas $\exists\ s_{-i} \in S_{-i}$ tal que:

$$u_i(s_i, s_{-i}) < u_i(\hat{s}_i, s_{-i})$$

P 1.3 - Dominancia Débil.

J	**L**	**R**
U	1,1	0,0
D	0,0	0,0

P 1.3 - Dominancia Débil.

J	L	R
U	1,1	0,0
D	0,0	0,0

Si nos fijamos en el J1, cuando el jugador 2 juga L , el jugador 1 obtiene pagos de 1 si juega la estrategia U y 0 si juega la estrategia D, por lo que existe un $s_{-i} \in S_{-i}$ tal que:

$$u_i(s_i, s_{-i}) < u_i(\hat{s}_i, s_{-i})$$

, no obstate cuando el jugador 2 juega R el jugador 1 no prefiere ninguan estrategía por sobre la otra dado que ambas le reportan la misma utilidad, gana 0 en ambos casos, por lo que podemos decir que la estrategía U domina levemente a la estrategía D.

P 1.3 - Dominancia Débil.

- No podemos eliminar la estrategia D dado que no es una estrategia estrictamente dominada, dado que es un juego simetrico el jugador 2 tampoco posee estrategias estrictamente domindaas y para encontrar el equilibrio de nash se debe **análizar la intersección de mejores respuestas.**

P 1.3 - Dominancia Débil.

- No podemos eliminar la estrategia D dado que no es una estrategia estrictamente dominada, dado que es un juego simetrico el jugador 2 tampoco posee estrategias estrictamente domindaas y para encontrar el equilibrio de nash se debe **análizar la intersección de mejores respuestas.**

J	**L**	**R**
U	$\underline{1},\underline{1}$	$\underline{0},0$
D	$0,\underline{0}$	$\underline{0},\underline{0}$

P 1.3 - Dominancia Débil.

- No podemos eliminar la estrategia D dado que no es una estrategia estrictamente dominada, dado que es un juego simetrico el jugador 2 tampoco posee estrategias estrictamente domindaas y para encontrar el equilibrio de nash se debe **análizar la intersección de mejores respuestas.**

J	**L**	**R**
U	$\underline{1},\underline{1}$	$\underline{0},0$
D	$0,\underline{0}$	$\underline{0},\underline{0}$

$$EN = \{(\text{U,L}),(\text{D,R})\}$$

P 1.4 - Función de mejor Respuesta.

Dos estudiantes, Ignacio y Vicente, deciden simultáneamente cuánto estudiar $e_i \in [0, 1]$. Las funciones de utilidad de los estudiantes son:

$$u_1(e) = ln(1 + 3e_1 - e_2) - e_1, \quad u_2(e) = ln(1 + 3e_2 - e_1) - e_2$$

El término negativo de la utilidad de Ignacio refleja el costo de oportunidad del tiempo dedicado al estudio posiblemente usado para jugar Among Us, mientras que el término positivo refleja los beneficios de estudiar sobre la nota considerando que mientras más estudie el otro estudiante (Vicente) menor será la nota propia (asumiendo que la escala de notas se ajusta).

1. Encuentre la función de mejor respuesta del jugador 1. Encuentre todos los EN del juego.

P 1.4- Función de mejor respuesta

2. Sea $e = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$. Muestre que cada uno de los jugadores prefiere el perfil e por sobre el perfil encontrado en a. Explique por qué los jugadores están mejor esforzándose menos que en el EN. Discuta además por qué el perfil $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ no es sostenible en un EN.
3. Suponga ahora que el costo de del tiempo de Ignacio es más alto, dado que quiere dedicarle tiempo a su pareja, de modo que su función de utilidad es

$$v_1(e) = ln(1 + 3e_1 - e_2) - (1 + \alpha)e_1$$

donde $\alpha \geq 0$. La función de utilidad de Vicente no cambia, asuma que esta soltero. Grafique las nuevas funciones de mejor respuesta y explique, sin hacer cálculos, cómo se compara el nuevo EN con la solución encontrada en (a). Discuta

(a) Encuentre la función de mejor respuesta de Ignacio. Encuentre todos los EN del juego.

P1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

(a) Encuentre la función de mejor respuesta de Ignacio. Encuentre todos los EN del juego.

Para econtrar la función de mejor respuesta debemos optimizar nuestra elección en función de lo que elige el otro jugador:

P1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

(a) Encuentre la función de mejor respuesta de Ignacio. Encuentre todos los EN del juego.

Para econtrar la función de mejor respuesta debemos optimizar nuestra elección en función de lo que elige el otro jugador:

$$e \in \underset{e_1}{argamax} u(e) = ln(1 + 3e_1 - e_2) - e_1$$

Imponemos las condiciones de primer orden:

P1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

(a) Encuentre la función de mejor respuesta de Ignacio. Encuentre todos los EN del juego.

Para econtrar la función de mejor respuesta debemos optimizar nuestra elección en función de lo que elige el otro jugador:

$$e \in \underset{e_1}{argamax} u(e) = ln(1 + 3e_1 - e_2) - e_1$$

Imponemos las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial u}{\partial e_1} = \frac{1}{1 + 3e_1 - e_2} * 3 - 1 = 0$$

P1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

(a) Encuentre la función de mejor respuesta de Ignacio. Encuentre todos los EN del juego.

Para econtrar la función de mejor respuesta debemos optimizar nuestra elección en función de lo que elige el otro jugador:

$$e \in \underset{e_1}{argamax} u(e) = ln(1 + 3e_1 - e_2) - e_1$$

Imponemos las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial u}{\partial e_1} = \frac{1}{1 + 3e_1 - e_2} * 3 - 1 = 0$$

Por lo que obtenemos la función de mejor respuesta:

P1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

(a) Encuentre la función de mejor respuesta de Ignacio. Encuentre todos los EN del juego.
Para econtrar la función de mejor respuesta debemos optimizar nuestra elección en función de lo que elige el otro jugador:

$$e \in \underset{e_1}{argamax} u(e) = ln(1 + 3e_1 - e_2) - e_1$$

Imponemos las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial u}{\partial e_1} = \frac{1}{1 + 3e_1 - e_2} * 3 - 1 = 0$$

Por lo que obtenemos la función de mejor respuesta:

$$e_1 = BR(e_2) = \frac{2 + e_2}{3}$$

P1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

(a) Encuentre la función de mejor respuesta de Ignacio. Encuentre todos los EN del juego.
Para econtrar la función de mejor respuesta debemos optimizar nuestra elección en función de lo que elige el otro jugador:

$$e \in \underset{e_1}{argamax} u(e) = ln(1 + 3e_1 - e_2) - e_1$$

Imponemos las condiciones de primer orden:

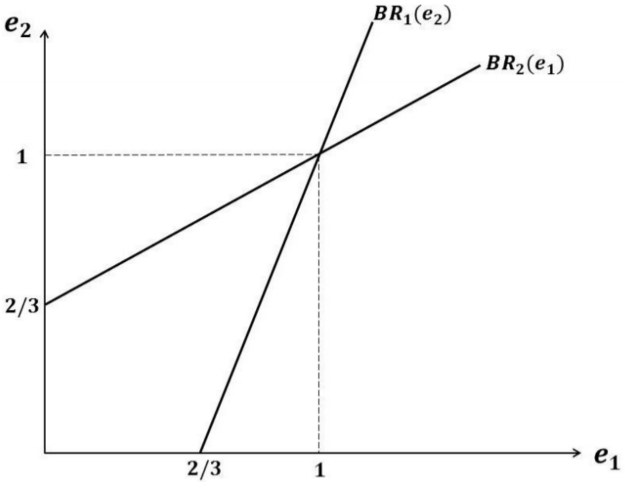
$$\frac{\partial u}{\partial e_1} = \frac{1}{1 + 3e_1 - e_2} * 3 - 1 = 0$$

Por lo que obtenemos la función de mejor respuesta:

$$e_1 = BR(e_2) = \frac{2 + e_2}{3}$$

Análogamente, para el jugador 2 (Vicente) tenemos que:
$e_2 = BR(e_1) = \frac{2+e_1}{3}$

Y esto se vería gráficamente así:



P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Para encontrar el EN tenemos 2 opciones:

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Para encontrar el EN tenemos 2 opciones:

1. Reemplazar en las funciones de mejor respuesta ya que el EN es la intersección de las funciones de mejor respuesta:

$$e_1 = BR(e_2) = \frac{2 + e_2}{3}$$

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Para encontrar el EN tenemos 2 opciones:

1. Reemplazar en las funciones de mejor respuesta ya que el EN es la intersección de las funciones de mejor respuesta:

$$e_1 = BR(e_2) = \frac{2 + e_2}{3}$$

$$= \frac{2 + \frac{2+e_1}{3}}{3} = 1$$

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Para encontrar el EN tenemos 2 opciones:

1. Reemplazar en las funciones de mejor respuesta ya que el EN es la intersección de las funciones de mejor respuesta:

$$e_1 = BR(e_2) = \frac{2 + e_2}{3}$$

$$= \frac{2 + \frac{2+e_1}{3}}{3} = 1$$

$$e_2 = 1$$

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Para encontrar el EN tenemos 2 opciones:

1. Reemplazar en las funciones de mejor respuesta ya que el EN es la intersección de las funciones de mejor respuesta:

$$e_1 = BR(e_2) = \frac{2 + e_2}{3}$$

$$= \frac{2 + \frac{2+e_1}{3}}{3} = 1$$

$$e_2 = 1$$

2. Como el juego es simétrico, imponemos $e_1 = e_2$ por lo que tenemos que

$$e_1 = \frac{2 + e_1}{3}$$

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Para encontrar el EN tenemos 2 opciones:

1. Reemplazar en las funciones de mejor respuesta ya que el EN es la intersección de las funciones de mejor respuesta:

$$e_1 = BR(e_2) = \frac{2+e_2}{3}$$

$$= \frac{2+\frac{2+e_1}{3}}{3} = 1$$

$$e_2 = 1$$

2. Como el juego es simétrico, imponemos $e_1 = e_2$ por lo que tenemos que

$$e_1 = \frac{2+e_1}{3}$$

$$e_1 = e_2 = 1$$

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Para encontrar el EN tenemos 2 opciones:

1. Reemplazar en las funciones de mejor respuesta ya que el EN es la intersección de las funciones de mejor respuesta:

$$e_1 = BR(e_2) = \frac{2+e_2}{3}$$

$$= \frac{2+\frac{2+e_1}{3}}{3} = 1$$

$$e_2 = 1$$

2. Como el juego es simétrico, imponemos $e_1 = e_2$ por lo que tenemos que

$$e_1 = \frac{2+e_1}{3}$$

$$e_1 = e_2 = 1$$

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Luego el único EN es $EN = (1, 1)$

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Luego el único EN es $EN = (1, 1)$

(b) Sea $e = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$. Muestre que cada uno de los jugadores prefiere el perfil e por sobre el perfil encontrado en a. Explique por qué los jugadores están mejor esforzándose menos que en el EN. Discuta además por qué el perfil $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ no es sostenible en un EN.

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Luego el único EN es $EN = (1, 1)$

(b) Sea $e = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$. Muestre que cada uno de los jugadores prefiere el perfil e por sobre el perfil encontrado en a. Explique por qué los jugadores están mejor esforzándose menos que en el EN. Discuta además por qué el perfil $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ no es sostenible en un EN.

Para ver si es mejor opción para un jugador hay que ver

$$u(e = (1, 1)) >< u(e = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}))$$

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Luego el único EN es $EN = (1, 1)$
(b) Sea $e = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$. Muestre que cada uno de los jugadores prefiere el perfil e por sobre el perfil encontrado en a. Explique por qué los jugadores están mejor esforzándose menos que en el EN. Discuta además por qué el perfil $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ no es sostenible en un EN.

Para ver si es mejor opción para un jugador hay que ver

$$u(e = (1, 1)) >< u(e = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}))$$

Evaluando...

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Luego el único EN es $EN = (1, 1)$

(b) Sea $e = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$. Muestre que cada uno de los jugadores prefiere el perfil e por sobre el perfil encontrado en a. Explique por qué los jugadores están mejor esforzándose menos que en el EN. Discuta además por qué el perfil $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ no es sostenible en un EN.

Para ver si es mejor opción para un jugador hay que ver

$$u(e = (1, 1)) >< u(e = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}))$$

Evaluando...

$$u(e = (1, 1)) = ln(1 + 3 * 1 - 1) - 1 = ln(3) - 1$$

Luego el único EN es $EN = (1,1)$

(b) Sea $e = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$. Muestre que cada uno de los jugadores prefiere el perfil e por sobre el perfil encontrado en a. Explique por qué los jugadores están mejor esforzándose menos que en el EN. Discuta además por qué el perfil $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ no es sostenible en un EN.

Para ver si es mejor opción para un jugador hay que ver

$$u(e = (1,1)) >< u(e = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}))$$

Evaluando...

$$u(e = (1,1)) = ln(1 + 3 * 1 - 1) - 1 = ln(3) - 1$$

$$u(e = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})) = ln(1 + 3 * \frac{1}{2} - \frac{1}{2}) - \frac{1}{2} = ln(2) - \frac{1}{2}$$

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Imponemos lo que nos dice el enunciado y llegamos a una verdad:

$$ln(3) - 1 < ln(2) - \frac{1}{2}$$

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Imponemos lo que nos dice el enunciado y llegamos a una verdad:

$$ln(3) - 1 < ln(2) - \frac{1}{2}$$

$$ln(3) - ln(2) < \frac{1}{2}$$

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Imponemos lo que nos dice el enunciado y llegamos a una verdad:

$$ln(3) - 1 < ln(2) - \frac{1}{2}$$

$$ln(3) - ln(2) < \frac{1}{2}$$

$$ln(\frac{3}{2}) < \frac{1}{2}$$

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Imponemos lo que nos dice el enunciado y llegamos a una verdad:

$$ln(3) - 1 < ln(2) - \frac{1}{2}$$

$$ln(3) - ln(2) < \frac{1}{2}$$

$$ln(\frac{3}{2}) < \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{2} < e^{\frac{1}{2}}$$

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Imponemos lo que nos dice el enunciado y llegamos a una verdad:

$$ln(3) - 1 < ln(2) - \frac{1}{2}$$

$$ln(3) - ln(2) < \frac{1}{2}$$

$$ln(\frac{3}{2}) < \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{2} < e^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{9}{4} < e \sim 2.718$$

Finalmente, podemos concluir que efectivamente Ignancio M y Vicente F prefieren el perfil $e = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ donde estudian menos, de esta forma ignacio le podría dedicar más tiempo al Among Us y un poco de tiempo a su pareja y Vicente estudiar un poco menos.

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Entonces por qué $e = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ no es EN?

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Entonces por qué $e = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ no es EN?

Porque los jugadores tienen incentivos a desviarse, es decir, si el otro jugador juega $e_2 = \frac{1}{2}$ entonces prefiero jugar algo distinto a $e_1 = \frac{1}{2}$.

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Entonces por qué $e = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ no es EN?

Porque los jugadores tienen incentivos a desviarse, es decir, si el otro jugador juega $e_2 = \frac{1}{2}$ entonces prefiero jugar algo distinto a $e_1 = \frac{1}{2}$. Si lo vemos en la función de mejor respuesta:

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Entonces por qué $e = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ no es EN?

Porque los jugadores tienen incentivos a desviarse, es decir, si el otro jugador juega $e_2 = \frac{1}{2}$ entonces prefiero jugar algo distinto a $e_1 = \frac{1}{2}$.
Si lo vemos en la función de mejor respuesta:

$$e_1 = BR(e_2) = \frac{2 + \frac{1}{2}}{3} = \frac{5}{6}$$

que entrega utilidad mayor a $e_1 = \frac{1}{2}$

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

(c) Suponga ahora que el costo de del tiempo de Ignacio es más alto, dado que le quiere dedicar más tiempo a su pareja, de modo que su función de utilidad es

$$v_1(e) = ln(1 + 3e_1 - e_2) - (1 + \alpha)e_1$$

donde $\alpha \geq 0$. La función de utilidad del jugador 2 no cambia, asuma que Vicente esta soltero. Grafique las nuevas funciones de mejor respuesta y explique, sin hacer cálculos, cómo se compara el nuevo EN con la solución encontrada en (a). Discuta

(c) Suponga ahora que el costo de del tiempo de Ignacio es más alto, dado que le quiere dedicar más tiempo a su pareja, de modo que su función de utilidad es

$$v_1(e) = ln(1 + 3e_1 - e_2) - (1 + \alpha)e_1$$

donde $\alpha \geq 0$. La función de utilidad del jugador 2 no cambia, asuma que Vicente esta soltero. Grafique las nuevas funciones de mejor respuesta y explique, sin hacer cálculos, cómo se compara el nuevo EN con la solución encontrada en (a). Discuta

Solución:

1. Volvemos a encontrar la función de mejor respuesta para el jugador 1 (el del jugador 2 se mantiene igual):

Solución:

1. Volvemos a encontrar la función de mejor respuesta para el jugador 1 (el del jugador 2 se mantiene igual):

$$e \in \underset{e_1}{argamax} u(e) = ln(1 + 3 * e_1 - e_2) - (1 + \alpha)e_1$$

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Solución:

1. Volvemos a encontrar la función de mejor respuesta para el jugador 1 (el del jugador 2 se mantiene igual):

$$e \in \underset{e_1}{argamax} u(e) = ln(1 + 3 * e_1 - e_2) - (1 + \alpha)e_1$$

2. Imponemos las condiciones de primer orden:

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Solución:

1. Volvemos a encontrar la función de mejor respuesta para el jugador 1 (el del jugador 2 se mantiene igual):

$$e \in \underset{e_1}{argamax} u(e) = ln(1 + 3 * e_1 - e_2) - (1 + \alpha)e_1$$

2. Imponemos las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial u}{\partial e_1} = \frac{1}{1 + 3e_1 - e_2} * 3 - (1 + \alpha) = 0$$

3. Por lo que obtenemos la función de mejor respuesta:

$$e_1 = BR(e_2) = \frac{1}{3}\left(\frac{3}{1 + \alpha} + e_2 - 1\right)$$

Algo que decir:
Función de mejor respuesta de Ignacio cambia dado que tiene más costos, desplazando la curva hacia la izquierda, el EN para Ignacio cambia al igual que el EN de Vicente, no obstante este jugador se mantiene la misma función de utilidad que en la parte b). Esto se debe a que la utilidad de cada jugador no solo depende de la acción propia sino de la acción de los rivales y dado que el jugador 1 ya no va a ser tan esforzado por que tiene un costo mayor, el jugador 2 tiene conocimiento de esto y no va a estudiar para el 70 sino que para el 60, dado así llega a ser la nota máxima.

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Algo que decir:
Función de mejor respuesta de Ignacio cambia dado que tiene más costos, desplazando la curva hacia la izquierda, el EN para Ignacio cambia al igual que el EN de Vicente, no obstante este jugador se mantiene la misma función de utilidad que en la parte b). Esto se debe a que la utilidad de cada jugador no solo depende de la acción propia sino de la acción de los rivales y dado que el jugador 1 ya no va a ser tan esforzado por que tiene un costo mayor, el jugador 2 tiene conocimiento de esto y no va a estudiar para el 70 sino que para el 60, dado así llega a ser la nota máxima.
Si se tiene una función continua:

1. Función de mejor Respuesta: Escribir la utilidad de un jugador

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Algo que decir:
Función de mejor respuesta de Ignacio cambia dado que tiene más costos, desplazando la curva hacia la izquierda, el EN para Ignacio cambia al igual que el EN de Vicente, no obstante este jugador se mantiene la misma función de utilidad que en la parte b). Esto se debe a que la utilidad de cada jugador no solo depende de la acción propia sino de la acción de los rivales y dado que el jugador 1 ya no va a ser tan esforzado por que tiene un costo mayor, el jugador 2 tiene conocimiento de esto y no va a estudiar para el 70 sino que para el 60, dado así llega a ser la nota máxima.
Si se tiene una función continua:

1. Función de mejor Respuesta: Escribir la utilidad de un jugador
2. Aplicar la condición de optimalidad

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Algo que decir:

Función de mejor respuesta de Ignacio cambia dado que tiene más costos, desplazando la curva hacia la izquierda, el EN para Ignacio cambia al igual que el EN de Vicente, no obstante este jugador se mantiene la misma función de utilidad que en la parte b). Esto se debe a que la utilidad de cada jugador no solo depende de la acción propia sino de la acción de los rivales y dado que el jugador 1 ya no va a ser tan esforzado por que tiene un costo mayor, el jugador 2 tiene conocimiento de esto y no va a estudiar para el 70 sino que para el 60, dado así llega a ser la nota máxima.

Si se tiene una función continua:

1. Función de mejor Respuesta: Escribir la utilidad de un jugador
2. Aplicar la condición de optimalidad
3. Realizar la intersección de estas mejores respuestas

P 1.4 - Ignacio Moreno v/s Vicente Funenzalida

Algo que decir:

Función de mejor respuesta de Ignacio cambia dado que tiene más costos, desplazando la curva hacia la izquierda, el EN para Ignacio cambia al igual que el EN de Vicente, no obstante este jugador se mantiene la misma función de utilidad que en la parte b). Esto se debe a que la utilidad de cada jugador no solo depende de la acción propia sino de la acción de los rivales y dado que el jugador 1 ya no va a ser tan esforzado por que tiene un costo mayor, el jugador 2 tiene conocimiento de esto y no va a estudiar para el 70 sino que para el 60, dado así llega a ser la nota máxima.

Si se tiene una función continua:

1. Función de mejor Respuesta: Escribir la utilidad de un jugador
2. Aplicar la condición de optimalidad
3. Realizar la intersección de estas mejores respuestas
4. Escribir el equilibrio de Nash

Table of Contents

P2: Cournot

Existen 3 firmas en un mercado A,B,C compitiendo a la Cournot en un mercado con demanda inversa $P = 15 - Q$. Cada firma decide cuanto producir. Los costos marginales de cada firma son $MC_A = 1, MC_B = 2, MC_C = 3$. Encuentre el precio de equilibrio y las utilidades de las firmas.

P2: Cournot

Modelamos el juego Cournot:

- Jugadores: firmas $i \in I = \{A, B, C\}$

P2: Cournot

Modelamos el juego Cournot:

- Jugadores: firmas $i \in I = \{A, B, C\}$
- Firmas eligen cantidades $q_i \in R_+$

P2: Cournot

Modelamos el juego Cournot:

- Jugadores: firmas $i \in I = \{A, B, C\}$
- Firmas eligen cantidades $q_i \in R_+$
- Demanda, dijo la luli: P(Q)= a - Q, $Q = q_1 + q_2 + q_3$, con $a > c \geq 0$

P2: Cournot

Modelamos el juego Cournot:

- Jugadores: firmas $i \in I = \{A, B, C\}$
- Firmas eligen cantidades $q_i \in R_+$
- Demanda, dijo la luli: P(Q)= a - Q, $Q = q_1 + q_2 + q_3$, con $a > c \geq 0$
- Competencia imperfecta: Firmas deciden sobre sus cantidades que afectan el precio.

P2: Cournot

Modelamos el juego Cournot:

- Jugadores: firmas $i \in I = \{A, B, C\}$
- Firmas eligen cantidades $q_i \in R_+$
- Demanda, dijo la luli: P(Q)= a - Q, $Q = q_1 + q_2 + q_3$, con $a > c \geq 0$
- Competencia imperfecta: Firmas deciden sobre sus cantidades que afectan el precio.
- Costos: $c_i(q_i) = c \cdot q_i$. Si fuese competencia perfecta tendríamos que *precio =costo marginal, pero este no es el caso ajja, el costo marginal se saca de derivar el costo.
- Utilidades: $u_i(q_i, q_{-i}) = P(q_i + q_{-i}) \cdot q_i - c_i q_i$

P2: Cournot

Modelamos el juego Cournot:

- Jugadores: firmas $i \in I = \{A, B, C\}$
- Firmas eligen cantidades $q_i \in R_+$
- Demanda, dijo la luli: P(Q)= a - Q, $Q = q_1 + q_2 + q_3$, con $a > c \geq 0$
- Competencia imperfecta: Firmas deciden sobre sus cantidades que afectan el precio.
- Costos: $c_i(q_i) = c \cdot q_i$. Si fuese competencia perfecta tendríamos que *precio =costo marginal, pero este no es el caso ajja, el costo marginal se saca de derivar el costo.
- Utilidades: $u_i(q_i, q_{-i}) = P(q_i + q_{-i}) \cdot q_i - c_i q_i$
- Utilidades de las firmas: $u_i(q_i, q_{-i}) = (15 - Q)q_i - c_i q_i$

P2: Cournot

Encontramos las funciones de mejor respuesta para cada firmas:

P2: Cournot

Encontramos las funciones de mejor respuesta para cada firmas:

$$max \quad u_i = (15 - Q)q_i - c_i q_i = (15 - q_i - q_j - q_k)q_i - c_i q_i$$

P2: Cournot

Encontramos las funciones de mejor respuesta para cada firmas:

$$max \quad u_i = (15 - Q)q_i - c_i q_i = (15 - q_i - q_j - q_k)q_i - c_i q_i$$

Escribimos la condición de primer orden:

P2: Cournot

Encontramos las funciones de mejor respuesta para cada firmas:

$$max \quad u_i = (15 - Q)q_i - c_i q_i = (15 - q_i - q_j - q_k)q_i - c_i q_i$$

Escribimos la condición de primer orden:

$$\frac{\partial u_i}{\partial q_i} = 15 - 2q_i - q_j - q_k - c_i = 0$$

P2: Cournot

Encontramos las funciones de mejor respuesta para cada firmas:

$$max \quad u_i = (15 - Q)q_i - c_i q_i = (15 - q_i - q_j - q_k)q_i - c_i q_i$$

Escribimos la condición de primer orden:

$$\frac{\partial u_i}{\partial q_i} = 15 - 2q_i - q_j - q_k - c_i = 0$$

$$\Rightarrow q_i = \frac{15 - q_j - q_k - c_i}{2}$$

P2: Cournot

Encontramos las funciones de mejor respuesta para cada firmas:

$$max \quad u_i = (15 - Q)q_i - c_i q_i = (15 - q_i - q_j - q_k)q_i - c_i q_i$$

Escribimos la condición de primer orden:

$$\frac{\partial u_i}{\partial q_i} = 15 - 2q_i - q_j - q_k - c_i = 0$$

$$\Rightarrow q_i = \frac{15 - q_j - q_k - c_i}{2}$$

Luego para cada firma en particular:

P2: Cournot

Encontramos las funciones de mejor respuesta para cada firmas:

$$max \quad u_i = (15 - Q)q_i - c_i q_i = (15 - q_i - q_j - q_k)q_i - c_i q_i$$

Escribimos la condición de primer orden:

$$\frac{\partial u_i}{\partial q_i} = 15 - 2q_i - q_j - q_k - c_i = 0$$

$$\Rightarrow q_i = \frac{15 - q_j - q_k - c_i}{2}$$

Luego para cada firma en particular:

$$q_A = \frac{15 - q_B - q_C - 1}{2}$$

$$q_B = \frac{15 - q_A - q_C - 2}{2}$$

$$q_C = \frac{15 - q_A - q_B - 3}{2}$$

P2: Cournot

Intersectamos las funciones de mejor respuesta para encontrar el EN. En este caso sumamos para encontrar el precio:

P2: Cournot

Intersectamos las funciones de mejor respuesta para encontrar el EN. En este caso sumamos para encontrar el precio:

$$q_A + q_B + q_C = \frac{3 * 15 - 2(q_A + q_B + q_C) - 6}{2}$$

P2: Cournot

Intersectamos las funciones de mejor respuesta para encontrar el EN. En este caso sumamos para encontrar el precio:

$$q_A + q_B + q_C = \frac{3 * 15 - 2(q_A + q_B + q_C) - 6}{2}$$

$$\Rightarrow q_A + q_B + q_C = \frac{39}{4} \qquad p^* = \frac{21}{4}$$

Luego, podemos despejar para cada firma en específico dado que tenemos 3 ecuaciónes y 3 incognitas, **Utilizen Symbolab ! para chequear sus respuestas, no sea pavaroti**:

P2: Cournot

Intersectamos las funciones de mejor respuesta para encontrar el EN. En este caso sumamos para encontrar el precio:

$$q_A + q_B + q_C = \frac{3 * 15 - 2(q_A + q_B + q_C) - 6}{2}$$

$$\Rightarrow q_A + q_B + q_C = \frac{39}{4} \qquad p^* = \frac{21}{4}$$

Luego, podemos despejar para cada firma en específico dado que tenemos 3 ecuaciónes y 3 incognitas, **Utilizen Symbolab ! para chequear sus respuestas, no sea pavaroti**:

$$q_A = \frac{17}{4} \quad q_B = \frac{13}{4} \quad q_C = \frac{9}{4}$$

Con eso podemos despejar las utilidades:

$$u_A = \left(\frac{17}{4}\right)^2 \quad u_B = \left(\frac{13}{4}\right)^2 \quad u_C = \left(\frac{9}{4}\right)^2$$

Table of Contents