

CONTEO



Auxiliar: Pablo Ubilla Pavez
pabloubilla1998@gmail.com

Definición clásica de Probabilidad: Si en un experimento, todos los posibles resultados (elementos de Ω) son igualmente probables; entonces, la probabilidad de un evento $A \subset \Omega$ es la cardinalidad de A dividido por la cardinalidad de Ω (“Casos favorables divididos en casos totales posibles”):

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

Conteos:

1. Muestreo ordenado con reemplazo $n \cdot n \cdot n \cdots n = n^k$

Ejemplo: n° de 3 cifras $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$

2. Muestreo ordenado sin reemplazo $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$

Ejemplo: 5 personas
 fila de 3 $5 \cdot 4 \cdot 3 = \frac{5!}{2!}$

3. Muestreo no-ordenado sin reemplazo $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$

Ejemplo: 5 personas
 grupos de 3 $\binom{5}{3} = \frac{5!}{3! \cdot 2!}$

4. “Muestreo” (conteo) no-ordenado con reemplazo $\binom{n+k-1}{k}$

Domino: 7 números
 2 x pieza $\binom{8}{2}$

Es un viernes por la tarde y usted con sus 3 amigos quieren entretenerse con el nuevo juego online: *Super Buxef Adventures*. Este juego cuenta con 20 personajes distintivos que colaboraran juntos para resolver problemas de combinatoria. Cada persona elige un personaje (se pueden repetir).

- ¿Cuántos equipos distintos se pueden formar si no importa quién eligió cada personaje? Si la elección fuese al azar: ¿todos estos equipos son igual de probables?
- Considere que hay 3 personajes icónicos: *El Rusio*, *La Mona* y *Gorbea* ¿Cual es la probabilidad de que se forme un equipo con al menos uno de estos personajes si la selección de personajes se realiza secuencialmente y al azar?
- Usted y sus amigos son tan buenos jugando este juego que deciden organizar un torneo, en el que se inscriben 5 equipos. Como organizadores de este, ponen en las reglas que no se pueden repetir los personajes y los equipos seleccionan según su número de inscripción (ustedes eligen primero al ser los organizadores) ¿Cuántas configuraciones posibles existen si los equipos son distinguibles, pero no los jugadores?

a) 20 personajes ; 4 jugadores
no ordenado - con reemplazo

$$n = 20 \quad K = 4$$

$$\text{total equipos} = \binom{20+4-1}{4} = \binom{23}{4} = 8855 //$$

- no son equiprobables, al considerar orden obtenemos eventos equiprobables.

Ejemplo: consideremos estos dos personajes: Luigi y Mario

Vemos que el evento {L,M,M,M} no tiene la misma probabilidad que {L,L,L,L}.

El primer caso está asociado a 4 eventos al considerar orden:

(L,L,L,M) (L,L,M,L) (L,M,L,L) (M,L,L,L)

En cambio el segundo caso está asociado a solo un evento al considerar orden.

(L,L,L,L)

Por esto es importante distinguir entre eventos en que solo nos importa la cantidad { };

Y eventos en que nos importa el orden ()

$$b) P(A) = \frac{|A|}{|R|}$$

A^c : no aparece ningún p. icónico
(son 3 p. icónicos)

$$P(A^c) = \frac{|A^c|}{|R|} = \frac{17^4}{20^4} = \left(\frac{17}{20}\right)^4 = 0,522$$

$$P(A^c) = \frac{|A^c| = 17^4}{|S| = 20^4} = \left(\frac{17}{20}\right)^4 = 0,522$$

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - 0,522 = 0,478 //$$

c) 5 equipos; no hay reemplazo;

$$\text{total configuraciones} = \binom{20}{4} \binom{16}{4} \binom{12}{4} \binom{8}{4} \binom{4}{4}$$

$$= \frac{20!}{\cancel{16!} 4!} \frac{\cancel{16!}}{\cancel{12!} 4!} \frac{\cancel{12!}}{\cancel{8!} 4!} \frac{\cancel{8!}}{\cancel{4!} 4!} \frac{\cancel{4!}}{4!0!} = \frac{20!}{4!^5}$$

$$= \binom{20}{4,4,4,4,4} = \mathbf{30554023500}$$

son muchas!!
◻

Suponga que trabaja en el Registro Civil y le encomiendan calcular cuantas patentes de auto pueden existir teóricamente. El formato actual consiste en 4 letras y 2 números, (BBBB-10). Para armar estas, se utilizan 18 letras (B, C, D, F, G, H, J, K, L, P, R, S, T, V, W, X, Y, Z.) y los números empiezan desde 10 y terminan en 99. Es el año 2050 y ya se han entregado todas las patentes posibles (e increíblemente, todos esos vehículos están en circulación).

- (a) ¿Cuál es la cantidad total de patentes que existen?
- (b) Si se escoge un vehículo al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que su patente tenga todos los números y letras diferentes?

Recuerde eso si, que antes de este sistema patentes, existía el formato de 2 letras y 4 números. En este caso, se utilizaban 23 letras (A, B, C, E, F, G, H, D, K, L, N, P, R, S, T, U, V, X, Y, Z, W y M) y los números empezaban desde el 1000 y terminaban en el 9999. Nuevamente, consideraremos que todos estos antiguos vehículos siguen en circulación.

- (c) Se escoge un vehículo al azar con una patente de cualquiera de estos 2 formatos ¿Cuál es la probabilidad de que tenga al menos una letra B?

a) $\underbrace{\quad\quad\quad}_{18 \text{ letras}} \quad \underbrace{\quad\quad}_{90 \text{ ns}} \quad \text{total patentes} = 18^4 \cdot 90 = 9447840 = 121$
orden, repetición

b) A: todos los n° y letras diferentes
orden, sin rep. $|A| = 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 9 \cdot 9$

$$P(A) = \frac{|A|}{|R|} = \frac{5948640}{9447840} = 0,629$$

c) A: al menos una "B" A^c : ninguna "B"

c) A : al menos una "B" A^c : ninguna "B"

$$P(A^c) = \frac{|A^c|}{|\Omega|}$$

$|\Omega_{\text{nuevas}}|$: parte a)

$$|\Omega_{\text{viejas}}| = 23^2 \cdot 9000$$

Nuevo Ω :

$$\begin{aligned} |\Omega| &= |\Omega_{\text{nuevas}}| + |\Omega_{\text{viejas}}| = 9447840 + 4761000 \\ &= 14208840 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |A^c| &= |A^c_{\text{nuevas}}| + |A^c_{\text{viejas}}| = 17^4 \cdot 90 + 22^2 \cdot 9000 \\ &= 11872890 \end{aligned}$$

$$P(A) = 1 - \frac{|A^c|}{|\Omega|} = 1 - \frac{11872890}{14208840} = 1 - 0,835 = 0,165 //$$