AUXILIAR 6

Pregunta 1

A y B son dos estaciones sismológicas que se ubican en -50km y 50km respectivamente sobre una recta. Si ocurre un sismo superficial colineal entre las dos estaciones, considerando sólido de Poisson y Vp = 6 km/s, determinar:

1. Ubicación del evento utilizando las diferencias de tiempo de llegada de las Ondas S y P:

$$(T_s - T_p)_A = 9.95[s]$$

$$(T_s - T_p)_B = 8.12[s]$$

2. Calcular los tiempos de viaje de las Ondas P y S a las estaciones A y B.

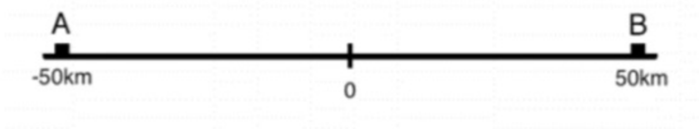


Figura 1: Esquema P1

- Datos:
  - $V_p = 6$ km/s
  - Sólido de Poisson: $V_p = \sqrt{3}V_s \Rightarrow V_s = 3{,}46\left[\frac{km}{s}\right]$

1. Δt_{sp}:
   - $(T_s - T_p)_A = 9.95[s]$ (1)
   - $(T_s - T_p)_B = 8.12[s]$

Sabemos que,

$$v = \frac{d}{t} \Rightarrow t = \frac{d}{v}$$

Reemplazamos para A:

- $$(T_S - T_P)_A = \left(\frac{d_A}{V_S} - \frac{d_A}{V_P}\right)_A$$

$$\Rightarrow (T_S - T_P)_A = d_A\left(\frac{1}{3{,}46\,[km/s]} - \frac{1}{6\,[km/s]}\right)$$

$$(T_S - T_P)_A = d_A \cdot 0{,}123 \left[\frac{s}{km}\right]$$

Usando (1), tenemos que:

$$d_A \cdot 0{,}123 \left[\frac{s}{km}\right] = 9.95\ [s]$$

$$\Rightarrow \boxed{d_A = 80{,}9\ [km]}$$

Reemplazamos para B:

- $$(T_S - T_P)_B = \left(\frac{d_B}{V_S} - \frac{d_B}{V_P}\right)_B$$

$$\Rightarrow (T_S - T_P)_B = d_B \left(\frac{1}{V_S} - \frac{1}{V_P} \right)$$

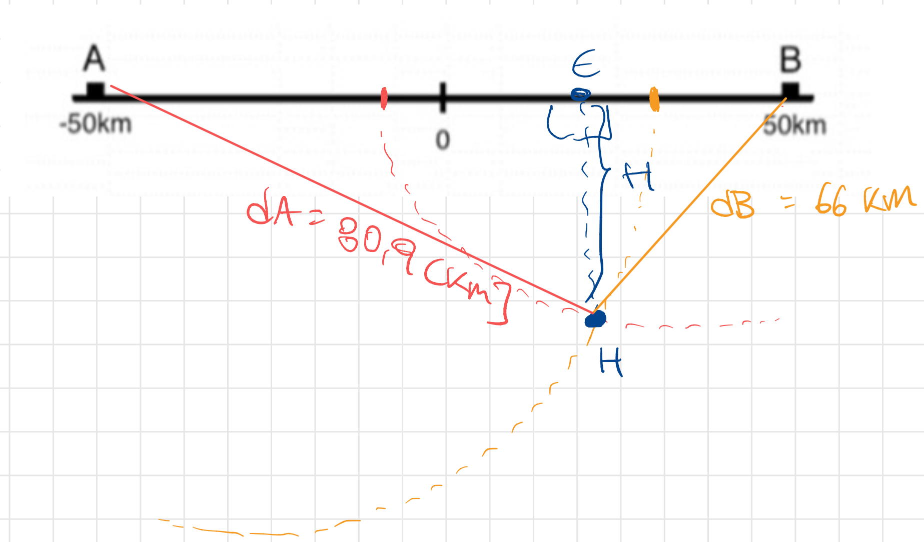
$$(T_S - T_P)_B = d_B \left(\frac{1}{3{,}46\,[km/s]} - \frac{1}{6\,\frac{km}{s}} \right)$$

$$(T_S - T_P)_B = d_B \cdot 0{,}123\ [s/km]$$

Usando (2), tenemos que

$$d_B \cdot 0{,}123\ [s/km] = 8.12\ [s]$$

$$\Rightarrow \boxed{d_B = 66\ [km]}$$



PROPUESTO: Calcular H por pitágoras.

2. Calcular tiempo de viaje de onda P y S para la estación A y B.

$$v = \frac{d}{t} \Rightarrow t = \frac{d}{v}$$

• A:

$$t_p = \frac{80{,}9\,[km]}{6\,[km/s]} = 13{,}48\,[s]$$

$$t_s = \frac{80{,}9\,[km]}{3.46\,[km/s]} = 23{,}38\,[s]$$

$$\Rightarrow \boxed{t_p = 13{,}48\,[s]}$$

$$\boxed{t_s = 23{,}38\,[s]}$$

• B:

$$t_p = \frac{66\,[km]}{6\,[km/s]} = 11\,[s]$$

$$t_s = \frac{66\,[km]}{3{,}46\,[km/s]} = 19{,}07\,[s]$$

$$\Rightarrow \boxed{t_p = 13{,}48\,[s]}$$

$$\boxed{t_s = 19{,}07\,[s]}$$

Pregunta 2

Considere una reflector al fondo de una capa homogénea, en el cual una onda P incidente desde una fuente F en superficie, se convierte en onda S y es reflejada de vuelta a un receptor R también en superficie. En su trayectoria entonces, esta onda viaja con velocidad Vp hacia abajo, y con $Vs < Vp$ hacia arriba. Note que en este caso, el ángulo de incidencia (α) no es igual que el ángulo de reflexión (β). Los rayos sin embargo, siguen cumpliendo el principio de Fermet de tiempo mínimo. Utilice este principio, y obtenga una relación que ligue los ángulos α y β. Para $X >> H$ ¿Hacia qué valores tienden estos ángulos ?

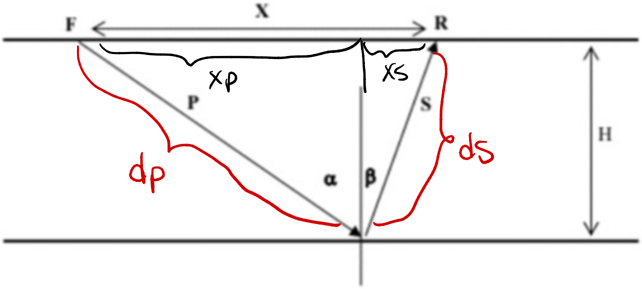


Figura 2: Esquema P2

Sabemos que

$$v = \frac{d}{t} \Rightarrow t = \frac{d}{v}$$

$$T_{total} = \frac{d_p}{v_p} + \frac{d_s}{v_s}$$

Luego, por pitágoras,

$$d_p = \sqrt{(X - x_s)^2 + H^2} \quad , \quad d_s = \sqrt{(X - x_p)^2 + H^2}$$

$$\Rightarrow T_{TOTAL} = \frac{\sqrt{(x-x_s)^2 + H^2}}{v_p} + \frac{\sqrt{(x-x_p)^2 + H^2}}{v_s}$$

Usamos el principio de Fermat,

$$\Rightarrow \frac{dT}{dx} = 0 \rightarrow$$ onda que viaja por un medio sigue la trayectoria que minimiza el tiempo

$$\Rightarrow \frac{dT}{dx} = \frac{1}{2 \cdot v_p} \cdot \frac{2 \cdot (x - x_s)}{\sqrt{(x-x_s)^2 + H^2}} + \frac{1}{2 \cdot v_s} \cdot \frac{2 \cdot (x - x_p)}{\sqrt{(x-x_p)^2 + H^2}} = 0$$

Sabemos que

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{x - x_s}{d_p} \quad , \quad \text{sen}(\beta) = \frac{x - x_p}{d_s}$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{dx} = \frac{\text{sen}(\alpha)}{v_p} + \frac{\text{sen}(\beta)}{v_s} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\text{sen}\,\alpha}{v_p} = \frac{\text{sen}\,\beta}{v_s}} \Big\} \text{ Ley de Snell}$$

- $X >> H \Rightarrow \alpha \to \frac{\pi}{2}$

$$\beta \to \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\operatorname{sen}\alpha}{v_p} = \frac{\operatorname{sen}\beta}{v_s}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_s = v_p}$$