Electromagnetismo
Semestre Otoño 2021
Prof. F. Brieva
Profs. Aux. L. González, P. Palma, B. Pérez

Problemas - 5
29 de abril de 2021

Problema 21

Un casquete esférico de radio interno a y externo b de material dieléctrico con polarización:

$$\vec{P}(r) = \frac{k}{r}\hat{r}$$

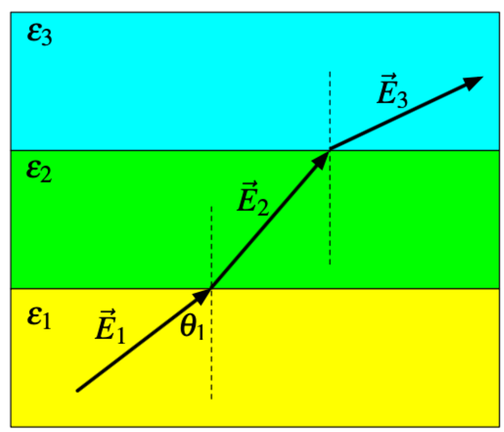
Donde k es una constante y r la distancia al centro de la esfera. El sistema no posee cargas libres. Encuentre el campo eléctrico en todo el espacio.
R: $\vec{E}(r) = 0$; si $r < a$ y $r > b$ $\quad \vec{E}(r) = -\frac{k}{\epsilon_0 r}\hat{r}$; si $a < r < b$

Problema 22

Se llena un condensador de placas planas paralelas con un dieléctrico inhomogéneo de constante eléctrica $\kappa(x)$. El área de las placas es A y la distancia entre ellas es d. Encuentre una expresión formal general para la capacidad del sistema.
R: $C = \epsilon_0 A \left(\int_0^d \frac{dx}{\kappa(x)}\right)^{-1}$

Problema 23

Tres láminas dieléctricas de permitividades ϵ_1, ϵ_2 y ϵ_3 están apiladas como muestra la figura. El campo eléctrico $\vec{E}_1$ forma un ángulo θ_1 con la normal en la interfase entre los medio 1 y 2. Suponga que los campos eléctricos permanecen constantes en magnitud y dirección al interior de cada medio.

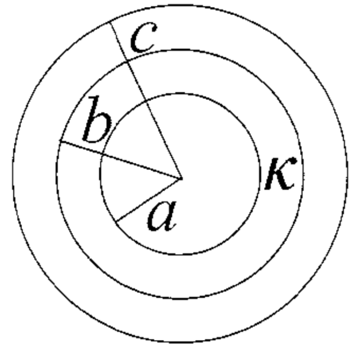


1. Encuentre el ángulo θ_3 que forma un campo $\vec{E}_3$ con la normal cuando emerge en el medio 3. Suponga que no hay densidades de carga superficial libre en la interfase entre los medios dieléctricos.

2. Encuentre la densidad de carga superficial libre que habría que poner en la interfase entre los medios 2 y 3 para que el campo $\vec{E}_3$ sea paralelo a $\vec{E}_1$.

R: **1.** $\tan(\theta_3) = \frac{\epsilon_3}{\epsilon_1}\tan(\theta_1)$ $\quad$ **2.** $\sigma_l = (\epsilon_3 - \epsilon_1)|E_1|\cos(\theta_1)$

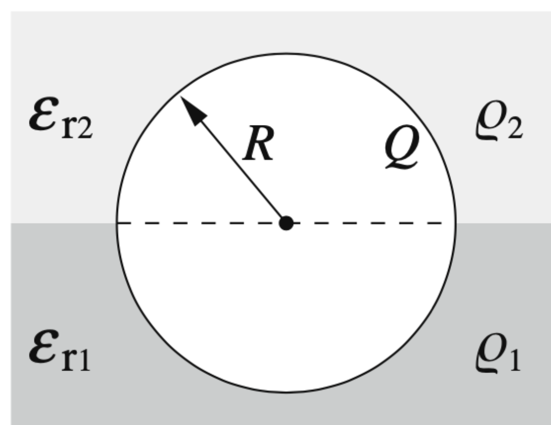
Problema 24



Considere dos cilindros coaxiales, el interior de radio a y el exterior de radio c. El espacio $a < r < b$, donde $b < c$, se llena un dieléctrico de constante κ. Encuentre la capacidad de este dispositivo por unidad de largo.
R: C $= \frac{2\pi\epsilon_0 L}{(1/\kappa)\ln b/a + \ln c/b}$

Problema 25

Una esfera conductora de densidad de masa ρ y radio R flota en un liquido de densidas $\rho_1 > 2\rho$ y permitividad dieléctrica ϵ_1 en presencia de un campo gravitacional. Sobre este liquido hay un medio gaseoso con densidad de masa $\rho_2 << \rho$ con permitividad dieléctrica ϵ_2. La esfera tiene carga Q tal que la mitad de su volumen se encuentra sumergida. Encuentre:



1. El campo eléctrico en todo el espacui, la densidad superficial de carga libre sobre la esfera, y las densidades de carga de polarización en ambos dieléctricos, como función de R, ϵ_1, ϵ_2 y Q.

2. El valor de Q

R: **1.)**$\vec{E}(r) = 2k_e \frac{Q}{(\epsilon_1+\epsilon_2)r^2}\hat{r}$ $\quad \sigma_{tot} = \frac{Q}{2\pi R^2(\epsilon_1+\epsilon_2)}$
$\sigma_{l1} = \frac{\epsilon_1 Q}{2\pi R^2(\epsilon_1+\epsilon_2)}$ $\quad \sigma_{l2} = \frac{\epsilon_2 Q}{2\pi R^2(\epsilon_1+\epsilon_2)}$
$\sigma_{p1} = -\frac{(\epsilon_1-1)Q}{2\pi R^2(\epsilon_1+\epsilon_2)}$ $\quad \sigma_{p2} = -\frac{(\epsilon_2-1)Q}{2\pi R^2(\epsilon_1+\epsilon_2)}$
2.) $Q = \sqrt{\frac{4\pi R^5(\epsilon_1+\epsilon_2)^2(\rho_1+\rho_2-2\rho)g}{3k_e(\epsilon_1-\epsilon_2)}}$

Problema 26

Una carga puntual q es ubicada a una distancia a de una superficie plana de material dieléctrico con constante ϵ como muestra la figura. Determine el potencia eléctrico en el vacío y en el material dieléctrico.
R: $\phi = \frac{1}{4\pi(\epsilon+\epsilon_0)}\left[\frac{\epsilon+\epsilon_0}{[x^2+y^2+(z-a)^2]^{1/2}} - \frac{\epsilon-\epsilon_0}{[x^2+y^2+(z+a)^2]^{1/2}}\right]$; si $z > 0$
$= \frac{q}{2\pi(\epsilon+\epsilon_0)}\frac{1}{[x^2+y^2+(z-a)^2]^{1/2}}$; si $z < 0$