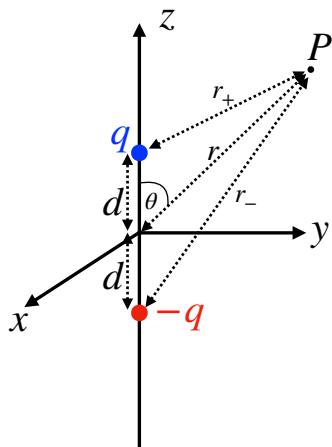


FI2002-2 Electromagnetismo**Profesor:** Domenico Sapone**Auxiliares:** Camila Montecinos & Fernando Vergara**Ayudantes:** Paulina Palma Bifani & Fernanda Pérez

Guía de ejercicios varios

P1. Dipolo eléctrico

Considere dos cargas puntuales de carga $-q$ y q , separadas por una distancia $2d$, tal como muestra la figura.



Suponga además que P es un punto arbitrario que cumple $r \gg d$.

- a) Muestre que el potencial eléctrico en P está dado por

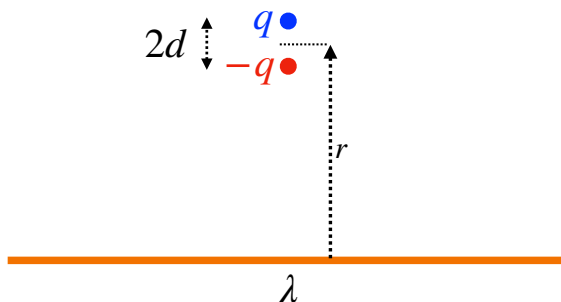
$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3}, \text{ donde } \vec{p} = 2qd\vec{z}. \quad (1)$$

¿Cuáles son las curvas equipotenciales? R: $r = r_0 \sqrt{|\cos \theta|}$.

- b) Use la relación anterior para obtener el campo eléctrico, que está dado por

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{3(\vec{p} \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2\vec{p}}{r^5} \right] \quad (2)$$

Asuma ahora que en el sistema, además de las 2 cargas puntuales, hay un alambre infinito con densidad lineal de carga $\lambda > 0$, como muestra la figura.



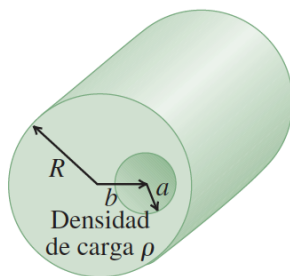
Suponiendo que $r \gg d$:

- c) Determine la fuerza sobre el dipolo, a primer orden en d/r . R: $\vec{F} \approx -\frac{p\lambda}{2\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$.
- d) A partir de lo anterior, demuestre que la fuerza sobre el dipolo puede ser escrita como

$$\vec{F}(\vec{r}) = (\vec{p} \cdot \nabla) \vec{E}(\vec{r}) \quad (3)$$

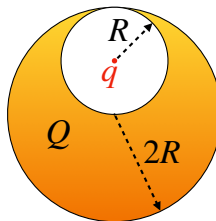
P2. Ley de Gauss

Un cilindro sólido infinito de radio R tiene un agujero cilíndrico de radio a , perforado a lo largo de toda su longitud. El eje del agujero está a una distancia b del eje del cilindro, donde $a < b < R$. El material sólido del cilindro tiene una densidad volumétrica de carga uniforme ρ . Encuentre la magnitud y dirección del campo eléctrico dentro del agujero. Demuestre que es uniforme y dibuje las líneas de campo eléctrico.



P3. Conductores

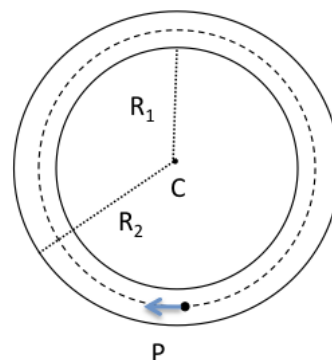
En el interior de una esfera conductora de carga neta Q y radio $2R$ se hace un agujero de radio R . En el centro del hueco se deposita una carga puntal q .



- a) Encuentre las densidades de carga superficial tanto en la superficie interior como en la exterior de la esfera. ¿Son uniformes? R: $\sigma_{int} = -q/(4\pi R^2)$, $\sigma_{ext} = (Q + q)/(16\pi R^2)$.
- b) Calcule el potencial y el campo eléctrico en todo el espacio.
 R: $\vec{E}(r > 2R) = (Q + q)\hat{r}/(4\pi r^2\epsilon_0)$, $V(r > 2R) = (Q + q)/(4\pi\epsilon_0 r)$.
 $\vec{E}(\text{conductor}) = \vec{0}$, $V(\text{conductor}) = (Q + q)/(8\pi\epsilon_0 R)$.
 $\vec{E}(\text{cavidad}) = q\hat{r}_h/(4\pi\epsilon_0 r_h^2)$, con r_h ($\hat{r}_h$) medido desde el centro de la cavidad.
 $V(r_h) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_h} + \frac{Q+q}{8\pi\epsilon_0 R}$.
- c) Indique cómo cambiarían las densidades de carga calculadas en a) si se acerca una carga q_0 a una distancia $4R$ del centro de la esfera. La carga q , ¿experimentaría alguna fuerza debido a la presencia de q_0 ? La carga q_0 , ¿experimentaría alguna fuerza debido a la presencia de q ? Discuta sus respuestas en torno a la tercera Ley de Newton.

P4. Potencial y energía

Un dispositivo electrostático está formado por dos cascarones esféricos concéntricos con radios $R_1 = 4\text{ cm}$ y $R_2 = 5\text{ cm}$, mantenidos a los potenciales V_1 y V_2 , respectivamente. Una fuente externa emite electrones en el punto P del espacio vacío entre los dos cascarones, a una distancia $R_P = 4,5\text{ cm}$ del centro de las dos superficies esféricas. Los electrones tienen una velocidad inicial, perpendicular a la dirección radial del sistema esférico que pasa por P , y una energía cinética igual a $1,4\text{ keV}$. Calcular:



- a) El valor de la diferencia $V_1 - V_2$ tal que los electrones hagan una órbita circular.
- b) La energía electrostática almacenada en el dispositivo.

R:

$$V_1 - V_2 = 2 \frac{2E_c}{e} R_P \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} = 631\text{ V}$$

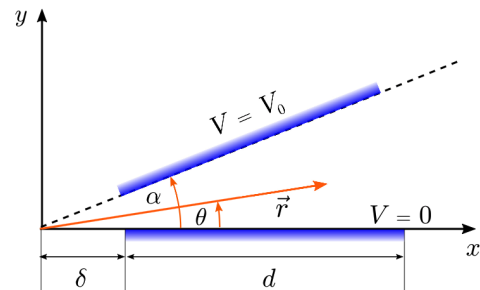
$$W_e = 4,4\mu\text{J} = 28\text{ TeV} \quad \text{donde } 1\text{ eV} = 1,60218 \cdot 10^{-19}\text{ J}$$

P5. Condensador en coordenadas polares

Dos placas conductoras cuadradas de lado d se ubican radialmente formando un ángulo α entre ellas. Uno de los extremos de ambas placas se encuentra a una distancia δ de la intersección entre los planos que las contienen. La separación entre ambas en el otro extremo es mucho menor que su longitud d .

Una de las placas se encuentra a potencial $V = 0$ y la otra a $V = V_0$. Encuentre:

- El campo eléctrico entre las placas.
- La densidad superficial de carga sobre las placas.
- La capacidad C del sistema.



(Ind: Preste atención a la dependencia del potencial respecto a las coordenadas.)

$$\text{R: a) } \vec{E} = -\frac{V_0}{\alpha r} \hat{\theta} \quad \text{b) } \sigma(\theta = 0) = -\frac{\epsilon_0 V_0}{\alpha r} \quad \sigma(\theta = \alpha) = \frac{\epsilon_0 V_0}{\alpha r} \quad \text{c) } C = \frac{\epsilon_0 d}{\alpha} \ln\left(\frac{d+\delta}{d}\right)$$