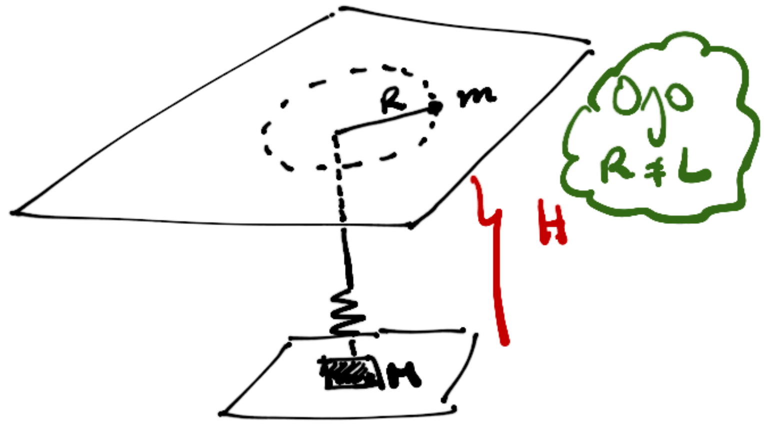
P1)

Pauta Aux extra C2

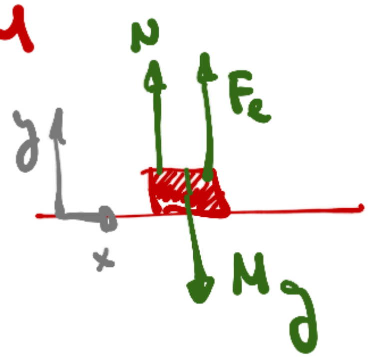
Tenemos una masa m unida a una cuerda de largo L a un resorte $(k, l_0 = 0)$ que está unido a una masa M.



Y queremos ω_{MAX} con que puede girar m para que M no se despegue.

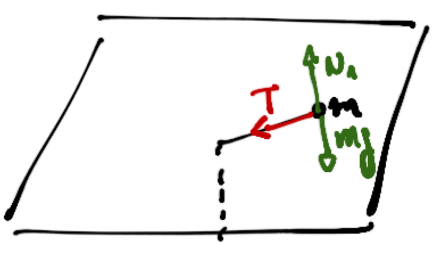
Primero realizamos DCL

Para M



como está quieto $\Longrightarrow$ $\boxed{N + F_e = Mg}$

Para m



está girando y solo se mueve en el plano $\Longrightarrow$ $\boxed{N_1 = mg}$

$T = F_{centrípeta}$

$\longrightarrow \quad T = mR\omega^2$

Ahora para relacionar m con M, hacemos un DCL justo cuando se encuentran la cuerda y el resorte

Punto de union:

$\Longrightarrow \quad T = F_e$

$$mR\omega^2 = F_e$$

$$mR\omega^2 = k(l - l_o)$$

esbelto $l_o = 0$

$$mR\omega^2 = kl$$

¿Cuanto es l?

$\rightarrow$ Sabemos que la cuerda mide L y la distancia entre M y m es $H + R$

$\longrightarrow \quad \boxed{l = H + R - L}$

Entonces tenemos $\boxed{m\omega^2 R = K(H+R-L)}$

$$m\omega^2 R - KR = K(H-L)$$

radio de giro $\boxed{R = \frac{K}{(m\omega^2 - K)}(H-L)}$

Volviendo a M

habíamos obtenido

$$Mg = N + Fe$$

$$Mg = N + T$$

$$Mg = N + m\omega^2 R$$

Cuando despega $N=0$, ω_{MAX}

$$Mg = m\omega_{MAX}^2 R$$

$$\omega_{MAX}^2 = \frac{M}{m}\frac{g}{R}$$

pero $R = \frac{K}{(m\omega^2 - K)}(H-L)$

$$\omega^2_{MAX} = \frac{M}{m}\frac{g(m\omega^2_{MAX} - K)}{K(H-L)}$$

$$\omega^2_{MAX} - \frac{M}{m}\frac{gm\omega^2_{MAX}}{K(H-L)} = -\frac{Mg\,K}{mK(H-L)}$$

$$\omega^2_{M}\left(1 - M\frac{g}{K(H-L)}\right) = \frac{-Mg\,K}{mK(H-L)}$$

$$\omega^2_{MAX}\left(\frac{K(H-L) - Mg}{\cancel{K(H-L)}}\right) = -\frac{Mg\,K}{m\cancel{K(H-L)}}$$

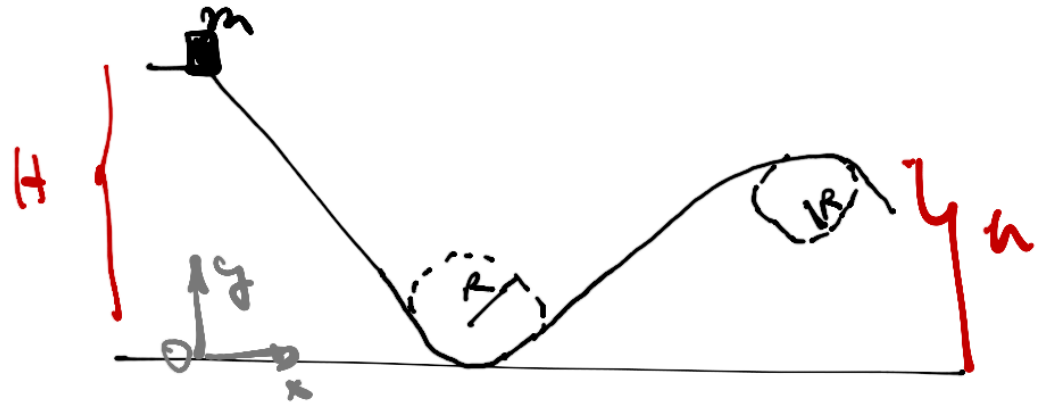
$$\omega^2_{MAX} = -\frac{Mg\,K}{m}\frac{1}{(K(H-L) - Mg)}$$

$$= \frac{MgK}{m(Mg - K(H-L))}$$

$$\boxed{\omega^2_{MAX} = \frac{M}{m} g K \frac{1}{(Mg - K(H-L))}}$$

P2)

montaña rusa cruzada por un carro de masa m.



a) Queremos la rapidez al llegar al fondo del valle

→ usamos conservación de la energía

Según nuestro origen :

$$E_i = mgH \qquad \text{(Al inicio no se mueve)}$$

$$E_f = \cancel{mg\,0} + \frac{mv^2}{2}$$

$$E_i = E_f \implies mgH = \frac{mv^2}{2}$$

$$v^2 = 2gH$$

$$\boxed{v = \sqrt{2gH}}$$

b) Nos dicen que en el fondo del valle $F_n = 8mg$

Queremos valor de R

→ Pero la Fuerza resultante es la centrípeta!!

es un MCUA

→ en el fondo del valle $F_n = F_c = \frac{mv^2}{R}$

→ $8mg = \frac{mv^2}{R}$

$$R = \frac{v^2}{8g} = \frac{2gH}{8g}$$

$$\boxed{R = \frac{H}{4}}$$

c) Nos dicen que en la cima de la montaña de radio R

$N = 0$

Queremos h

→ si en la cima la $N=0$, la única fuerza que queda es el peso. Y el movimiento ahí es circular

⟹ el peso es la $F_{centrípeta}$:

$$mg = F_c \text{ (en la cima)}$$

$$\boxed{mg = m\frac{v_c^2}{R}}$$

velocidad en la cima.

Obtenemos v_c^2 → conservación de la energía

La energía inicial del carro es $mgH = E_i$

y en la cima $E_f = mgh + \frac{mv_c^2}{2}$

Igualando:

$$mgH = mgh + \frac{mv_c^2}{2}$$

$$\cancel{m}g(H-h) = \frac{\cancel{m}v_c^2}{2}$$

$$\boxed{2g(H-h) = v_c^2}$$

luego introducimos esto en

$$\cancel{m}\cancel{g} = \frac{\cancel{m}}{R}\,2\cancel{g}(H-h)$$

$$\frac{R}{2} = H-h$$

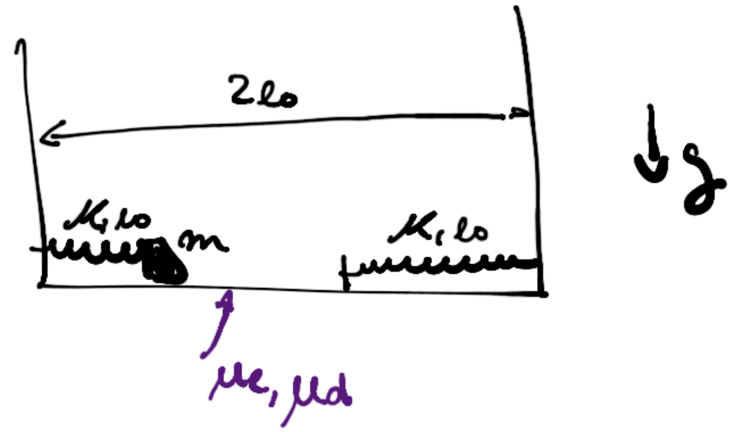
$$h = H - \frac{R}{2}$$ → de b) $R = \frac{H}{4}$

$$h = H - \frac{H}{8}$$

$$\boxed{h = \frac{7H}{8}}$$

P3)

Tenemos:



a) Trabajo realizado por el roce

$$W_{roce} = E_f - E_i$$

E_i = Energía del resorte comprimido δ_0

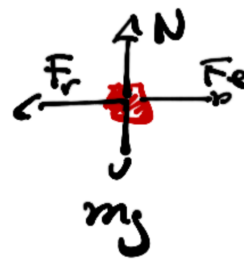
$$E_i = \frac{k\,\delta_0^2}{2}$$

E_f = Energía del resorte comprimido δ_n → n-ésima compresión.

$$E_f = \frac{k\,\delta_n^2}{2}$$

¿Cómo determinamos δ_n?

→ La energía final que estamos evaluando es cuando m está en reposo. En ese instante, para que esté en reposo, la Fuerza del resorte debe ser igual en magnitud a la Fuerza de roce!



$N = mg$

$$\rightarrow \quad k\delta_n = \mu_e |N|$$

↳ estático (está en reposo)

$$k\delta_n = \mu_e mg$$

$$\boxed{\delta_n = \frac{\mu_e mg}{k}}$$

Luego $\rightarrow \quad E_f = \frac{k}{2}\left(\frac{\mu_e mg}{k}\right)^2$

y

$$W_{roce} = E_f - E_i$$

$$W_{roce} = \frac{k}{2}\left(\frac{\mu_e mg}{k}\right)^2 - \frac{k}{2}\delta_0^2$$

$$\boxed{W_{roce} = \frac{(\mu_e m g)^2}{2K} - \frac{K}{2}\delta_0^2}$$

b) ¿Cuántas veces se detiene?

Vamos paso a paso:

Inicia comprimido $\longrightarrow E_i = \frac{K}{2}\delta_0^2$

Primera detención:

$\longrightarrow E_1 = \frac{K}{2}\delta_1^2$

Y el trabajo del roce:

$$W = -|F_r| \cdot \Delta x$$

$$W = -\mu_d m g \cdot (\delta_0 + \delta_1)$$

$\longrightarrow$ se movió en ese tramo

$$W = -\mu_d mg(\delta_0 + \delta_1) = \frac{k}{2}\delta_1^2 - \frac{k}{2}\delta_0^2$$

$$-\mu_d mg(\delta_0 + \delta_1) = \frac{k}{2}(\delta_1^2 - \delta_0^2)$$

$$-\mu_d mg\cancel{(\delta_0 + \delta_1)} = \frac{k}{2}(\delta_1 - \delta_0)\cancel{(\delta_1 + \delta_0)}$$

$$-\mu_d mg = \frac{k}{2}(\delta_1 - \delta_0)$$

$$-\frac{2\mu_d mg}{k} = \delta_1 - \delta_0$$

$$\rightarrow \boxed{\delta_1 = \delta_0 - \frac{2\mu_d mg}{k}}$$

Ocurrirá lo mismo para la segunda extensión

$$\delta_2 = \delta_1 - \frac{2\mu_d mg}{k}$$

$$\delta_2 = \delta_0 - \frac{2 \cdot 2\mu_d mg}{k}$$

y para la 3:

$$\delta_3 = \delta_2 - \frac{2\mu_d mg}{k}$$

$$\delta_3 = \delta_0 - 3\cdot 2\frac{\mu_d mg}{k}$$

generalizando: $\boxed{\delta_n = \delta_0 - n \cdot \frac{2\mu_d mg}{k}}$

pero ya obtuvimos que $\delta_n = \mu_e \frac{mg}{k}$

igualamos:

$$\delta_0 - n\cdot \frac{2\mu_d mg}{k} = \mu_e \frac{mg}{k}$$

$$\longrightarrow \boxed{n = \frac{k\delta_0 - \mu_e mg}{2\mu_d mg}}$$

Pero $n \in \mathbb{N}$, $\longrightarrow$ $n = \left[\frac{k\delta_0 - \mu_e mg}{2\mu_d mg}\right]$