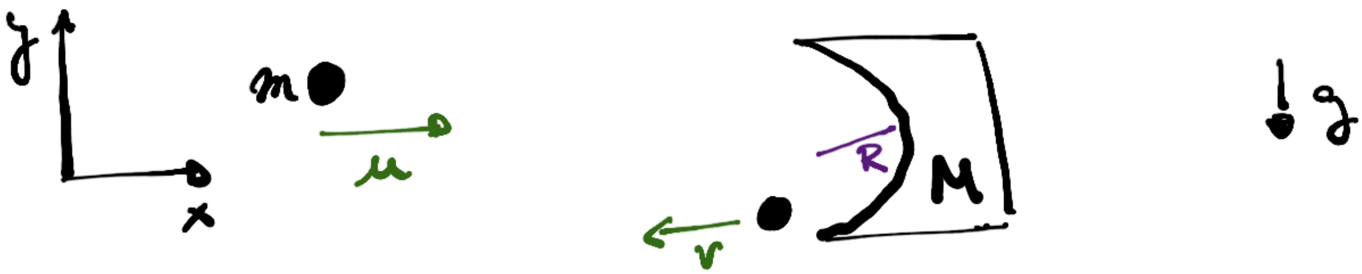
Pauta Aux 10

P1)



Queremos determinar la masa M del bloque.

Para ello primero usemos conservación del momentum.

Justo antes de chocar el momentum inicial P_i:

$$\vec{P}_i = m\vec{u} = mu\,\hat{x}$$

dirección del eje x.

Tras el choque $\vec{P}_f = m\vec{v} + M\vec{v}_M = (-mv + Mv_M)\hat{x}$

Velocidad de M

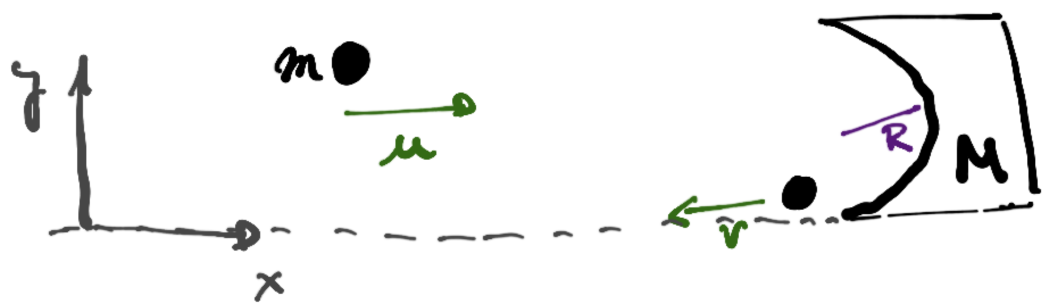
Por conservación del momentum:

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f$$

$$m\mu = -mv + MV_M$$

$$\boxed{m(\mu + v) = MV_M} \quad *$$

Por otra parte, usando conservación de la energía, podemos obtener otra ecuación:



Al inicio $E_i = \underbrace{K}_{\text{cinetica}} + \underbrace{U}_{\text{potencial}}$

Solo se mueve m y a una altura 2R

$$E_i = \frac{m\mu^2}{2} + mg2R$$

Tras el choque se mueven la masa m y M,

pero a altura 0

$$E_f = \frac{mv^2}{2} + \frac{M v_M^2}{2}$$

Por conservación de la energía $E_i = E_f$

$$\frac{m\mu^2}{2} + mg2R = \frac{mv^2}{2} + \frac{M v_M^2}{2} \quad / \cdot 2$$

$$m\mu^2 + mg4R = mv^2 + M v_M^2$$

$$m(\mu^2 + g4R - v^2) = M v_M^2$$

$$\boxed{\sqrt{\frac{m}{M}(\mu^2 + g4R - v^2)} = v_M}$$

Reemplazando en $*$

$$m(\mu + v) = M v_M$$

$$m(\mu + v) = M \cdot \sqrt{\frac{m}{M}(\mu^2 + 4gR - v^2)} \Big/ (\;)^2$$

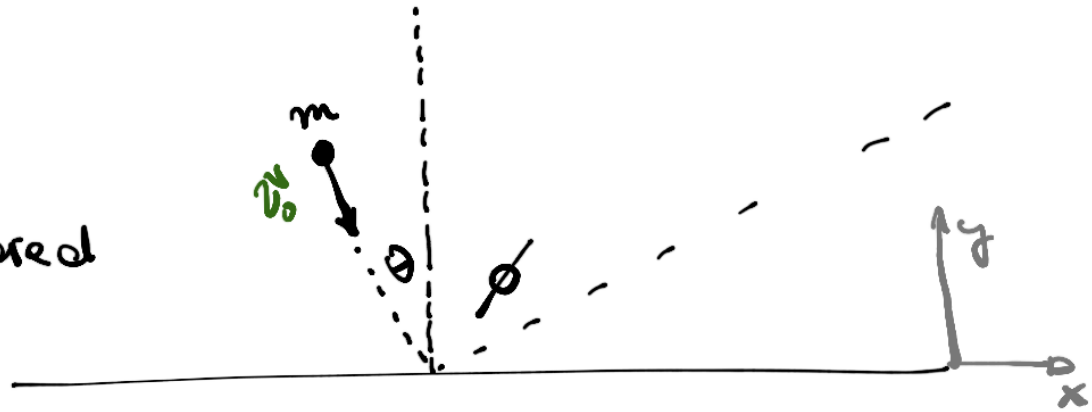
$$\cancel{m^2}(\mu+v)^2 = M^{\cancel{2}}\frac{\cancel{m}}{\cancel{M}}(\mu^2+4gR-v^2)$$

$$\boxed{\frac{m(\mu+v)^2}{(\mu^2+4gR-v^2)} = M}$$

este es el valor de M.

P2)

El cuerpo m incide sobre la pared con $v = v_0$, y emerge con $v = \lambda v_0$



En este caso el momentum solo se conserva en el eje x. Esto se puede ver ya que la pared no se mueve e impide que exista alguna velocidad apuntando en $-y$ como lo es al inicio

luego

$$\left.\begin{aligned} P_{ix} &= m v_0 \operatorname{sen}\theta \\ P_{if} &= m v_0 \lambda \operatorname{sen}\phi \end{aligned}\right\} \text{ igualando } \operatorname{sen}\theta = \lambda \operatorname{sen}\phi$$

$$\frac{\operatorname{sen}\theta}{\lambda} = \operatorname{sen}\phi$$

$$\boxed{\operatorname{sen}\phi = \frac{\operatorname{sen}\theta}{\lambda}}$$

$$\vec{v}_0 = v_0(\operatorname{sen}\theta\,\hat{x} - \cos\theta\,\hat{y})$$

elevando al cuadrado

$$\operatorname{sen}^2\phi = \frac{\operatorname{sen}^2\theta}{\lambda^2}$$

Recordamos $\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$$\operatorname{sen}^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$$

Nos queda:

$$1 - \cos^2\phi = \frac{\operatorname{sen}^2\theta}{\lambda^2}$$

$$\cos^2\phi = 1 - \frac{\operatorname{sen}^2\theta}{\lambda^2}$$

$$\cos^2\phi = \frac{\lambda^2 - \operatorname{sen}^2\theta}{\lambda^2}$$

$$\boxed{\cos\phi = \sqrt{\frac{\lambda^2 - \operatorname{sen}^2\theta}{\lambda^2}}}$$

Ya con $\operatorname{sen}\phi$ y $\cos\phi$, podemos obtener la dirección con que emerge el cuerpo

Velocidad con que emerge $= \vec{v}$

$$\vec{v} = \lambda v_0 \left(\operatorname{sen}\phi \, \hat{x} + \cos\phi \, \hat{y}\right)$$

$$\boxed{\vec{v} = \lambda v_0 \cdot \left(\frac{\operatorname{sen}\theta}{\lambda}\hat{x} + \sqrt{\frac{\lambda^2 - \operatorname{sen}^2\theta}{\lambda^2}}\,\hat{y} \right)}$$

Por ultimo, el vector impulso es

$$\vec{I} = \Delta\vec{P}$$

$$= m(\vec{v} - \vec{v}_0)$$

$$= m\left(\lambda v_0\left(\cancel{\frac{\operatorname{sen}\theta}{\lambda}\hat{x}} + \sqrt{\frac{\lambda^2 - \operatorname{sen}^2\theta}{\lambda^2}}\right)\hat{y}\right)$$

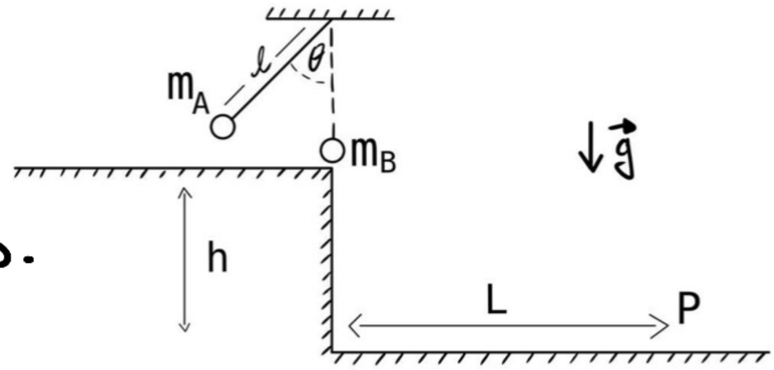
$$- \left(\cancel{v_0 \operatorname{sen}\theta\,\hat{x}} - v_0\cos\theta\,\hat{y}\right)$$

$$\boxed{\vec{I} = m v_0\left(\lambda \cdot \sqrt{\frac{\lambda^2 - \operatorname{sen}^2\theta}{\lambda^2}} + \cos\theta\right)\hat{y}}$$

La dirección del impulso es en $\hat{y}$

P3)

Primero analizemos el problema desde el inicio.



m_A chocará con m_B.

¿Con que velocidad saldrá B?

Si obtenemos la velocidad de m_A antes de chocar, luego usando conservación del momentum podremos obtener v_B.

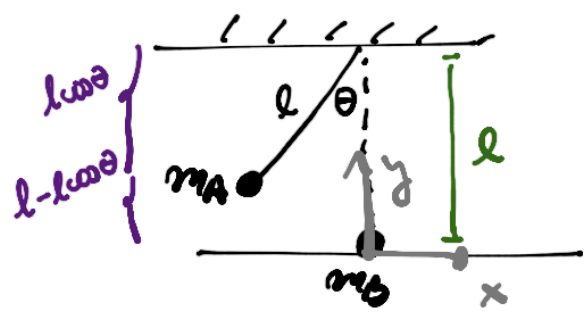
Para obtener la velocidad a m_A antes de golpear a m_B usamos conservación de la energía.

Colocando el sistema de referencia en la masa m_B.

Energía inicial:

$$E_i = m_A g(\ell - \ell\cos\theta)$$

$$E_i = m_A g \ell(1-\cos\theta)$$



y la energía final es: (m_A y m_B están justo a altura 0)

$$E_f = \frac{m_A v_A^2}{2}$$

Igualando

$$E_i = E_f$$

$$\cancel{m_A} g l(1-\cos\theta) = \frac{\cancel{m_A} V_A^2}{2}$$

$$\boxed{\sqrt{2gl(1-\cos\theta)} = V_A}$$

Velocidad de la masa m_A, antes de chocar m_B

luego por conservación de $\vec{P}$: $m_A V_A = m_B V_B + m_A V_A'$

$\rightarrow V_A' = V_A - \frac{m_B}{m_A} V$

m_A se seguirá moviendo

$\rightarrow$ por otra parte se conserva la energía tras el choque:

$$E_f = E_{\text{Después del choque}}$$

$$\frac{m_A V_A^2}{2} = \frac{m_A V_A'^2}{2} + \frac{m_B V_B^2}{2}$$

Reemplazamos

$$\frac{m_A}{2} V_A^2 = \frac{m_A}{2}\left(V_A - \frac{m_B}{m_A} V_B\right)^2 + \frac{m_B V_B^2}{2}$$

$$\frac{m_A V_A^2}{2} = \frac{m_A}{2}\left(V_A^2 - 2 V_A V_B \frac{m_B}{m_A} + \left(\frac{m_B}{m_A}\right)^2 V_B^2\right) + \frac{m_B V_B^2}{2}$$

$$\cancel{\frac{m_A V_A^2}{2}} = \cancel{\frac{m_A V_A^2}{2}} - V_A V_B m_B + \frac{1}{2}\left(\frac{m_B^2}{m_A}\right) V_B^2\Big) + \frac{m_B V_B^2}{2}$$

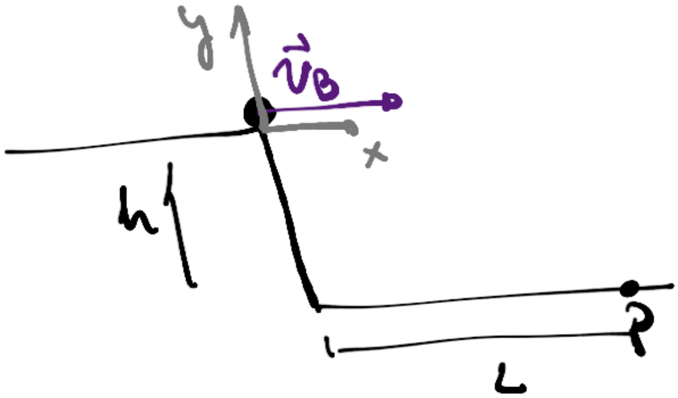
$$V_A \cancel{V_B} \cancel{m_B} = \frac{1}{2} \cancel{m_B} V_B^{\cancel{2}} \left(\frac{m_B}{m_A} + 1\right)$$

$$\frac{2 V_A}{\left(\frac{m_B}{m_A} + 1\right)} = V_B \longrightarrow \boxed{V_B = \frac{2}{\left(\frac{m_B}{m_A} + 1\right)} \sqrt{2 g l (1 - \cos\theta)}}$$

Ahora vamos a la segunda parte del problema

Queremos que m_B llegue a P.

$\longrightarrow$ Escribamos las ecuaciones itinerario



luego $x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$; $y = y_0 + v_{0y} t + \frac{a_y t^2}{2}$

$x = 0 + v_B t + 0$

$\boxed{x = v_B t}$

$y = 0 + 0 - \frac{g t^2}{2}$

$$\boxed{y = -\frac{g t^2}{2}}$$

Para que llegue a P. se debe cumplir que

$L = v_B t^*$; $-h = -\frac{g (t^*)^2}{2}$

$v_B = \frac{L}{t^*}$

$t^* = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

luego v_B debe ser $v_B = L \sqrt{\frac{g}{2h}}$

$$\longrightarrow \quad \frac{2\cdot\sqrt{2g\ell(\cos\theta-1)}}{\left(\frac{m_B}{m_A}+1\right)} = L\sqrt{\frac{g}{2h}} \quad /(\ )^2$$

$$\frac{4}{\left(\frac{m_B}{m_A}+1\right)^2}\left(2\cancel{g}\ell(\cos\theta-1)\right) = L^2\frac{\cancel{g}}{2h}$$

$$\cos\theta - 1 = \frac{L^2}{2h}\cdot\frac{1}{4\cdot 2\ell}\left(\frac{m_B}{m_A}+1\right)^2$$

$$\boxed{\cos\theta = \frac{L^2}{16h\ell}\left(\frac{m_B}{m_A}+1\right)^2}$$

$$\longrightarrow \theta = \arccos\left(\frac{L^2}{16h\ell}\left(\frac{m_B}{m_A}+1\right)^2\right)$$