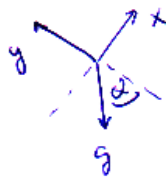
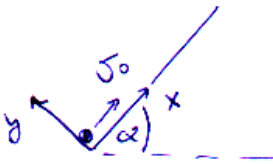


Movimiento en el plano inclinado



$$a_x = -g \sin \alpha$$

$$a_y = -g \cos \alpha$$

Eje x : $x = v_0 t - \frac{1}{2} g \sin \alpha t^2$

0.5 puntos

$$v_x = v_0 - g \sin \alpha t$$

Final del plano inclinado $\Rightarrow x = D$

$$t = t_1$$

0.5 puntos

$$v = v_1$$

entonces

$$D = v_0 t_1 - \frac{1}{2} g \sin \alpha t_1^2 \quad (1)$$

$$v_1 = v_0 - g \sin \alpha t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_0 - v_1}{g \sin \alpha}$$

0.5 puntos

reemplazando en (1)

$$D = \frac{v_0(v_0 - v_1)}{g \sin \alpha} - \frac{1}{2} \frac{(v_0 - v_1)^2}{g \sin \alpha}$$

0.5 puntos

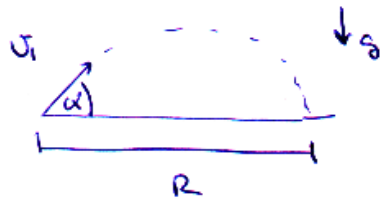
$$2gD \sin \alpha = v_0^2 - v_1^2$$

$$\Rightarrow \boxed{v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2Dg \sin \alpha}}$$

1 punto

velocidad del
proyectil al
salir de la
plataforma

Mov. parabolico



$$y = v_i \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2$$

0.5 puntos

$$v_y = v_i \sin \alpha - g t$$

Tiempo en llegar a la altura máxima i.e. $v_y = 0$

$$\Rightarrow \tilde{t} = \frac{v_i \sin \alpha}{g}$$

Tiempo total de vuelo $t_{\text{vuelo}} = 2\tilde{t} = \frac{2v_i \sin \alpha}{g}$ 0.5 puntos

Alcance horizontal :

$$x = R = v_i \cos \alpha \cdot t_{\text{vuelo}} \quad 0.5 \text{ puntos}$$

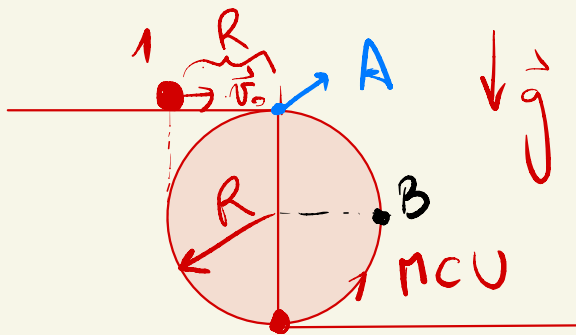
$$R = \frac{2v_i^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} \quad 0.5 \text{ puntos}$$

$$\text{pero } v_i^2 = v_0^2 - 2gD \sin \alpha$$

$$\therefore R = \frac{2(v_0^2 - 2gD \sin \alpha) \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$

$$R = \frac{(v_0^2 - 2gD \sin \alpha) \sin 2\alpha}{g}$$

1 punto



1) Quanto deve ser Ω para que se desloquem em A?? (2 pts)

T é o mínimo : $\Delta x = v_0 T = R$ + 0.5 pts
 $\Delta l = \Omega R T = \pi R$ - 0.5 pts
 $\Rightarrow \frac{v_0}{\Omega R} = \frac{1}{\pi} \Rightarrow \boxed{\Omega = \frac{\pi v_0}{R}}$ + 1.5 pts.

2) Quanto deve ser Ω para que se desloquem em B

T en l'impact : Pour le point 1

$$T = T_{\text{cin}} + T_{\text{cogr}} =$$

$$= \frac{R}{m_0} + \left(\frac{2R}{g} \right)^{1/2} \quad 1 \text{ pt}$$

$0.5 \quad 0.5$

Pour le point 2

$$T = \frac{\pi}{2\Omega} \quad 0.5 \text{ pt}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\pi}{2\Omega} = \frac{R}{m_0} + \left(\frac{2R}{g} \right)^{1/2}}$$

Y le point 2 donne

$$x_c(T) = 2R = R \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + R = 2R \quad \checkmark$$

$$y_c(T) = R = R \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = R \quad \checkmark$$

$$\left. \begin{aligned} x_c &= x_p \\ y_c &= y_p \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} 2R &= n_0 T \\ R &= \frac{g T^2}{2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2R}{n_0} \quad \checkmark \checkmark$$

0.5 pts

$$\Rightarrow \frac{\pi}{2R} = \frac{R}{n_0} + \left(\frac{2R}{g} \right)^{1/2} = \frac{2R}{n_0}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2R}{g} \right)^{1/2} = \frac{R}{n_0}$$

1 pt

$$\Rightarrow \frac{\pi}{2R} = \frac{2R}{n_0} \Rightarrow R = \frac{n_0 \pi}{4R}$$

$$\text{Gn} \quad n_0^2 = \frac{g R}{l_2}$$

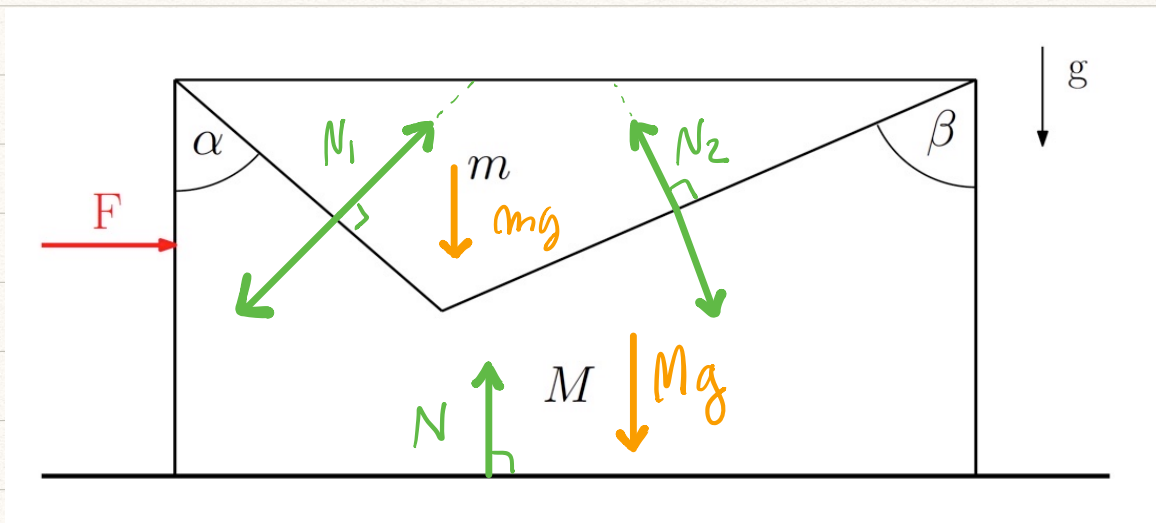
$$R = \left(\frac{g}{2R} \right)^{1/2} \frac{\pi}{4} !!$$

1 pt

F11000 - Otoño 2021

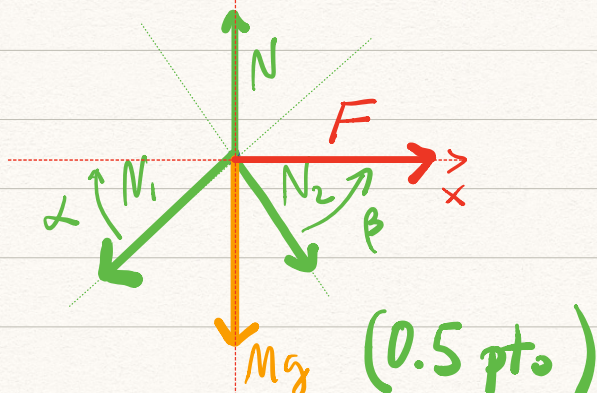
Control 1 - Pregunta 3

(1) Primero identificamos las fuerzas en la figura

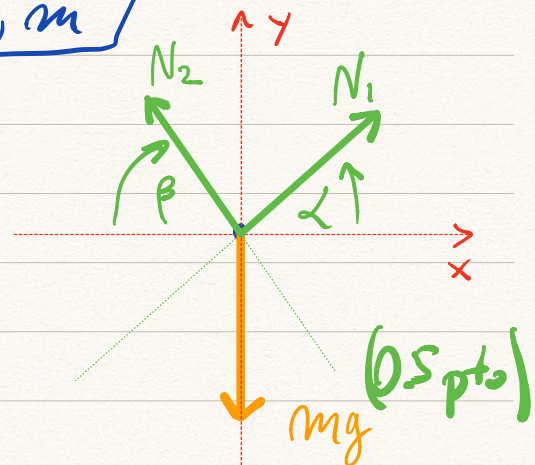


Ahora hacemos los diagramas de cuerpo libre para cada masa.

DCL, M



DCL, m



Ahora podemos escribir los balances de fuerzas para cada masa y cada uno de los ejes definidos en los DCLs.

M

x $F + N_2 \cos \beta - N_1 \cos \alpha = Ma$ (1)

y $N - N_1 \sin \alpha - N_2 \sin \beta - Mg = 0$ (2)

(0.5 pts)

m

x $N_1 \cos \alpha - N_2 \cos \beta = ma$ (3)

y $N_1 \sin \alpha + N_2 \sin \beta - mg = 0$ (4)

(0.5 pts)

En donde los balances en x resultan en una aceleración igual para ambas masas, pues estas se mueven juntas. En el eje y tenemos estática.

Ahora solo tenemos que resolver estas ecuaciones

Combinando (2) y (4) se obtiene

$$N = (m + M)g \quad (5)$$

Para encontrar las normales sobre la masa "m" podemos usar (3) y (4), pero primero debemos encontrar "a" en función de cantidades conocidas.

Sumando (1) y (3) se obtiene

$$F = (m + M)a$$

$$g \quad a = \frac{F}{(m + M)} \quad (6)$$

Con (6) en (3) y (4) queda el sistema de ecuaciones siguiente:

$$N_1 \cos \alpha - N_2 \cos \beta = \frac{mF}{(m + M)} \quad (7)$$

$$N_1 \sin \alpha + N_2 \sin \beta = mg \quad (4)$$

$$\underline{N_1} / (-7) \cdot \sin \beta + (4) \cos \beta \Rightarrow$$

$$N_1 (\sin \beta \cdot \cos \alpha + \sin \alpha \cdot \cos \beta) = mg \cos \beta + \dots$$

$$\dots + \frac{mF}{(m+n)} \sin \beta$$

Despejando n obtiene:

$$N_1 = \frac{\left(mg \cos \beta + \frac{mF}{(m+n)} \sin \beta \right)}{(\sin \beta \cdot \cos \alpha + \sin \alpha \cdot \cos \beta)} \quad (8)$$

(0.5 pts)

$$\underline{N_2} / -(7) \sin \alpha + (4) \cos \alpha \Rightarrow$$

$$N_2 (\sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha) = mg \cos \alpha + \dots$$

$$\dots - \frac{mF}{(m+n)} \sin \alpha$$

$$N_2 = \frac{\left(mg \cos \alpha - \frac{mF}{(m+n)} \sin \alpha \right)}{\left(\sin \beta \cdot \cos \alpha + \sin \alpha \cdot \cos \beta \right)} \quad (9)$$

(0.5 pts)

Notar que

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

con lo que se puede escribir expresiones más compactas. No era necesario esta vez pero es bueno recordar estas identidades.

(2)

De (8) se puede ver que $N_1 > 0$ para cualquier valor de $F > 0$

En cambio N_2 (ec. (9)) puede anularse indicando la pérdida de contacto entre "m" y "M".

Juego se pierde contacto para F

tal que $N_2 = 0$ (2.0 pts) (10)

$$\cancel{mg} \cos \alpha - \frac{\cancel{m} F_c \sin \alpha}{(m+M)} = 0$$

$$F_c = \frac{g}{(m+M) \tan \alpha} \quad (11) \quad (1.0 \text{ pts})$$

Nota: Si no hacen parte (11) y solo indican que la perdida de contacto es con N entre "m" y "M" es con $N = 0$, dar 1.0 pts