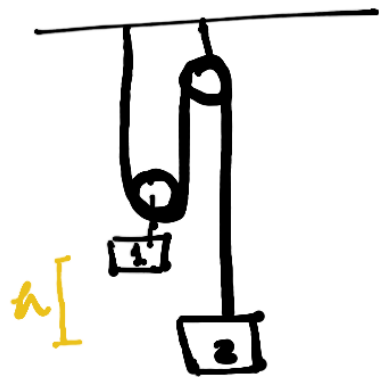


Aux 5

P1)

Tenemos el sistema:



Primero anotamos los datos dados de el enunciado.

la masa de 1 es 4 veces mayor que la de 2,
esto significa que si la masa de 2 es m , la masa
de 1 es $4m$

$$m_2 = m$$

$$n = 4$$

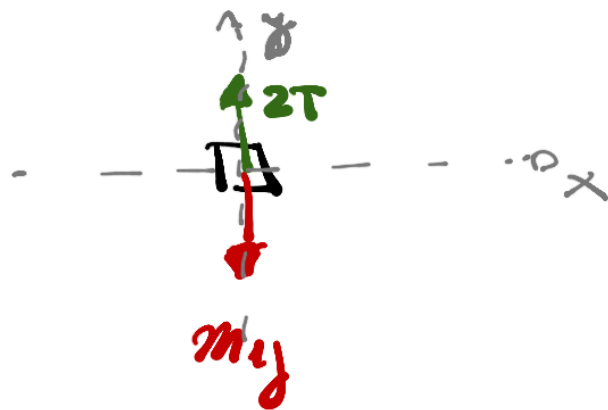
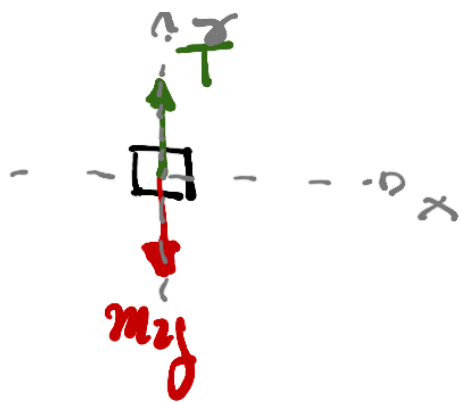
$$m_1 = nm$$

a) ¿Cuál es la aceleración de m_2 mientras m_1
baja?

Analizemos los DCL

Para 2:

Para 1:



Con esto podemos anotar la 2^{da} ley de Newton

$$m_2 \cdot a_2 = T - m_2 g$$

$$m_1 a_1 = 2T - m_1 g$$

usando $m_2 = m$

$m_1 = n \cdot m$

$$m a_2 = T - m g$$

$$n \cdot m a_1 = 2T - n m g$$

Notamos que en este problema $a_2 = -2a_1$

$$m a_2 = T - m g$$

①

$$-\frac{n m a_2}{2} = 2T - n m g$$

②

Ratando $2 \cdot 0 - (2)$

$$2ma_2 + \frac{n \cdot m a_2}{2} = \cancel{2T} - 2mg - \cancel{2T} + n \cdot mg$$

$$a_2 \left(2m + \frac{nm}{2} \right) = (-2m + nm)g$$

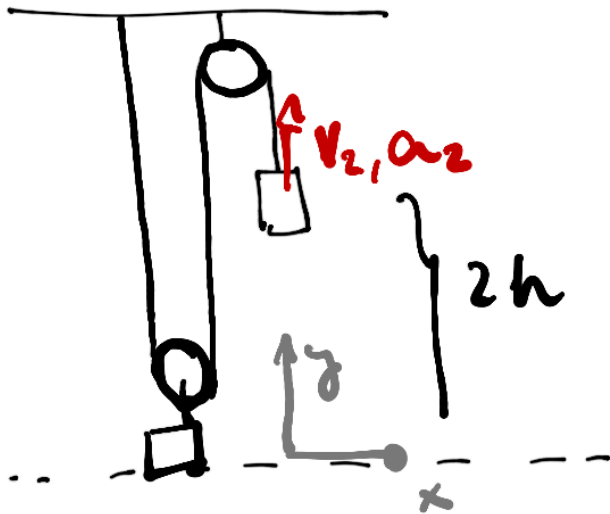
$$a_2 = \frac{2(nm - 2m)}{(nm + 4m)} = \frac{2(n-2)}{(n+4)} g$$

en este caso $n=4 \rightarrow a_2 = \frac{2(4-2)}{4+4} = \frac{2}{2}$

2) ¿Cuál es la altura máxima que llegará 2?

Notemos que cuando 1 llegue al suelo 2
estará a una altura $= 2h$! (por esto $a_2 = -2a_1$)

pero tras esto, como viene con aceleración, saltará
en caída libre



Entonces vamos a disposar
con una velocidad V_0 ,
que debemos obtener, para
luego obtener su t .

→ para V_2 → $V = V_0 + at$

- en este caso parte m_2 del reposo → $V_0 = 0$

- ya conocemos su $a = a_2 = \frac{2 \cdot (n-2)}{(n+4)} g$

→ $V_2 = \frac{2(n-2)}{(n+4)} \cdot g \cdot t^*$ este es el
tiempo en que
comienza a llegar
a $2h$.

→ para encontrar t^*

$$y = y_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Parte en $y_0 = 0$ en nuestro sistema

$$v_0 = 0$$

$$a = a_2 = \frac{2(n-2)}{(n+4)} g$$

y queremos $t^* \rightarrow$ cuando $y = 2h$

$$\rightarrow 2h = 0 + 0 + \frac{2(n-2)}{(n+4)} g \frac{(t^*)^2}{2}$$

$$2h = \frac{(n-2)}{(n+4)} g (t^*)^2$$

$$t^* = \sqrt{\frac{2h(n+4)}{g(n-2)}}$$

Reemplazando esto en v_2 :

$$v_2 = \frac{2(n-2)}{(n+4)} \cdot g \cdot t^*$$

$$= \frac{2(n-2)}{(n+4)} g \sqrt{\frac{2h(n+4)}{g(n-2)}}$$

$$v_2 = 2 \sqrt{\frac{2hg(n-2)}{n+4}}$$

ya con $v_2 \rightarrow$ velocidad de despegue

Tenemos un cuerpo en caída libre que llega a una altura máxima

Recordemos $\rightarrow$ un cuerpo en caída libre.

$$1) y = y_0 + v_0 t - g \frac{t^2}{2}$$

$$2) v_y = v_0 - g t$$

Cuando llega a la altura máxima $v_y = 0$

Usando en 2)

$$0 = v_0 - g t$$

$$t = \frac{v_0}{g} \rightarrow \text{tiempo de subida. } t_s$$

y reemplazando en 1), podemos obtener la altura máxima h ya que lo que nos interesa es el tiempo de subida

$$\rightarrow Y = y_0 + v_0 t - g \frac{t^2}{2}$$

$$Y_{MAX} = y_0 + v_0 t_s - g \frac{(t_s)^2}{2}$$

$$Y_{MAX} = y_0 + v_0 \cdot \frac{v_0}{g} - g \frac{\left(\frac{v_0}{g}\right)^2}{2}$$

$$Y_{MAX} = y_0 + \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g}$$

$$Y_{MAX} = y_0 + \frac{v_0^2}{2g}$$

Usando esto en nuestro problema:

$$y_0 = 2h \text{ (posición inicial)}$$

$$v_0 = v_2 = 2 \sqrt{\frac{2hg(n-2)}{n+4}}$$

→ velocidad con
que se inicia la
caída libre.

$$Y_{MAX} = 2h + \frac{\left(2\sqrt{\frac{2hg(n-2)}{n+4}}\right)^2}{2g}$$

$$= 2h + \frac{4 \cdot \cancel{2}hg(n-2)}{\cancel{2}g(n+4)}$$

$$= 2h + \frac{4h(n-2)}{(n+4)}$$

in questo caso $n=4 \rightarrow$

$$Y_{MAX} = 2h + \frac{4h \cdot 2}{8} = 3h.$$

P2)

Tenemos el sistema

y nos dicen que la partícula m se mueve con $a = g\sqrt{3}$,

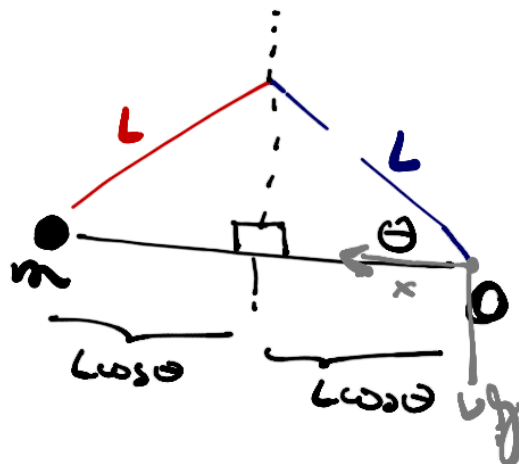
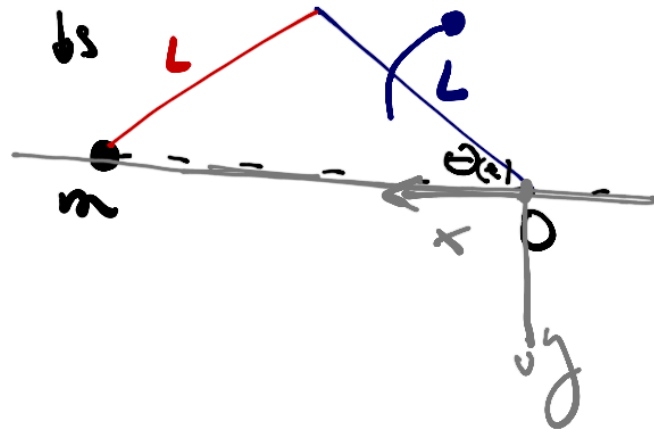
producido por el movimiento de la barra.

1) $\ddot{\theta}(t)$? ¿Cómo abordar esto?

Lo único que sabemos es el comportamiento de m

Sabemos que $a = g\sqrt{3}$

Intentemos relacionar m con θ



luego podemos decir que la posición de m es $2L \cos \theta$

podemos usar entonces la ecuación itinerario

$$X = X_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

1)

Notemos, que al inicio, las barras están en $\theta = 0$, es decir, al comienzo:



$$\begin{aligned} \longrightarrow X_0 &= 2L \cos(0) \\ \boxed{X_0 &= 2L} \end{aligned}$$

2)

no se habla de velocidad inicial $\longrightarrow v_0 = 0$

3)

y nos dicen que $a = g \sqrt{3}$, pero indica hacia la derecha, y nuestro sistema es



como la aceleración es $\longrightarrow$, tendrá un signo menos

4) ya dijimos que la posición del maso es $2L \cos \theta$

$$\rightarrow x = 2L \cos \theta$$

Usando todo esto en la ec. itineraria

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

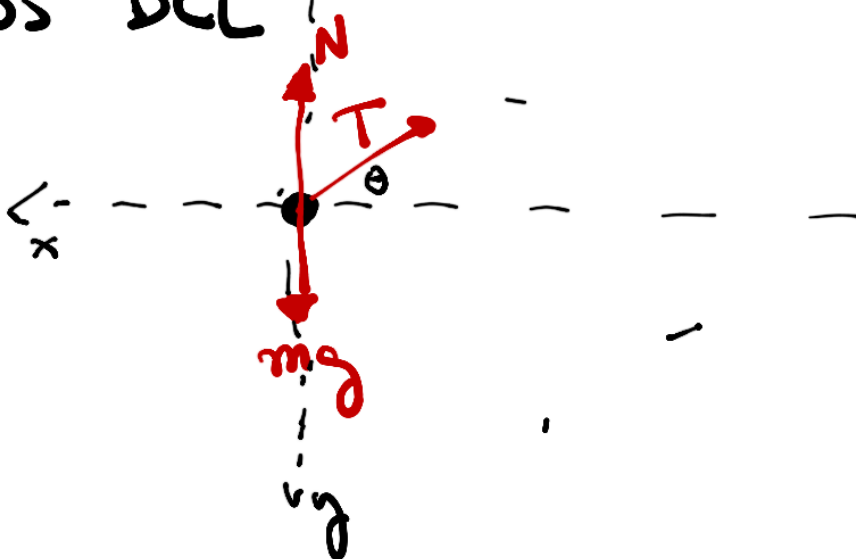
$$2L \cos \theta = 2L + 0 - g \frac{\sqrt{3}}{2} t^2$$

$$\left\{ \cos \theta = 1 - \frac{g \sqrt{3}}{4L} t^2 \right\} \rightarrow \text{esto basta para ver que } \theta(t).$$

$$\theta = \arccos \left(1 - \frac{g \sqrt{3}}{4L} t^2 \right)$$

2) Queremos encontrar T y N

hacemos DCL



Usamos la 2^{da} ley de Newton

$$m a_y = -N - T \sin \theta + mg \rightarrow \text{No hay aceleración hacia arriba}$$

$$m a_x = -T \cos \theta$$

$$\rightarrow \underline{a_y = 0}$$

$$\rightarrow a_x = -g \sqrt{3}$$

donde el signo (-) es por lo dicho en la etapa anterior

Con las ecuaciones tenemos 2 ecuaciones

$$0 = -N - T \sin \theta + mg \quad (1)$$

$$-mg\sqrt{3} = T \cos \theta \quad (2)$$

$$\text{de (2)} \rightarrow T = - \frac{mg\sqrt{3}}{\cos \theta}$$

usando esto en (1)

$$0 = -N + \frac{mg\sqrt{3}}{\cos \theta} \cdot \sin \theta - mg$$

$$N = mg \left(\sqrt{3} \frac{\sin \theta}{\cos \theta} - 1 \right)$$

$$N = mg(\sqrt{3} \tan \theta - 1)$$

3) Si $T_{\max} = mg\sqrt{3}$ ¿se corta primero o se despegue?

•) Para que despegue $N = 0$

$$0 = mg(\sqrt{3} \tan \theta - 1)$$

$$\rightarrow \sqrt{3} \tan \theta - 1 = 0$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\hookrightarrow \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\pi}{6} = \theta_{\text{despegue}}$$

•) Para que corte $T = T_{\max}$

(tomamos el valor
obtenido) $\rightarrow T = \frac{mg\sqrt{3}}{\cos \theta}$

$$T_{\max} = mg\sqrt{3}$$

$$mg\sqrt{3} = \frac{mg\sqrt{3}}{\cos \theta}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{1}$$

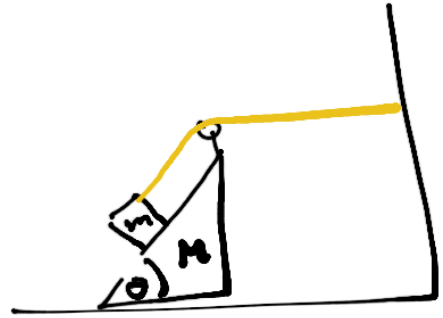
$$\theta = \frac{\pi}{2}$$

→ x despegue en $\theta = \frac{\pi}{6}$ y x cae en $\theta = \frac{5\pi}{6}$

→ 1^{ro} x despegue! $\frac{\pi}{6} < \frac{5\pi}{6}$.

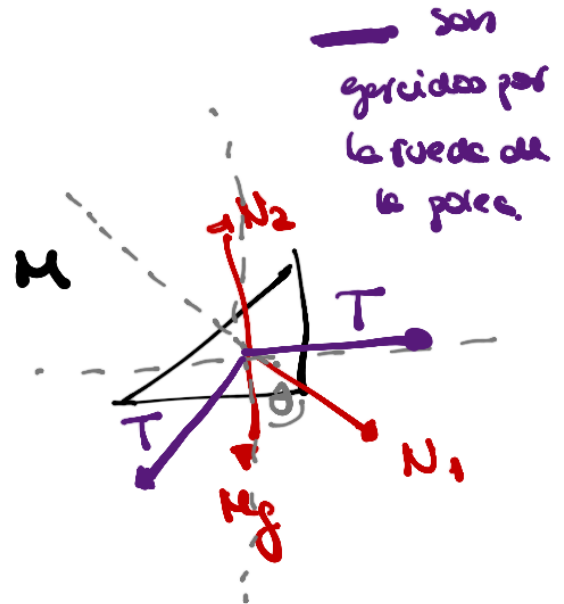
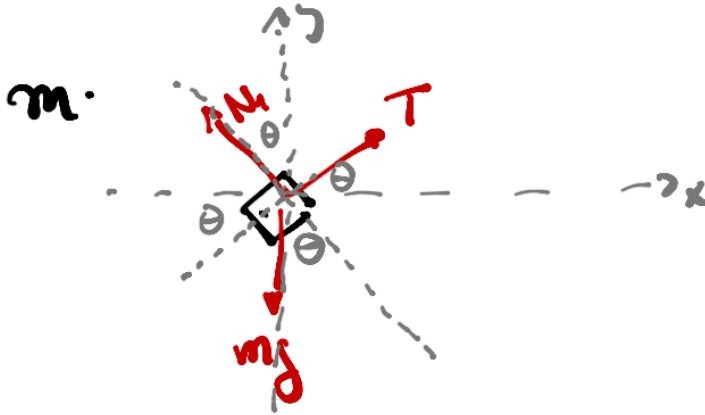
P3)

Tenemos el sistema



Queremos a_M $\rightarrow$ aceleración de la cuerda

Realizamos los DCL:



escribimos las ec. de newton

$$m a_{mx} = T \cos \theta - N_1 \sin \theta$$

$$m a_{my} = N_1 \cos \theta + T \sin \theta - m g$$

$$M a_{Mx} = N_2 \sin \theta + T - T \cos \theta$$

$$M a_{My} = N_2 - M g - N_1 \cos \theta - T \sin \theta$$

M no se eleva

$$\rightarrow a_{My} = 0$$

y llamemos

$$a_{Mx} = a_M$$

je je en la única aceleración que buscamos.

Que dan los empujes:

$$① \quad m a_{mx} = T \cos \theta - N_1 \sin \theta$$

$$② \quad m a_{my} = N_1 \cos \theta + T \sin \theta - m g$$

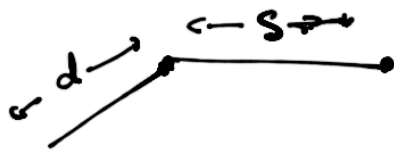
$$③ \quad M a_M = N_2 \sin \theta + T - T \cos \theta$$

$$④ \quad 0 = N_2 - M g - N_1 \cos \theta - T \sin \theta$$

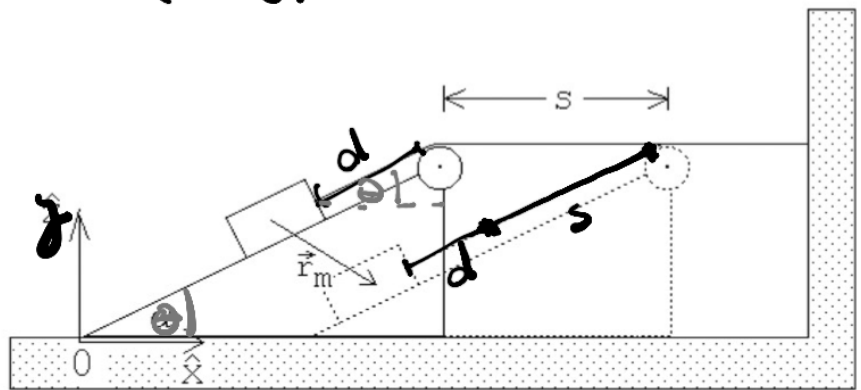
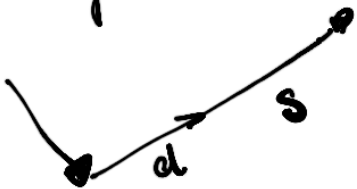
Ahora relacionemos a_m y a_M

Veamos el desplazamiento de m :

Lo nura



es igual a



$$\begin{aligned} d \sin \theta \hat{y} + d \cos \theta \hat{x} + s \hat{x} &= \vec{r}_m + d \sin \theta \hat{y} + d \cos \theta \hat{x} \\ &\quad + s \sin \theta \hat{y} + s \cos \theta \hat{x} \\ \vec{r}_m &= (s - s \cos \theta) \hat{x} - s \sin \theta \hat{y} \end{aligned}$$

eso fue lo que se desplazo en minutos M a
desplazo S , $\vec{r}_M = S\hat{x}$

luego tenemos la relación $\vec{r}_M = S(1 - \cos\theta)\hat{x} - S\sin\theta\hat{y}$
 $\vec{r}_M = S\hat{x}$

y entonces como $\vec{a}_M = a_M\hat{x}$

$$\vec{a}_M = a_M(1 - \cos\theta)\hat{x} - a_M\sin\theta\hat{y}$$

Con esto las ecuaciones quedan:

$$m a_M(1 - \cos\theta) = T \cos\theta - N_1 \sin\theta \quad (1)$$

$$m \cdot (-a_M \sin\theta) = N_1 \cos\theta + T \sin\theta - mg \quad (2)$$

$$M a_M = N_1 \sin\theta + T - T \cos\theta \quad (3)$$

$$0 = N_2 - M g - N_1 \cos\theta - T \sin\theta \quad (4)$$

→ sumando $(1) \cdot \cos\theta + (2) \sin\theta$

$$m a_M(1 - \cos\theta) \cos\theta = T \cos^2\theta - N_1 \sin\theta \cos\theta$$

$$-m a_M \sin^2 \theta + N \cos \theta \sin \theta + T \sin^2 \theta - m g \sin \theta$$

$$m a_M (\cos \theta - 1) = T - m g \sin \theta$$

$$T = m g \sin \theta + M a_M (\cos \theta - 1) \quad *$$

Sumando ① + ③ :

$$m a_M (1 - \cos \theta) + M a_M = T \quad **$$

igualando ambas

$$m a_M (1 - \cos \theta) + M a_M = m g \sin \theta + m a_M (\cos \theta - 1)$$

$$a_M (m(1 - \cos \theta) + M + m(1 - \cos \theta)) = m g \sin \theta$$

$$a_M = \frac{m g \sin \theta}{M + 2m(1 - \cos \theta)}$$