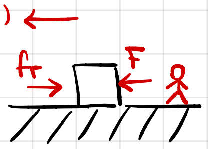
Resumen C2

Fuerza de roce: fuerza que se opone al movimiento y es proporcional a la normal de contacto

caso estático: si nos imaginamos una persona intentando mover una caja muy grande veremos que al aplicar una fuerza pequeña probablemente no podrá moverla, luego puede aplicar más y más hasta que en un momento t^* la caja se mueve, hasta antes de t^* estaríamos en el caso estático

en este caso la fuerza es variable



$-fr + F = ma = 0$

$\Rightarrow fr = F$ → en este caso particular se ve claramente que fr es variable, de hecho aquí es igual a la fuerza aplicada, si la fuerza aplicada aumenta, fr también lo hace.

se tiene que $fr_{est} \leq \mu_{est} |\vec{N}|$ ← normal

condición de comenzar a deslizar:

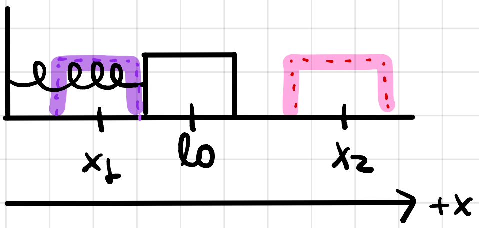
$fr_{est} = \mu_{est} \cdot N$ → en las ec. de movimiento ustedes le ponen el signo de su SR.

caso cinético: cuando la caja comienza a moverse estamos en el caso cinético, en él fr es cte y es equivalente a $\mu_c N$

Fuerza elástica: fuerza asociada a resortes

$fe = -k\delta$

cte de elasticidad ↵ ↳ elongación



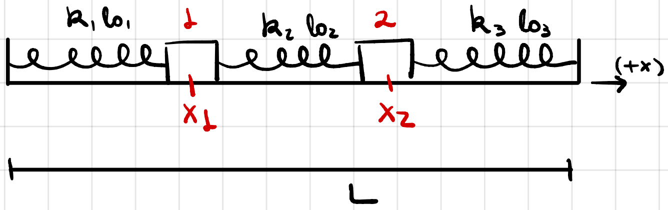
→ acortar: $\delta = x_1 - lo$
como $x_1 < lo \Rightarrow \delta < 0 \Rightarrow fr > 0$
significa que si se acorta fr irá a la derecha, tratando de recomponer el equilibrio

→ elongar: $\delta = x_2 - lo$
como $x_2 > lo \Rightarrow \delta > 0 \Rightarrow fr < 0$
significa que si se alarga fr irá a la izquierda, tratando de recomponer el equilibrio

ya pero aber como hago las ecuaciones de movimiento si esto depende de como vea el ejercicio :c

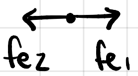
bueno en verdad no hay una receta para hacerlo asi que abajo dejare dos formas de "como hacer las ec. de mov. de un resorte y no morir en el intento"

① la más recomendada es escribir la fuerza elastica desde el resorte hacia la masa

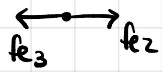


x_1 y x_2 son las posiciones de 1 y 2 en el tiempo

DCL 1 $\hat{x}$



DCL 2 $\hat{x}$



ecuaciones $\rightarrow$ $f_{e1} - f_{e2} = m a_1$
$f_{e2} - f_{e3} = m a_2$

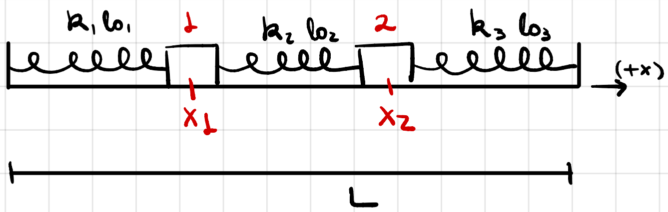
reemplacé solo el modulo de f_{e1} y f_{e2} el signo ya está puesto

$\delta \rightarrow \delta_1 = x_1 - lo_1$
$\delta_2 = (x_2 - x_1) - lo_2 \Rightarrow k_1(x_1 - lo_1) - k_2((x_2 - x_1) - lo_2) = m a_1$
$\delta_3 = (L - x_2) - lo_3$

ecuación apunte

si analizamos el caso de acortar el resorte 1 $\Rightarrow \delta_1 < 0$ $\Rightarrow f_{e1} > 0$ (f_{e1} "quiere" que el resorte vaya a la derecha para llegar al equilibrio), luego, necesariamente los resortes 2 y 3 se estarian estirando $\Rightarrow \delta_2 > 0 \Rightarrow f_{e2} < 0$
con lo anterior vemos que la ecuacion 1 tiene sentido

②



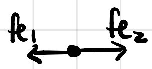
(esto si lo piensan acortado es analogo)

haré solo la primera masa, para esta segunda forma necesitamos imaginar el resorte estirado o acortado

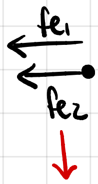
estirado $\rightarrow$ el resorte 1 se va a alargar $\Rightarrow \delta_1 > 0 \Rightarrow f_{e1} < 0$
o sea que f_{e1} quiere que el resorte vaya a la izq.

el resorte 2 se va a acortar $\Rightarrow \delta_2 < 0 \Rightarrow f_{e2} > 0$

↳ de esto vemos que da igual que antes



si lo piensan como que al estirarse fe_1 y fe_2 haran fuerza a la izquierda para que la masa welva a su equilibrio el DCL les quedará así :



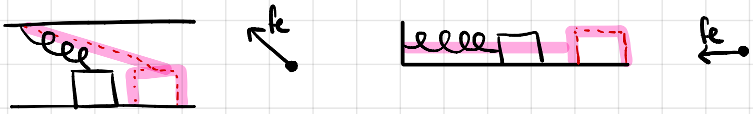
peero... deben considerar que habran alargamientos / acortamientos que cambiarán los signos

en este caso para fe_1, δ_1 es negativo por lo que si lo escriben queda

$$-fe_1 - fe_2 = ma$$
$$-k_1 \cdot (-\delta_1) - fe_2 \cdot (\delta_2) = ma$$
$$k_1 \delta_1 - fe_2 \delta_2 = ma$$
$$k_1 (x_1 - lo_1) - k_2 ((x_2 - x_1) - lo_2) = ma$$

↳ lo mismo de antes :>

Nota : todo lo anterior es para un conjunto de resortes, en el caso con un resorte, pueden pensar en una elongación y pensar hacia donde tirará el resorte a la masa



} aqui anote solo la fe

aqui no es del resorte a la masa, solo deben pensar hacia donde tira

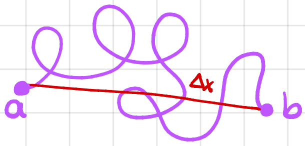
Fuerzas no conservativas : fuerzas que disipan energía en forma de calor → roce :>

Fuerzas conservativas : bueno.. son las que no hacen lo anterior jeje

$A = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \langle A, B \rangle = (a_1\ a_2) \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2$

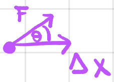
Trabajo de una fuerza : producto escalar entre un desplazamiento (Δx) y una fuerza asociada

$$\Delta W_{ab} = F \cdot \Delta x$$ → ¿que es Δx? →



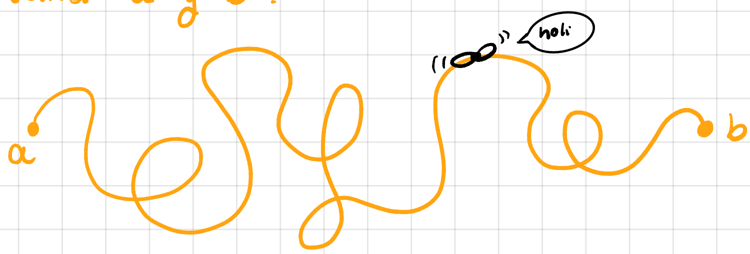
otra forma de describir producto escalar →

$$= F \Delta x \cos\theta$$ → ¿que es θ? →



Para fuerzas conservativas W no depende del camino recorrido, solo depende del punto final e inicial.

imaginense una mosquita recorriendo el sig. camino, si hay resistencia en el aire (roce) se va a cansar y va a convertir su energía en calor, si no hubiese resistencia no se cansaria y solo importaria a y b.



Trabajo realizado por la fuerza elastica entre a y b:

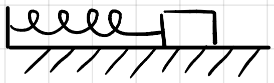
$$\Delta W_{ab} = \frac{1}{2} k (x_b^2 - x_a^2)$$

$$= \frac{1}{2} k x_b^2 - \frac{1}{2} k x_a^2$$

→ si se dan cuenta es igual a la energía potencial elástica en a, tiene sentido porque W es una medida de energía

Trabajo efectuado por la fuerza de roce:

tomemos en cuenta la siguiente situacion, una masa con un resorte que se mueve en una superficie con roce.



→ 2da ley de Newton

suma en los pequeños desplazamientos

$$ma = -kx - f_r \quad / \cdot \sum_i \Delta x$$

$$m \sum_a^b a \cdot \Delta x = -k \sum_a^b x \cdot \Delta x - \sum_a^b f_r \cdot \Delta x$$

dem. en apunte

notación

$$\frac{1}{2} m (v_b^2 - v_a^2) = -\left(\frac{1}{2} k (x_b^2 - x_a^2)\right) - W_{fr}$$

esta Σ_i se usa al hacer la demostración ver pág 385 apunte (aquí no lo explicaré pero tiene que ver con la def de W

ahora si llamamos T a la energía cinética y V a la energía potencial elástica

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} m v_b^2 = T_b \quad ; \quad \frac{1}{2} m v_a^2 = T_a$$

$$\frac{1}{2} k x_b^2 = V_b \quad ; \quad \frac{1}{2} k x_a^2 = V_a$$

la ecuación queda $\quad T_b - T_a = -(V_b - V_a) - W_{fr}$

$$\Rightarrow W_{fr} = -(V_b - V_a) - (T_b - T_a)$$

$$= V_a - V_b - T_b + T_a$$

$$= \underbrace{V_a + T_a}_{} - \underbrace{V_b - T_b}_{}$$

$$= E_a - E_b = -(E_b - E_a)$$

$$= -\Delta E$$

E. mecanica

entre a y b

Finalmente

$$W_{fr} = -\Delta E$$

- el trabajo de la fuerza de roce es negativo porque se opone al movimiento

- la formula anterior tambien se pueden ver de la sgte forma:

$$\sum_a^b (-fr \cdot \Delta x) = E_f - E_i$$

$$-\underbrace{\sum_a^b (fr \cdot \Delta x)}_{} = E_f - E_i$$

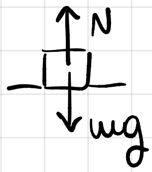
apunte N2 pág 394

$$-W_{fr} = E_f - E_i \Rightarrow W_{fr} = E_i - E_f$$

$fr \cdot \Delta x \rightarrow$ aqui fr es el modulo de la fuerza porque el signo está puesto en la ecuación

entonces la ecuación queda

como en el aux :)



$\Rightarrow$ estatico $N = mg \Rightarrow fr \cdot \Delta x = \mu mg \cdot \Delta x = W_{fr}$

Teorema de trabajo y energía: "el trabajo realizado por la fuerza neta sobre una particula es igual al cambio de energia cinética en esta"

$$W_{TOTAL} = T_f - T_i = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

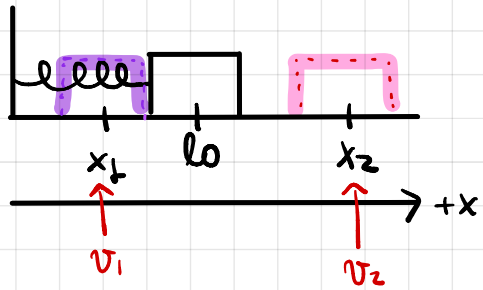
Conservación de energía mecánica:

si definimos la energía mecánica como la suma entre la energía cinética y potencial (gravitacional y/o elastica), entonces tenemos:

$$E = T + V$$

en un sistema conservativo (en donde solo actuan fuerzas conservativas) se dice que la energía mecánica se conserva, es decir, es constante en el tiempo

Luego, si tenemos una masa unida a un resorte en el piso y la estudiamos en los puntos a y b tenemos:

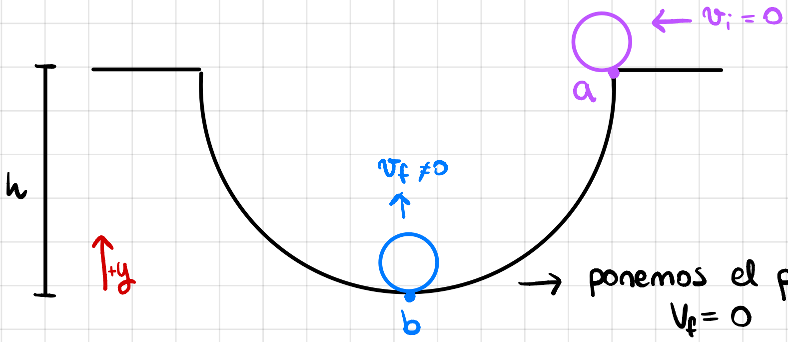


$$E_f = E_i$$

$$T_f + V_f = T_i + V_i$$

$$\frac{1}{2} m v_f^2 + \frac{1}{2} k x_2^2 = \frac{1}{2} m v_i^2 + \frac{1}{2} k x_2^2$$

Otro caso importante es el siguiente



→ ponemos el potencial 0 aquí $V_f = 0$

en este caso una masa cae con $v_i = 0$ hasta una altura h

aplicamos conservación de energía

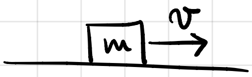
$$\underset{\text{en b}}{E_f} = \underset{\text{en a}}{E_i} \rightarrow T_f + V_f = T_i + V_i$$

$$\frac{1}{2} m v_f^2 + \cancel{m g y_2} = \frac{1}{2} m \cancel{v_i^2} + m g y_1$$

$y_2 = 0$ $\quad v_i = 0$ $\quad y_1 = h$

toda la energía potencial inicial se convierte en energía cinética (ya que no hay perdidas de energía) ← $\frac{1}{2} m v_f^2 = mgh$

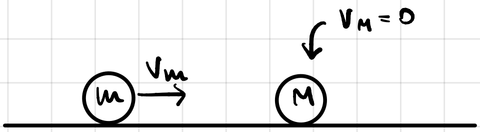
Momentum lineal y su conservación: cuando la suma de fuerzas externas en un sistema es nula se dice que su momentum lineal se conserva si se tiene una masa m con velocidad v, entonces:



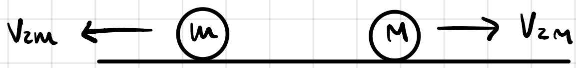
$$p = mv$$

momentum lineal

su conservación es especialmente útil para casos de choques, ejemplo



antes del choque



despues del choque

conservamos momentum

$$\sum p_f = \sum p_i$$

$$p_{fm} + p_{fM} = p_{im} + p_{iM}$$

$$m \cdot V_m + M \cdot V_M = m \cdot V_{2m} + M \cdot V_{2M}$$

en este caso $V_M = 0$

$$m\, V_m = m\, V_{2m} + M\, V_{2M}$$

suerte en todo

ojalá les sirva :)