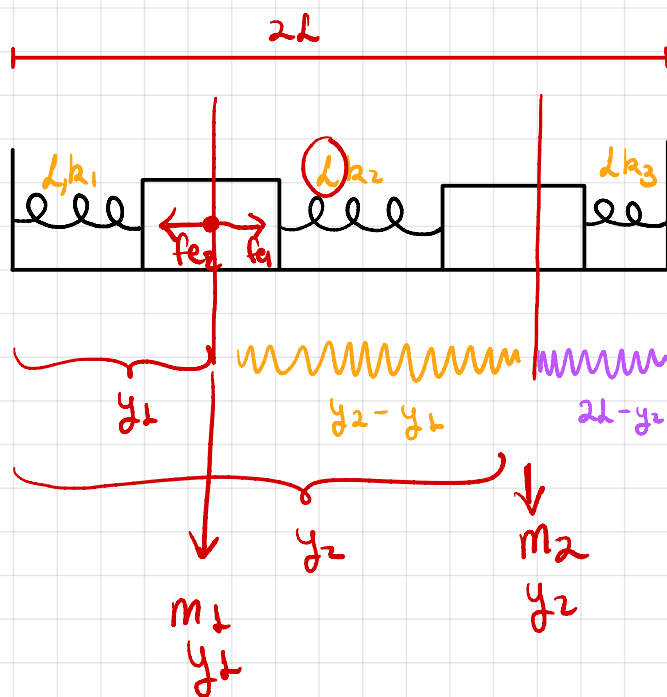
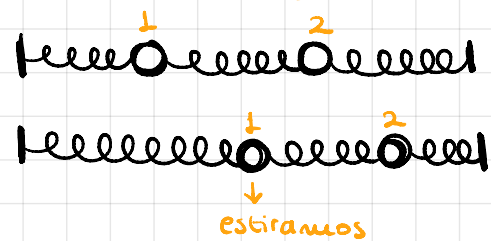




inicio $\rightarrow L$
final $\rightarrow 2L - y_2$



$$\delta_1 = y_1 - L$$

$$\delta_2 = (y_2 - y_1) - L$$

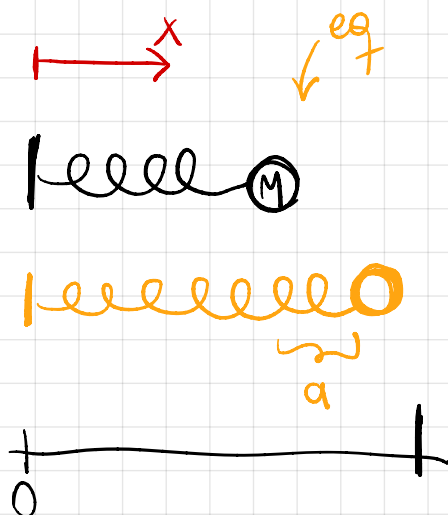
$$\delta_3 = (2L - y_2) - L$$

Así por ejemplo para 1 tenemos:

$$-f_{e1} + f_{e2} = 0$$

$$-k(y_1 - L) + k((y_2 - y_1) - L) = 0$$

$\rightarrow$ lo mismo que en el apunte pero $-L$



cte elasticidad

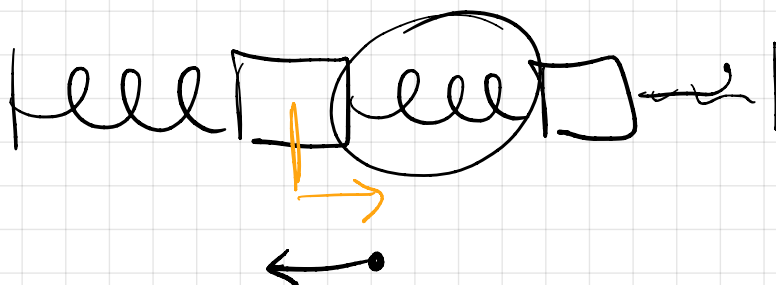
$\downarrow$

$k a$

$k a$

$$f_1 = \pm k(y_1 - L)$$

$$f_2 = \pm k((y_2 - y_1) - L)$$



Una masa m se encuentra a una distancia D del extremo de un resorte de constante k que, por simplicidad, suponemos que tiene masa nula. La masa m se desliza por un piso horizontal cuyo coeficiente de roce cinético es μ_c y el de roce estático es μ_e .

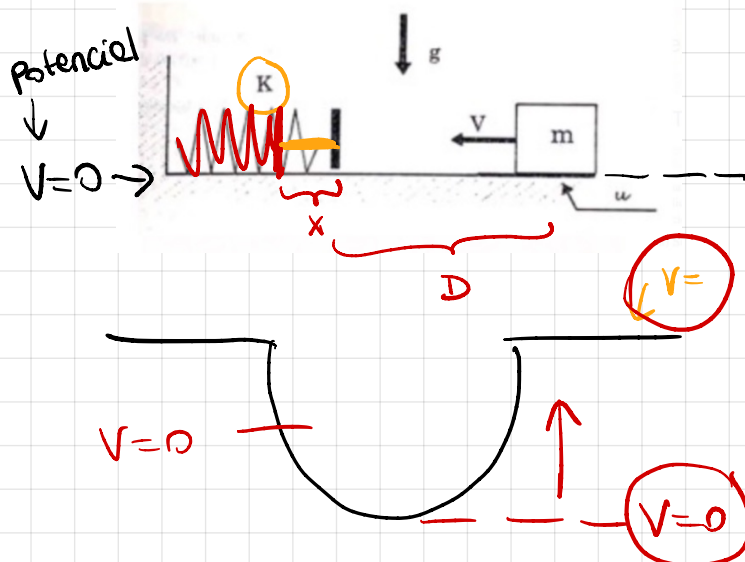
a) Suponga que la masa m tiene una velocidad V cuando se encuentra a la distancia D del extremo del resorte. Calcule el acortamiento del resorte, suponiendo que la velocidad V es suficiente para alcanzar a comprimirlo.

b) ¿Qué valor debe tener la velocidad V para que debido a la fuerza de roce, m se detenga justo al tocar el resorte? $\rightarrow$ esto significa $x = 0$

c) Calcule el valor de V para que la masa m se detenga justo en el momento que el resorte alcanza su máxima compresión.

$\rightarrow$ intuición
a) buscamos una ecuación para encontrar x así que vamos a usar las ec. que tenemos hasta encontrar una

en la línea 28 no debería estar



Analizamos la energía del sistema:

Energía inicial de m :

$$K = \frac{1}{2} m V^2$$

cons: $\Delta E = 0$
 $\downarrow$
 $E_f = E_i$

Energía del resorte en el momento de máxima compresión:

$$E_r = \frac{1}{2} k x^2$$

|||||
|||||
x

Luego planteamos lo siguiente:

$$W_{fr} = -\Delta E \rightarrow W_{fr} = E_i - E_f$$

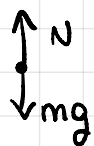
$$|f_r| \cdot \Delta x = \frac{1}{2} m V^2 - \frac{1}{2} k x^2$$

$\downarrow$
desplazamiento

$$F \cdot \Delta x \cdot \cos \theta$$

$|F| \Delta x$

¿Cómo sacamos f_r ?



$$\rightarrow \sum F = N - mg = ma = 0$$

$$N = mg$$

$$\Downarrow$$

$$f_r = \mu_c \cdot mg$$

$\rightarrow$ ahora esto lo metemos en la ecuación

notación $\mu_c = \mu$

$$F_r \cdot \Delta x = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} k x^2$$

$$\mu m g \cdot (D+x) = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} k x^2$$

Desarrollamos:

$$\frac{1}{2} m v^2 - \cancel{\frac{1}{2} k x^2} - (\mu m g D - \mu m g x) = 0$$

$$\downarrow \cdot \left[-\frac{2}{k} \right] \downarrow$$

$$x^2 - \frac{m v^2}{k} + \frac{2 \mu m g D}{k} + \frac{2 \mu m g x}{k} = 0$$

$$x^2 + \underbrace{\frac{2 \mu m g x}{k}}_B + \underbrace{\frac{2 \mu m g D}{k} - \frac{m v^2}{k}}_C = 0$$

$$\downarrow \frac{2 \mu m g x}{k}$$



$$A x^2 + B x + C = 0$$

(cuadrática)

$$\Rightarrow x = \left[-\frac{2 \mu m g}{k} \pm \sqrt{\left(\frac{2 \mu m g}{k} \right)^2 - 4 \cdot \left(\frac{2 \mu m g D}{k} - \frac{m v^2}{k} \right)} \right] \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{2 \mu m g}{k} \right)^2 \left(1 - 4 \left(\frac{k}{2 \mu m g} \right)^2 \left(\frac{2 \mu m g D}{k} - \frac{m v^2}{k} \right) \right)$$

$$\downarrow \left(\frac{2 \mu m g}{k} \right)^2 \left(1 - \frac{4 \cdot k^2 \mu m g D}{4 \mu^2 m^2 g^2 k} + \frac{4 k^2 m v^2}{4 \mu^2 m^2 g^2 k} \right)$$

$$\left(\frac{2 \mu m g}{k} \right)^2 \left(1 - \frac{2 k D}{\mu m g} + \frac{k v^2}{\mu^2 m g^2} \right)$$

$$\left(\frac{2 \mu m g}{k} \right)^2 \left(1 + \frac{k}{\mu^2 m g^2} (v^2 - 2 \mu g D) \right)$$

luego $\sqrt{a^2 \cdot x} = a \sqrt{x}$

$$= \frac{\mu m g}{k} \left(-1 \pm \sqrt{1 + \frac{k}{\mu^2 m g^2} (v^2 - 2 \mu g D)} \right) //$$

b) para que m se detenga $\Rightarrow x=0$

$$x = \frac{\mu mg}{k} \left(-1 \oplus \sqrt{1 + \frac{k}{\mu^2 mg^2} (v^2 - 2\mu g D)} \right)$$

$\neq 0$ $-1 + \sqrt{1} = 0$ $-1 + 1 = 0$ $\neq 0$ $= 0$

$-1 + \sqrt{\quad} = 0$
 $\sqrt{\quad} = 1$

$v^2 - 2\mu g D = 0$
 $v^2 = 2\mu g D$

* $\mu mg (x+D) = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow$ toda la energía cinética se disipó al recorrer D

$2\mu mg (x+D) = 2\mu g D = v^2$
 $\underbrace{2\mu mg D}_m = \frac{1}{2} m v^2$

c) la masa se detiene en la máxima compresión



reemplazamos x max

$\leftarrow$ roce $\rightarrow$ restitución
 restitución $\hat{=}$ roce
 la masa se detiene

$\downarrow$
 μ_e
 $f_r = F_{resorte}$
 $\mu_e mg = k x_{max}$

$$x_{max} = \frac{\mu_e mg}{k} \left(-1 \oplus \sqrt{1 + \frac{k}{\mu_e^2 mg^2} (v^2 - 2\mu g D)} \right) //$$

$$\frac{\mu_e mg}{k} = \frac{\mu_c mg}{k} \quad (\because)$$

$$\mu_e = -\mu_c \oplus \mu_c \sqrt{1 + \frac{k}{\mu_e^2 mg^2} (v^2 - 2\mu g D)}$$

$$\mu_e + \mu_c = \mu_c \sqrt{\quad} / ()^2$$

$$(\mu_e + \mu_c)^2 = \mu_c^2 (\cdot)$$

$$(\mu_e + \mu_c)^2 = \mu_c^2 \left(1 + \frac{k}{\mu^2 m g^2} (v^2 - 2\mu g D) \right)$$

$$(\cdot)^2 = \mu_c^2 + \frac{k \mu_c^2}{\mu^2 m g^2} (v^2 - 2\mu g D)$$

$$\mu_e^2 + 2\mu_e \mu_c + \mu_c^2 - \mu_c^2 = \frac{v^2 k}{m g^2} - \frac{2\mu g D k}{m g^2}$$

$$\mu_e^2 - 2\mu_e \mu_c + \frac{2\mu_c D k}{m} = \frac{v^2 k}{m g^2}$$

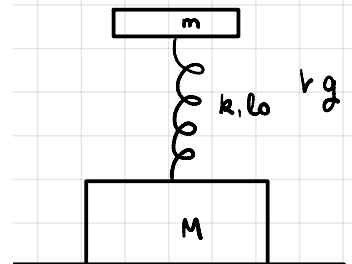
$$\mu_e^2 m - 2\mu_e \mu_c m + 2\mu_c D k = \frac{v^2 k}{g^2}$$

$$\frac{g^2}{k} (\mu_e^2 m - 2\mu_e \mu_c m - 2\mu_c D k) = v^2$$

Suponga un bloque de masa M que descansa sobre una superficie horizontal. Adosado verticalmente a la superficie superior de la masa M está un extremo de un resorte sin masa, de largo natural L. El otro extremo del resorte termina en una plataforma. Considere la situación en que el resorte se comprime completamente hasta que su largo es nulo. En ese instante se deposita sobre la plataforma una masa m y el resorte se suelta, de manera que la masa m es eyectada hasta una altura máxima igual a 7L, medida desde la cara superior del bloque.

a) Determine la constante elástica del resorte.

b) El procedimiento descrito anteriormente se repite pero esta vez con m pegada a la plataforma superior. Determine el valor mínimo de la masa M de tal manera que cuando el resorte se suelte, la masa M nunca pierda contacto con el piso



a) Determinar la constante elástica

conservamos energía

$$E_i = E_f \Rightarrow \frac{1}{2} k L^2 = 7L m g$$

⇓

$$k = \frac{14 m g}{L}$$

DCL M :
resorte
estirandose



$$N - Mg - k\delta = Ma$$

$$\delta = \text{final} - \text{inicial}$$

$$N - Mg - k(l - x) = Ma$$

aplicamos la condición del enunciado $N = 0$ y $a = 0$

$$-Mg - k(l - x) = 0$$

$$-Mg = k(l - x) = kl - kx$$

$$kx = kl + Mg \Rightarrow x = l + \frac{Mg}{k}$$

conservamos energía:

$$E_i = E_f$$

$$\frac{1}{2} kl^2 = \frac{1}{2} k(l - x)^2 + mgx$$

$$\cancel{\frac{1}{2} kl^2} = \cancel{\frac{1}{2} kl^2} - \cancel{\frac{1}{2} k \cdot 2l}x + \frac{1}{2} kx^2 + mgx$$

reemplazamos x
despejamos M

$$0 = -klx + mgx + \frac{1}{2} kx^2$$

$$= x (mg - kl) + \frac{1}{2} kx^2$$

$$= x \left((mg - kl) + \frac{1}{2} kx \right)$$

$$x = l + \frac{Mg}{k} \Rightarrow mg - kl + \frac{1}{2} kx = 0$$

$$l = l$$