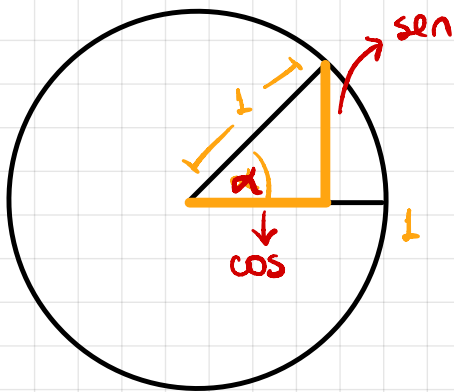


un poquito de series:

binomial:

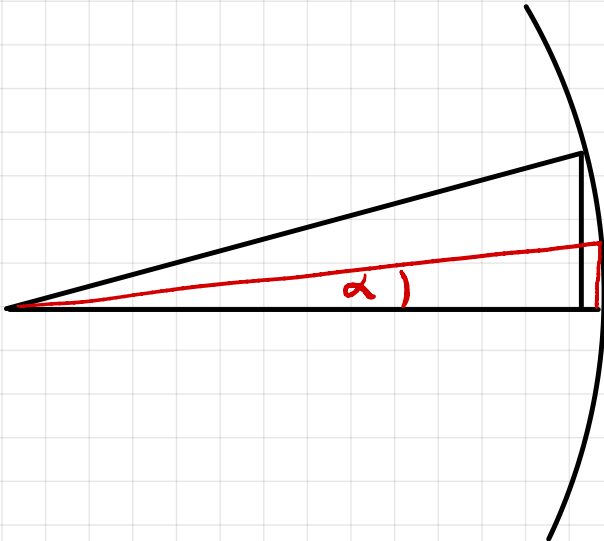
$$(1+x)^\alpha = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{\alpha}{k} x^k = 1 + \alpha x + \dots$$
$$= \binom{\alpha}{0} x^0 + \binom{\alpha}{1} x^1 + \dots$$

seno y coseno:



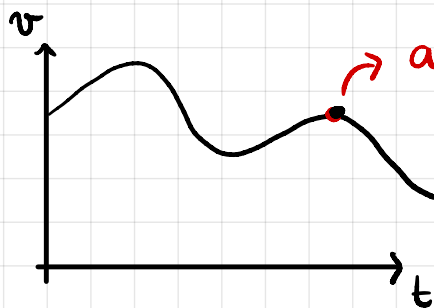
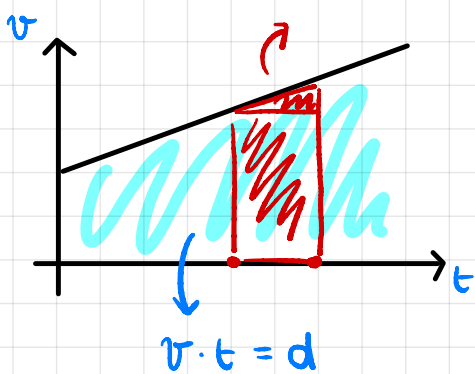
$$\text{sen} = \frac{\text{op}}{\text{hip}} = \text{op}$$

$$\text{cos} = \frac{\text{ad}}{\text{hip}} = \text{ad}$$

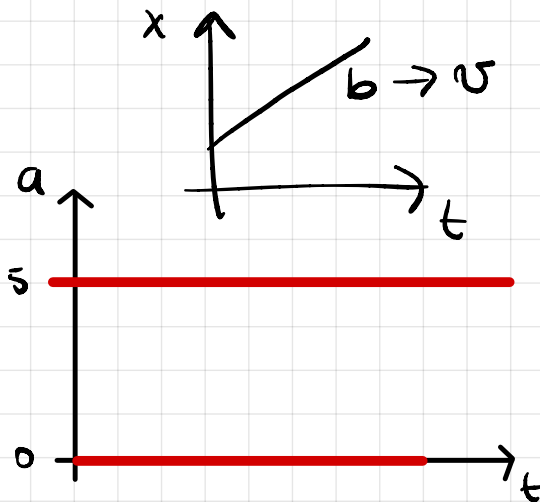
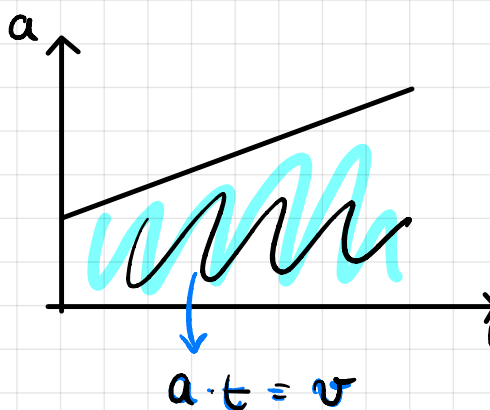


→ en esos casos  
podemos decir  
 $\text{sen } \alpha = \alpha$   
↓  
por las series

# Otras cosas interesantes



al igual que como  
 $\frac{dx}{dt} = v$   
 $\downarrow$   
 $\frac{dv}{dt} = a$   
 $\downarrow$   
 a es la pendiente del grafico vt



4.- A partir del gráfico de la Figura: En qué instantes o intervalos:

- a) La velocidad (instantánea) es cero.
- b) La velocidad es positiva.
- c) La velocidad es negativa.
- d) El módulo de la velocidad es máximo.
- e) La velocidad es constante.
- f) La aceleración es positiva.
- g) La aceleración es negativa.
- h) Si en el instante  $t_0$  la partícula está en el origen, ¿en qué instante la distancia medida desde el origen será máxima?



cuando la pendiente cambia  $\rightarrow$  vel  $\neq$  de  $\Rightarrow \exists a$

Formulas útiles:

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

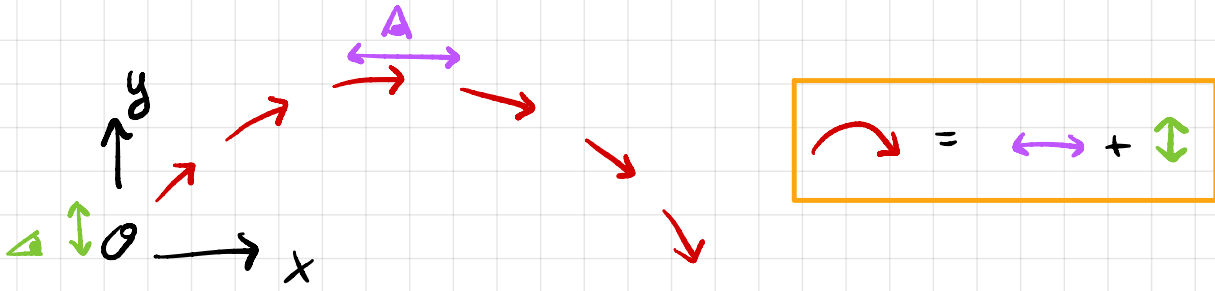
$$v(t) = v_0 + a t$$

$$v(t)^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} > 0$$

$> 0$  ssi  $v_f > v_i$   
 $< 0$  ssi  $v_f < v_i$

# Cinemática 2D:



## Principio de superposición y vectores:

A diagram showing the decomposition of a velocity vector  $v$  into its x and y components. A red vector  $v$  is shown in a coordinate system with  $\hat{x}$  and  $\hat{y}$  axes. The angle  $\theta$  is shown between the vector and the  $\hat{x}$  axis. The components  $v_x$  and  $v_y$  are shown as dashed lines. A right-angled triangle is drawn with hypotenuse  $v$ , angle  $\theta$ , and sides  $v_x$  and  $v_y$ .

$\text{sen } \alpha = \frac{v_x}{v}$   
 $\Rightarrow v_x = v \text{ sen } \alpha \hat{x}$

$\text{sen } \theta = \frac{v_y}{v} \Rightarrow v_y = v \text{ sen } \theta \hat{y}$

$\text{cos } \theta = \frac{v_x}{v} \Rightarrow v_x = v \text{ cos } \theta \hat{x}$

no siempre es así propuesto  $\alpha$

de esta manera, podemos separar el movimiento en componentes  $\Rightarrow$

### IV.10.1. Ejemplo

Una columna de largo  $d$  de hombres marcha en línea recta, uno detrás de otro. Un oficial recorre la columna comenzando desde el último hombre. Se desplaza con rapidez constante hasta que alcanza al que encabeza la columna. En ese momento se devuelve con la misma rapidez, hasta que de nuevo se topa con el último hombre de la columna. Durante este intervalo la columna de hombres ha permanecido en movimiento con rapidez constante y se ha desplazado una distancia  $d$  desde el instante en que el oficial comenzó a adelantarse en la columna. De esta manera el hombre que estaba al final ocupa el sitio donde estuvo el primer soldado cuando el oficial se dispuso a revisar la tropa.

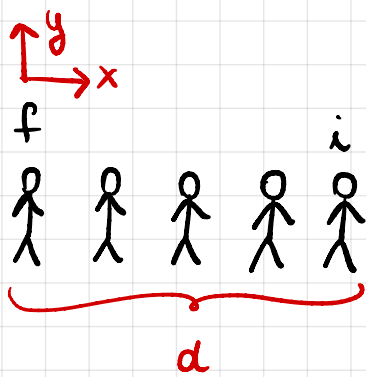
a.- Utilizando un gráfico único dibuje un esquema de la situación que le permita plantear el problema. Suponga que la velocidad del oficial es  $U$  y la de los soldados  $V$ .

b.- ¿Qué distancia recorrió el oficial durante este ciclo?

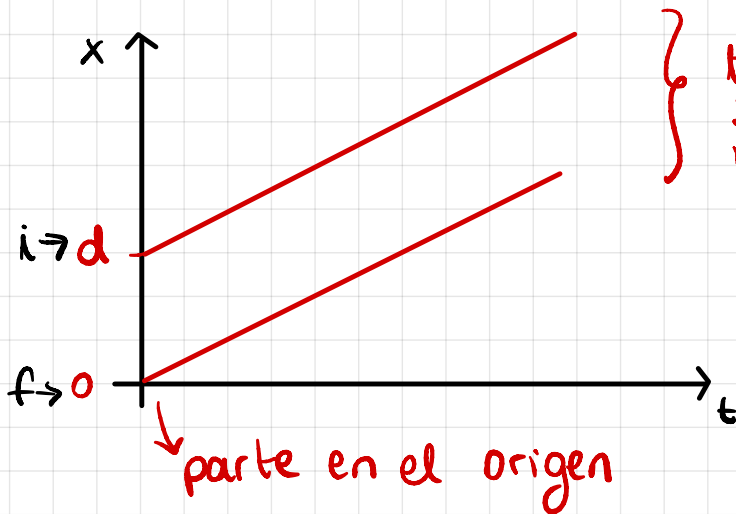
c.- Encuentre la razón entre los valores de  $U$  y  $V$

→  $D(d)$

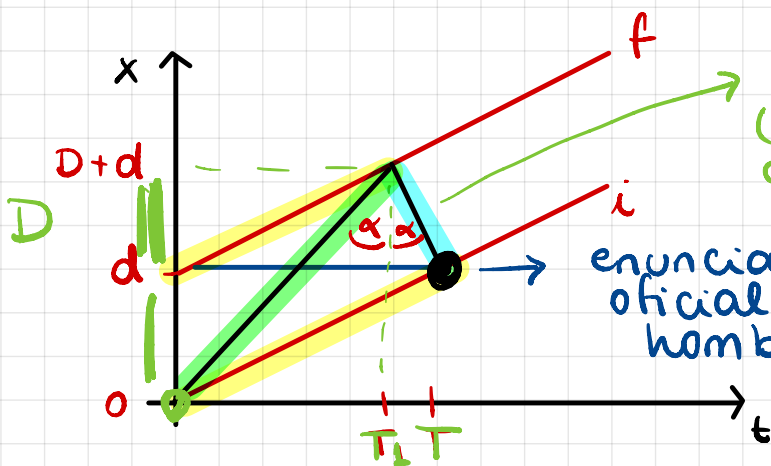




Datos: se han desplazado una distancia  $d$   
 vel soldados  $\rightarrow v$   
 vel oficial  $\rightarrow u$



} todos los soldados se mueven a la misma velocidad



si o si la pendiente (cuan inclinado esta) debe ser mayor

enunciado: al final el oficial llega al último hombre de nuevo  $\rightarrow$  este se encuentra en  $d$

¿Qué distancia recorrió el oficial?

$\rightarrow$  ecuaciones

los soldados avanzan  $d$  a vel  $= u$

(1)  $u = d/T \rightarrow \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{d - 0}{T - 0} = \frac{d}{T}$

(2)  $u = D/T_1 \rightarrow$  lo podemos sacar del grafico

(3)  $v = (d+D)/T_1$

(4)  $v = D/(T - T_1)$

$d+D \rightarrow$  lo que recorrió de ida  
 $D \rightarrow$  lo que recorrió de vuelta

3 incognitas  $\rightarrow$  debemos encontrar D

$$\rightarrow \frac{(2)}{(3)} \rightarrow \frac{u}{v} = \frac{D}{d+D} \Rightarrow u \frac{(d+D)}{v} = D$$

$$\rightarrow ud + uD = vD$$

$$\rightarrow ud = D(v-u)$$

$$D = \frac{ud}{v-u}$$

factorizo por v  
el denominador

$$D = \frac{ud}{v(1-u/v)} \quad (**)$$

$$v \left(1 - \frac{u}{v}\right) \rightarrow v - \frac{u \cdot v}{v} = v - u$$

$$v = d + D / T_1$$

$$v = D / T - T_1$$

Despejamos  $T_1$  de ambas e igualamos:

$$3) T_1 = \frac{d+D}{v}$$

$$4) T - T_1 = \frac{D}{v} \rightarrow T_1 = T - \frac{D}{v}$$

$$\frac{d+D}{v} = T - \frac{D}{v}$$

$$\frac{d+D}{v} + \frac{D}{v} = T$$

$$(*) \quad 2D + d = Tv$$

$$(1) \rightarrow T = \frac{d}{u} / v$$

$\downarrow$

$$Tv = \frac{dv}{u}$$

(\*)  $\downarrow$

$$2D + d = \frac{dv}{u} \Rightarrow$$

$$2D = \frac{dv}{u} - d$$

$$(*) \quad D = \frac{d}{2} \left( \frac{v}{u} - 1 \right)$$

$$(*) = (**)$$

$$\frac{ud}{v(1-u/v)} = \frac{d}{2} \left( \frac{v}{u} - 1 \right)$$

factorizamos por  $\frac{v}{u}$

$$2 \frac{u}{v} \left( \frac{1}{1-u/v} \right) = \frac{v}{u} \left( 1 - \frac{u}{v} \right)$$

$$2 \frac{u}{v} = \frac{v}{u} \left( 1 - \frac{u}{v} \right) \left( 1 - \frac{u}{v} \right) = \frac{v}{u} \left( 1 - \frac{u}{v} \right)^2$$

$$2 \frac{u}{v} = \frac{v}{u} \left( 1 - \frac{u}{v} \right)^2 \Leftrightarrow 2 \frac{u^2}{v^2} = \left( 1 - \frac{u}{v} \right)^2$$

↓  
reordenando

$$\left( \frac{u}{v} \right)^2 + \frac{2u}{v} - 1 = 0$$

⇔

$$\begin{aligned} \text{cuadrática} &\rightarrow \frac{u}{v} = \frac{1}{2}(\sqrt{8}-2) \\ \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} &= \sqrt{2}-1 \end{aligned}$$

$$(**) \rightarrow D = \frac{ud}{v(1-u/v)}$$

$$\text{como } \frac{u}{v} = \sqrt{2}-1$$

conocido

⇒ tenemos el valor de D

Un atleta llega al paradero justo cuando el bus del transantiago que utiliza está partiendo y ya cerró sus puertas. De inmediato decide correr (partiendo del reposo) para tomarlo en el paradero siguiente, ubicado a una distancia  $L$ .

El bus parte del reposo con una aceleración  $a_0$ , constante durante la primera mitad del trayecto. Enseguida frena con una aceleración de la misma magnitud hasta detenerse en el siguiente paradero. El atleta, por su parte, mantiene una aceleración constante  $a_p$  todo el trayecto entre los paraderos.

a.- Determine  $a_p$  de manera que la persona alcance al bus justo cuando éste se detiene en el siguiente paradero.

P2]

$$v=0$$

$$\text{Distancia} = L$$

$$a = a_0$$

Determinar  $a_p$   $t_f$  el atleta llegue  
 Imaginemos que el bus acelera la 1ra mitad y desacelera la 2da



$$(1) \quad x_A = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_p t^2$$

$$= \frac{1}{2} a_p T^2$$

$$(2) \quad x_B = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2$$

$$= \frac{1}{2} a_0 t_1^2 \quad x \leq L/2$$

$$(3) \quad x_B = \frac{L}{2} + v_0 t - \frac{1}{2} a_0 t_2^2 \quad x > L/2$$

$$(4) \quad v_f^2 - v_i^2 = 2ad \rightarrow \text{ecuacion}$$

$$v_0^2 = 2a_0 \frac{L}{2} \rightarrow \text{en } t^* = t(x=L/2)$$

$$v_0 = \sqrt{2a_0 L}$$

$$v_0^2 = 2a_0 L \sqrt{\quad}$$

$$v_0 = \sqrt{2a_0 L}$$

El tiempo que demoró el atleta en recorrer todo es = al tiempo en el que el bus