Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Conversión de la Energía y Equipos Eléctricos

Conversión electromecánica y máquinas de rotación

Profesor Rodrigo Moreno
Auxiliares: Carlos Alvear y Dasla Pando
Otoño 2020

Agenda

- Introducción
- Principios de la conversión electromecánica de la energía
- Introducción a las máquinas de rotación

Principios de la conversión de energía electromecánica

- Los dispositivos de conversión de energía electromecánica son dispositivos que permiten convertir entre energía eléctrica y energía mecánica.
- El proceso de conversión de energía electromecánica ocurre a través del campo eléctrico o magnético del dispositivo de conversión.
- A pesar de que los diferentes dispositivos de conversión de energía operan sobre la base de los mismos principios, su funcionamiento depende de sus estructuras como se verán en las siguientes clases.
- En ese sentido, se tiene que:
  - A los dispositivos de medición y control se les denomina **transductores**, los cuales generalmente operan bajo condiciones lineales de entrada y salida, así como señales relativamente pequeñas como: micrófonos, sensores, detectores y altavoces.
  - Una segunda categoría es la de **dispositivos de producción de fuerza**, que incluye a los solenoides, relés y electroimanes.
  - Una tercera categoría comprende a los **equipos de conversión energética continua**, como los motores y los generadores.

Las máquinas de rotación

- En los sistemas eléctricos de potencia, las máquinas eléctricas que tradicionalmente realizan la conversión de energía eléctrica y mecánica son máquinas rotatorias, entre las que destacan la máquina de corriente continua, la máquina sincrónica y la máquina de inducción, aunque existen otras.
- Estas máquinas al rotar generan campos magnéticos variables, mediante los cuales realizan la conversión entre energía eléctrica y energía mecánica, por esto, es de importancia, además de tener conocimientos sobre variables eléctricas, tener conocimientos sobre variables mecánicas, en especial las relacionadas con el movimiento rotacional.
- Si bien es cierto, existen máquinas que utilizan corriente alterna y otras corriente continua, los principios de conversión electromecánica son los mismos.

Agenda

- Introducción
- Principios de la conversión electromecánica de la energía
- Introducción a las máquinas de rotación

Ley de Lorentz

- La ley de fuerza de Lorentz se expresa como:

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

- Esta ecuación muestra la fuerza total $\vec{F}$ que actúa sobre una partícula de carga q con velocidad $\vec{v}$ en presencia de campos eléctricos $\vec{E}$ y magnéticos $\vec{B}$. Cuando hay un gran cantidad de partículas cargadas en movimiento, la ecuación se puede reescribir como:

$$\vec{F}_V = \rho\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

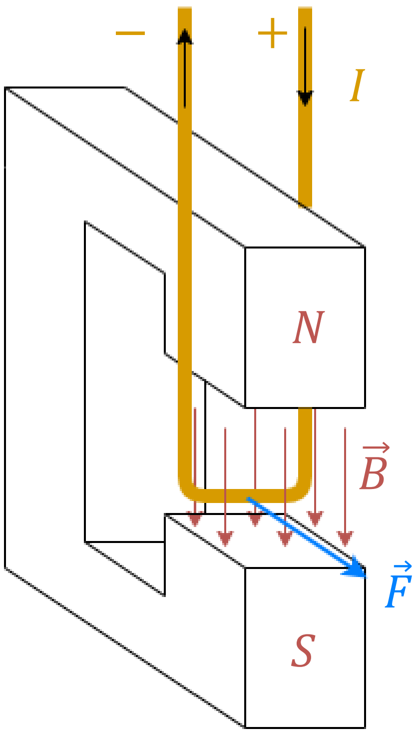
- Donde ρ es la densidad volumétrica de carga y $\vec{F}_V$ es la densidad de fuerza por unidad de volumen. Como la densidad de corriente es $\vec{J} = \rho\vec{v}$, **en un sistema magnético** la ley de Lorentz se reduce a:

$$\vec{F}_V = \vec{J} \times \vec{B}$$

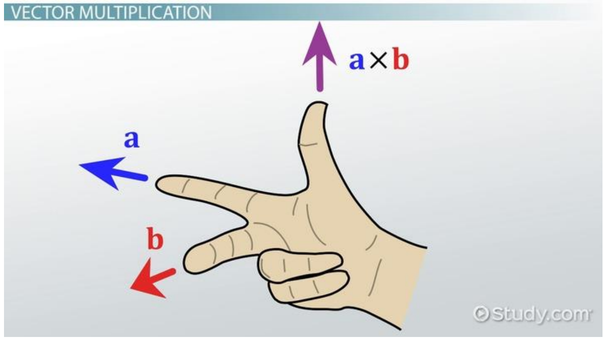
Ley de Lorentz

- En particular, la fuerza que experimenta un conductor por el que circula una intensidad de corriente I es:

$$\vec{F} = I \int_{C} d\vec{l} \times \vec{B}$$



Ley de Lorentz en un circuito

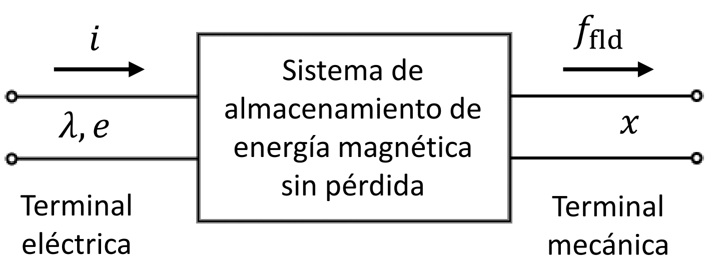


Energía y fuerza

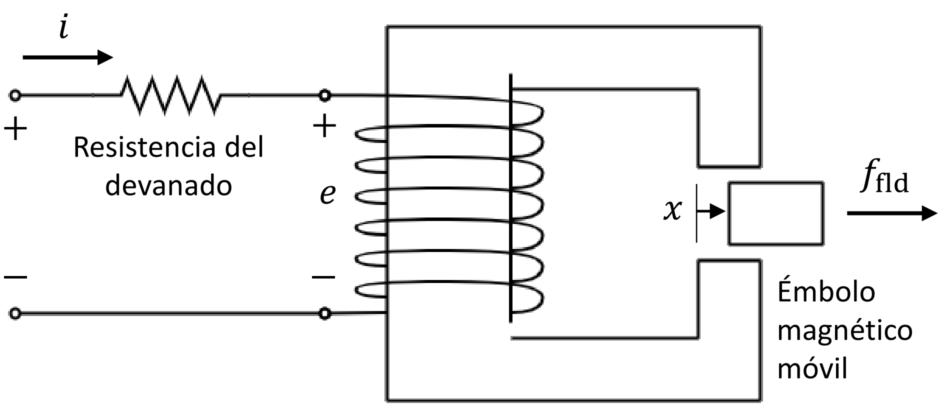
- Sin embargo, en dispositivos de conversión energética que contienen material magnético, las fuerzas y geometría involucradas hacen que las ecuaciones anteriores no puedan aplicarse directamente.
- Mediante el **método de la energía**, basado en el principio de conservación de la energía, es posible describir y calcular las fuerzas netas que actúan en los procesos de conversión electromecánica.
- Un dispositivo de conversión de energía electromecánica basado en campos magnéticos puede ilustrarse de manera esquemática un sistema de almacenamiento energético con dos terminales con dos variables cada uno:
    - La terminal eléctrica presenta dos variables: un voltaje e y una corriente i
    - La terminal mecánica también presenta dos variables: una fuerza f_{fld} y una posición x.

Energía y fuerza

- Este tipo de representaciones los mecanismos de pérdida pueden separarse del mecanismo de almacenamiento de energía. En estos casos:
    - Las pérdidas eléctricas, como las pérdidas óhmicas en los devanados se representan como elementos externos que se conectan a las terminales eléctricas.
    - Las pérdidas mecánicas, como la fricción y la resistencia con el viento, se incluyen de manera externa a las terminales mecánicas.



Esquema de dispositivo de conversión electromecánica de campo magnético



Dispositivo de producción de fuerza simple

Energía y fuerza

- La interacción que existe entre las terminales eléctricas y mecánicas ocurre a través de los medios de la energía magnética almacenada. Así, la razón de cambio de la energía acumulada W_{fld} en el campo magnético es igual a la entrada de potencia eléctrica menos la salida de potencia mecánica:

$$\frac{dW_{\text{fld}}}{dt} = ei - f_{\text{fld}}\frac{dx}{dt}$$

- Aplicando la ley de Faraday y multiplicando por dt se tiene la siguiente expresión:

$$dW_{\text{fld}} = id\lambda - f_{\text{fld}}dx$$

- Así, la fuerza es una función del flujo λ y la posición mecánica x. Esta expresión, que es base para el método de la energía, permite calcular fuerzas y pares en sistemas complejos de conversión de energía electromecánica.

Balance de energía

- El principio de conservación de la energía establece que la energía no se crea ni se destruye, solo se transforma. En este contexto, dicho principio se aplica a sistemas electromecánicos donde el mecanismo de almacenamiento de energía se realiza principalmente dentro de los campos magnéticos. La transferencia de energía se puede escribir como:

$$\begin{pmatrix}\text{Entrada de energía}\\ \text{a partir de fuentes}\\ \text{eléctricas}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Salida}\\ \text{de energía}\\ \text{mecánica}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Incremento de la energía}\\ \text{acumulada dentro del}\\ \text{campo magnético}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Energía}\\ \text{convertida}\\ \text{en calor}\end{pmatrix}$$

- Esta ecuación está elaborada de manera que los términos mecánicos y eléctricos tengan valores positivos en el movimiento, como ocurre en un motor. La ecuación se aplica de igual modo a la acción del generador, adquiriendo dichos términos valores negativos.

- El signo del término de generación de calor es tal que siempre da como resultado un flujo de energía térmica fuera del sistema, y ocurre debido al efecto Joule en los devanados y a la fricción mecánica.

Balance de energía

- Así, para el sistema de almacenamiento de energía sin pérdida, se puede formular la siguiente expresión:

$$dW_{\mathrm{elec}} = dW_{\mathrm{mec}} + dW_{\mathrm{fld}}$$

- Donde:
  - $dW_{\mathrm{elec}} = i d\lambda$ es el diferencial de la entrada de energía eléctrica.
  - $dW_{\mathrm{mec}} = f_{\mathrm{fld}} dx$ es el diferencial de la salida de energía mecánica.
  - dW_{fld} es el diferencial del cambio en la energía magnética acumulada.
- Esta ecuación puede reescribirse como:

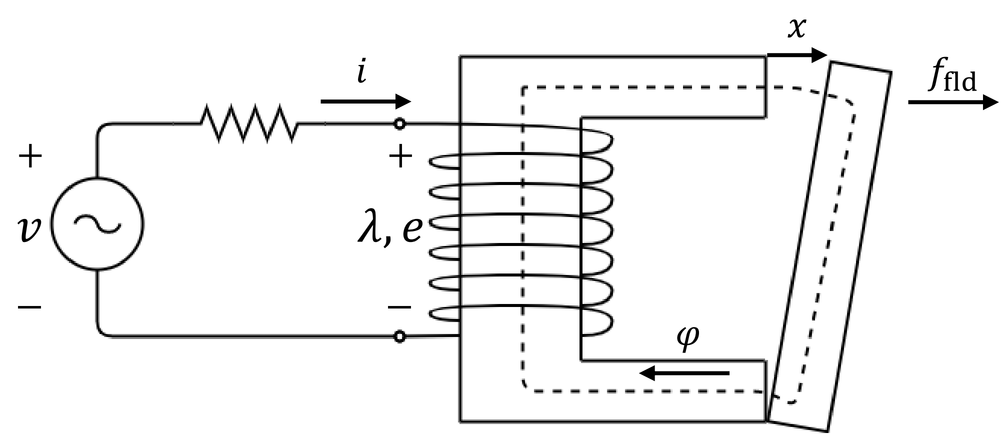
$$dW_{\mathrm{elec}} = ei\ dt = dW_{\mathrm{mec}} + dW_{\mathrm{fld}}$$

- Esta última ecuación junto con la ley de Faraday conforman los fundamentos del método de la energía.

Energía en sistemas de campo magnético

- En los sistemas de conversión energética, los circuitos magnéticos poseen entrehierros que separan las partes móviles y las partes fijas. En estos entrehierros es donde se acumula una gran cantidad de energía magnética, siendo el medio donde ocurre la conversión energética y su energía la reserva entre los sistemas mecánicos y eléctricos.

- Considere un relé electromagnético, donde la resistencia de la bobina de excitación se presenta como una resistencia externa R, y las variables de la terminal mecánica se muestran como una fuerza f_{fld} producida mediante el campo magnético y un desplazamiento x. Además, el armazón móvil aparece sin masa, constituyéndose así un sistema de almacenamiento energético magnético sin pérdida.



Relé electromagnético

Energía en sistemas de campo magnético

- Esta estructura puede analizarse igual como se hizo con los circuitos magnéticos ya vistos. Este circuito puede describirse mediante una inductancia L que depende de la geometría y de la permeabilidad del material ferromagnético del núcleo.

- En la mayoría de los casos la reluctancia del entrehierro es mucho mayor que la del material magnético. Así, el almacenamiento predominante de energía se lleva a cabo en el entrehierro y las propiedades del circuito magnético dependen de sus dimensiones.

- Si se ignora la no linealidad magnética y la pérdidas en el núcleo, el flujo y la fuerza magnetomotriz son proporcionales, el flujo enlazado λ y la corriente i se consideran lineales y se relacionan mediante una inductancia que depende de la geometría, y por lo tanto, de la posición del armazón o armadura x, es decir:

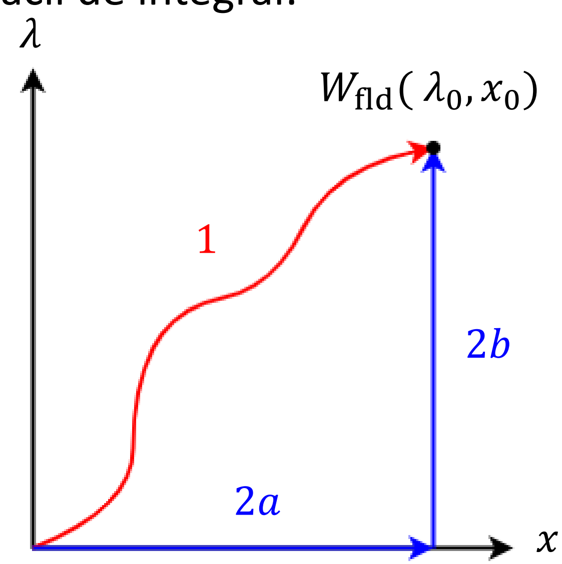
$$\lambda = L(x)i$$

- Luego, si se considera que $dW_{mec} = f_{\mathrm{fld}}dx$ y $dW_{elec} = id\lambda$, el balance de energía queda como:

$$dW_{\mathrm{fld}} = id\lambda - f_{\mathrm{fld}}dx$$

Energía en sistemas de campo magnético

- Este sistema anteriormente descrito es conservativo, por lo tanto, el valor de W_{fld} queda determinado sólo por los valores de λ y x independientemente de cómo se calculen dichos valores.
- Observe el gráfico inferior, donde se muestran dos patrones separados sobre los que se puede integrar la ecuación anterior para determinar W_{fld} en el punto (λ_0, x_0). El patrón 1 es el caso general y difícil de integrar a menos que se conozca tanto i como f_{fld} explícitamente en función de λ y x, sin embargo, el patrón 2 da el mismo resultado y es mucho más fácil de integrar.



Integración del patrón para W_{fld}

Energía en sistemas de campo magnético

- Así, con el segundo patrón se tiene:

$$W_{\text{fld}}(\lambda_0, x_0) = \int_{\text{patrón } 2a} dW_{\text{fld}} + \int_{\text{patrón } 2b} dW_{\text{fld}}$$

- Sobre el patrón $2a$, $d\lambda = 0$ y $f_{\text{fld}} = 0$, por lo tanto, $dW_{\text{fld}} = 0$. Sobre el patrón $2b$, $dx = 0$, y por lo tanto, la ecuación se reduce a la integral de $id\lambda$ sobre este patrón.

$$W_{\text{fld}}(\lambda_0, x_0) = \int_0^{\lambda_0} i(\lambda, x_0) d\lambda$$

- Para un sistema magnético lineal donde λ es proporcional a i, se tiene:

$$W_{\text{fld}}(\lambda, x) = \int_0^{\lambda} i(\lambda', x) d\lambda' = \int_0^{\lambda} \frac{\lambda'}{L(x)} d\lambda' = \frac{1}{2}\frac{\lambda^2}{L(x)} = \frac{1}{2} L(x) i^2$$

- Por otro lado, es posible demostrar que en el caso de un material magnético de permeabilidad constante, la energía magnética acumulada es:

$$W_{\text{fld}} = \int_V \left(\frac{B^2}{2\mu}\right) dV$$

Determinación de fuerzas y torques magnéticos

- Como se vio, para un sistema de acumulación de energía magnética sin pérdida, la energía magnética W_{fld} es una **función de estado**, determinada solo por medio de los valores de la **variables de estado independientes** λ y x, como sigue:

$$dW_{\text{fld}}(\lambda, x) = i\, d\lambda - f_{\text{fld}}\, dx$$

- Esta ecuación puede expandirse usando la regla de la cadena:

$$dW_{\text{fld}}(\lambda, x) = \left.\frac{\partial W_{\text{fld}}}{\partial \lambda}\right|_x d\lambda + \left.\frac{\partial W_{\text{fld}}}{\partial x}\right|_\lambda dx$$

- Donde:

$$i = \left.\frac{\partial W_{\text{fld}}(\lambda, x)}{\partial \lambda}\right|_x \qquad f_{\text{fld}} = -\left.\frac{\partial W_{\text{fld}}(\lambda, x)}{\partial x}\right|_\lambda$$

- Así, una vez que se conoce W_{fld} como una función de λ y x, es posible aplicar la ecuación de la izquierda para encontrar la corriente $i(\lambda, x)$. Más importante aún, la ecuación de la derecha puede emplearse para encontrar la fuerza mecánica $f_{\text{fld}}(\lambda, x)$.
- Así, la fuerza f_{fld} se determina a partir de la variable de estado λ.

Determinación de fuerzas y torques magnéticos

- Se puede expresar la fuerza como función de i dada la relación de ésta con λ. En los sistemas magnéticos lineales en que $\lambda = L(x)i$, la fuerza queda determinada como:

$$f_{\text{fld}} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}\frac{\lambda^2}{L(x)}\right)\bigg|_{\lambda} = -\frac{\lambda^2}{2L(x)^2}\frac{dL(x)}{dx} = -\frac{i^2}{2}\frac{dL(x)}{dx}$$

- Para un sistema con terminal mecánica de rotación, las variables de esa terminal son el desplazamiento angular de θ y del torque τ, así el balance de energía es:

$$dW_{\text{fld}}(\lambda,\theta) = i\,d\lambda - \tau_{\text{fld}}\,d\theta$$

- Replicando el desarrollo anterior para este sistema mecánico se tiene que:

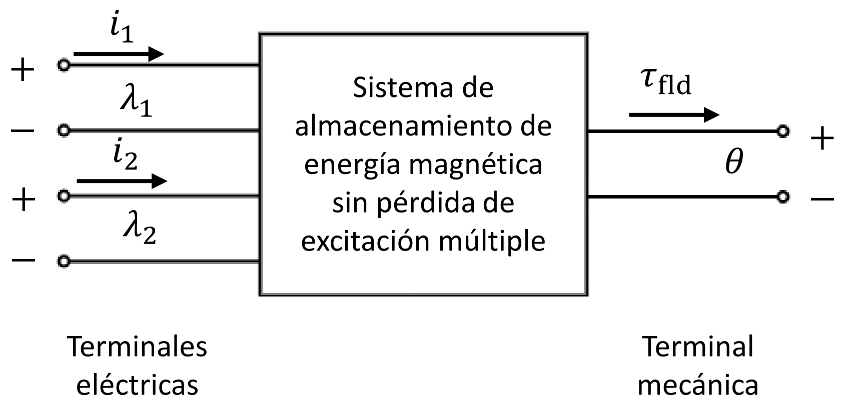
$$\tau_{\text{fld}} = -\frac{\partial W_{\text{fld}}(\lambda,\theta)}{\partial\theta}\bigg|_{\lambda} \qquad W_{\text{fld}}(\lambda,\theta) = -\frac{1}{2}\frac{\lambda^2}{L(\theta)} = -\frac{1}{2}L(\theta)i^2$$

- Siendo así el torque:

$$\tau_{\text{fld}} = -\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{1}{2}\frac{\lambda^2}{L(\theta)}\right)\bigg|_{\lambda} = -\frac{\lambda^2}{2L(\theta)^2}\frac{dL(\theta)}{d} = -\frac{i^2}{2}\frac{dL(\theta)}{d\theta}$$

Sistemas de campo magnético de excitación múltiple

- Existen varios dispositivos electromecánicos que presentan múltiples terminales eléctricas, de hecho, la mayoría de los dispositivos de conversión de energía electromecánica consisten en sistemas de campo magnético de excitación múltiple.
- El análisis de este tipo de sistemas se realiza a partir de las técnicas ya vistas.
- En un sistema rotatorio con dos terminales eléctricas, como el de la figura, las variables de la terminal mecánica son el torque τ_{fld} y el desplazamiento angular θ. Dado que existen tres terminales, el sistema debe describirse en términos de tres variables independientes, las que pueden ser el ángulo mecánico θ además de los flujos enlazados λ_1 y λ_2, las corrientes i_1 e i_2, o una variable que incorpore una corriente y un flujo.



Sistemas de campo magnético de excitación múltiple

- Cuando se emplean los flujos, la función de energía diferencias es:

$$dW_{\text{fld}}(\lambda_1, \lambda_2, \theta) = i_1 d\lambda_1 + i_2 \lambda_2 - \tau_{\text{fld}} d\theta$$

- Aplicando el desarrollo anterior, se tiene que:

$$i_1 = \left.\frac{\partial W_{\text{fld}}(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_1}\right|_{\lambda_2, x} \qquad i_2 = \left.\frac{\partial W_{\text{fld}}(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_2}\right|_{\lambda_1, x}$$

$$\tau_{\text{fld}} = -\left.\frac{\partial W_{\text{fld}}(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \theta}\right|_{\lambda_1, \lambda_2}$$

- Es posible determinar la energía W_{fld} integrando la primera ecuación de igual forma que antes, manteniendo fijas las constantes λ_1 y λ_2 con un valor cero al integrarlo sobre θ, donde $\tau_{\text{fld}} = 0$. Entonces se puede integrar sobre λ_2 manteniendo $\lambda_1 = 0$ y al final sobre λ_1. Así:

$$W_{\text{fld}}(\lambda_{1_0}, \lambda_{2_0}, \theta_0) = \int_0^{\lambda_{2_0}} i_2(\lambda_1 = 0, \lambda_2, \theta = \theta_0) d\lambda_2 + \int_0^{\lambda_{1_0}} i_1(\lambda_1, \lambda_2 = \lambda_{2_0}, \theta = \theta_0) d\lambda_1$$

Sistemas de campo magnético de excitación múltiple

- En un sistema magnético lineal las relaciones entre el flujo y la corriente se especifican un función de las inductancias:

$$\lambda_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2$$
$$\lambda_2 = L_{21} i_1 + L_{22} i_2$$

- Donde $L_{12} = L_{21}$ y las inductancias son en general función de la posición angular θ. Así, las ecuaciones para las corrientes son:

$$i_1 = \frac{L_{22}\lambda_1 - L_{12}\lambda_2}{D} \quad i_2 = \frac{-L_{21}\lambda_1 + L_{11}\lambda_2}{D}$$

- Donde $D = L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21}$. Así, la energía es:

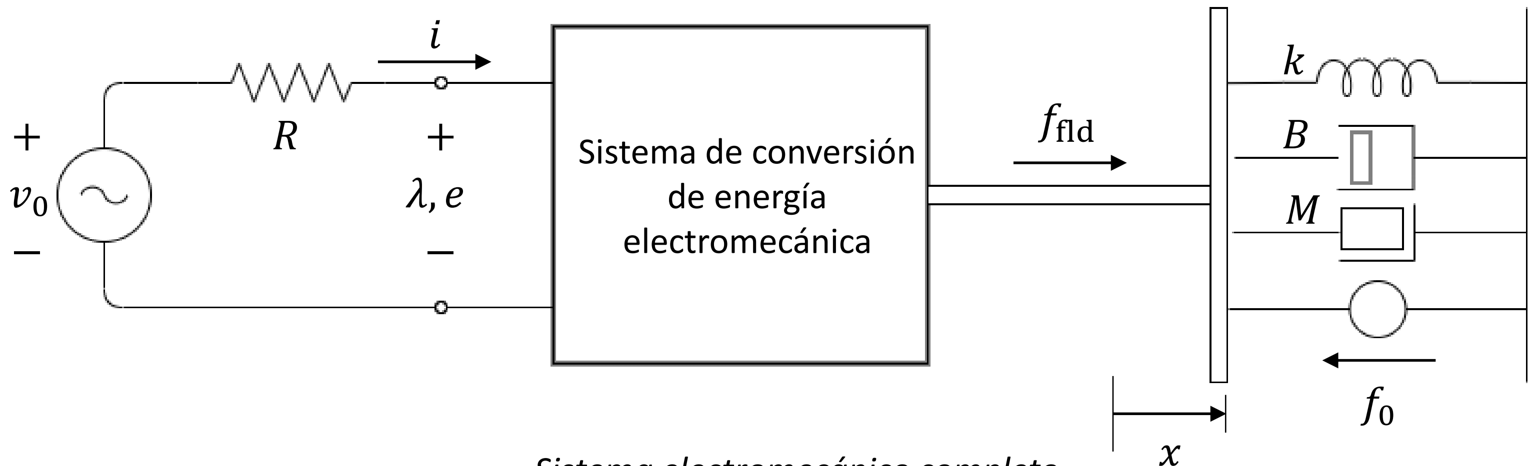
$$W_{\text{fld}}(\lambda_{1_0}, \lambda_{2_0}, \theta_0) = \frac{1}{2D(\theta_0)} L_{11}(\theta_0)\lambda_{2_0}^2 + \frac{1}{2D(\theta_0)} L_{22}(\theta_0)\lambda_{1_0}^2 - \frac{L_{12}(\theta_0)}{D(\theta_0)}\lambda_{1_0}\lambda_{2_0}$$

- Siendo el torque finalmente:

$$\tau_{\text{fld}} = \frac{i_1^2}{2}\frac{dL_{11}(\theta)}{d\theta} + \frac{i_2^2}{2}\frac{dL_{22}(\theta)}{d\theta} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}(\theta)}{d\theta}$$

Ecuaciones dinámicas

- Se vieron las deducciones de ecuaciones para las fuerzas y torques que se llevan a cabo en los dispositivos de conversión de energía electromecánica, como funciones de variables en las terminales eléctricas y mecanismos de desplazamiento.
- Estas expresiones se dedujeron de los sistemas de conversión de energía conservativa donde es posible asumir que las pérdidas pueden asignarse a elementos externos eléctricos y mecánicos conectados a las respectivas terminales.
- Estos dispositivos de conversión energética están diseñados para operar como vínculo entre los sistemas eléctrico y mecánico. Se analizará entonces un sistema electromecánico completo, como el ilustrado en la imagen.



Sistema electromecánico completo

Ecuaciones dinámicas

- Este sistema electromecánico consiste de tres partes: un sistema eléctrico externo, un sistema de conversión energética electromecánica y un sistema mecánico externo.
- En el sistema eléctrico todas las pérdidas eléctricas (del sistema de conversión y de la fuente) se asignan a la resistencia R. Así, la ecuación del sistema eléctrico es:

$$v_0 = iR + \frac{d\lambda}{dt}$$

- Si el flujo enlazado se expresa como $\lambda = L(x)i$, la ecuación externa queda como:

$$v_0 = iR + L(x)\frac{di}{dt} + i\frac{dL(x)}{dx}\frac{dx}{dt}$$

- Note que el segundo término $L\,di/dt$ es el voltaje de la autoinductancia, mientras que el tercer término incluye al multiplicador dx/dt, el cual es la velocidad de la terminal mecánica. A este tercer término se le denomina **voltaje por velocidad**.
  - EL voltaje por velocidad es común en todos los sistemas de conversión de energía electromecánica y es el responsable de la transferencia de energía entre ambos sistemas.

Ecuaciones dinámicas

- El sistema mecánico incluye la representación de un resorte (de constante k), un amortiguador (de constante B), una masa M y una fuerza de excitación mecánica externa f_0. EL amortiguador, al igual que la resistencia, representa todas las perdidas mecánicas externas y del sistema de conversión. Así, las fuerzas de cada elemento son:

$$\text{Resorte:} \qquad f_k = -k(x - x_0)$$

$$\text{Amortiguador:} \qquad f_B = -B\frac{dx}{dt}$$

$$\text{Masa:} \qquad f_M = -M\frac{d^2x}{dt^2}$$

- Así, en el equilibrio de fuerza se requiere:

$$f_{\text{fld}} + f_k + f_B + f_M - f_0 = f_{\text{fld}} - k(x - x_0) - B\frac{dx}{dt} - M\frac{d^2x}{dt^2} - f_0 = 0$$

Ecuaciones dinámicas

- Combinando las ecuaciones eléctrica y mecánica para el sistema global para entradas $v_0(t)$ y $f_0(t)$ cualesquiera se tiene:

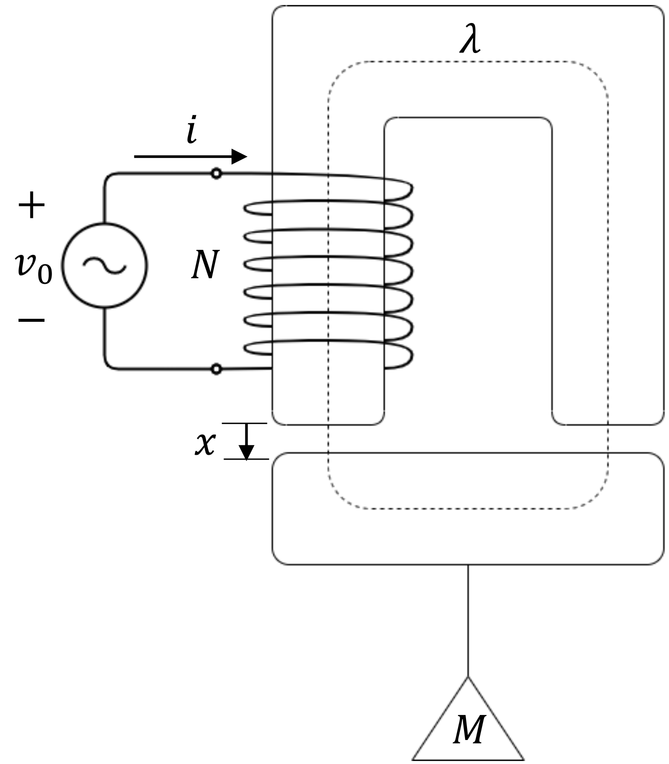
$$v_0(t) = iR + L(x)\frac{di}{dt} + i\frac{dL(x)}{dx}\frac{dx}{dt}$$

$$f_0(t) = -M\frac{d^2x}{dt^2} - B\frac{dx}{dt} - k(x - x_0) + f_{\mathrm{fld}}(x,i)$$

- Donde las funciones $L(x)$ y $f_{\mathrm{fld}}(x,i)$ dependen de las propiedades del sistema de conversión de energía electromecánica y se formulan como se analizó anteriormente.

Ejemplo 1

Considere un sistema electromecánico como el que se muestra en la figura de núcleo con permeabilidad infinita y una bobina con 200 vueltas. En él, una masa se encuentra levitando debido a la acción del campo magnético generado por la fuente de tensión externa. Considere un entrehierro de longitud variable x y área $A = 4[cm^2]$.



Ejemplo 1

a) Calcule la reluctancia, el flujo, la inductancia y la energía magnética almacenada en función de x

La reluctancia del circuito se reduce a dos reluctancias en serie, una por cada entrehierro:

$$\mathcal{R}(x) = \frac{2x}{\mu_0 A}$$

Luego, el flujo se calcula como:

$$Ni = \phi\mathcal{R} \longrightarrow \phi(x) = \frac{Ni}{\mathcal{R}(x)} = \frac{Ni\mu_0 A}{2x}$$

La inductancia es:

$$L(x) = \frac{\lambda(x)}{i} = \frac{N\phi(x)}{i} = \frac{N^2}{\mathcal{R}(x)} = \frac{N^2\mu_0 A}{2x}$$

Siendo así la energía magnética:

$$W_{fld}(x,\lambda) = \frac{1}{2}\frac{\lambda^2}{L(x)}$$

$$\longrightarrow W_{fld}(x,i) = \frac{1}{2}\,L(x)i^2 = \frac{1}{2}\frac{N^2\mu_0 A i^2}{2x}$$

Ejemplo 1

b) Calcule la corriente i que debe suministrar la fuente para que la masa se encuentre levitando a $x = 2[mm]$

La condición para este equilibrio es:

$$0 = f_{\text{fld}}(i, x) + f_M$$

La fuerza asociada a la masa es el peso:

$$f_M = -Mg$$

Por su parte, la fuerza magnética es:

$$f_{\text{fld}}(i, x) = -\frac{i^2}{2}\frac{dL(x)}{dx} = -\frac{i^2}{2}\frac{d}{dx}\left(\frac{N^2\mu_0 A}{2x}\right)$$

$$\rightarrow f_{\text{fld}}(i, x) = \frac{i^2 N^2 \mu_0 A}{4x^2}$$

Así, en el equilibrio:

$$Mg = \frac{i^2 N^2 \mu_0 A}{4x^2}$$

$$\rightarrow i = \sqrt{\frac{4x^2 Mg}{N^2 \mu_0 A}}$$

$$= \sqrt{\frac{4 \cdot (2 \cdot 10^{-3}) \cdot 3 \cdot 9.8}{200^2 (4\pi \cdot 10^{-7})(4 \cdot 10^{-4})}}$$

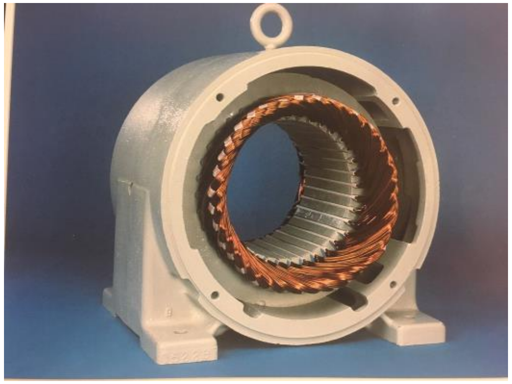
$$= 108.1568[A]$$

Agenda

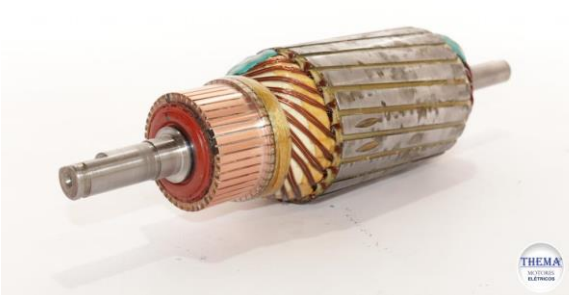
- Introducción
- Principios de la conversión electromecánica de la energía
- Introducción a las máquinas de rotación

Conceptos elementales

- En las máquinas de rotación, los voltajes se generan en los devanados o en los grupos de bobinas el girar éstos de manera mecánica a través de un campo magnético, al girar mecánicamente un campo magnético por el devanado. Al conjunto de dichas bobinas se les denomina **devanado de armadura o inducido**.
    - En las **máquinas de corriente alterna** circulan corrientes sinusoidales por la armadura, la cual se encuentra en la parte estacionaria de la máquina, llamada **estator**.
    - En las **máquinas de corriente continua** circula corriente continua por la armadura, la cual se encuentra en la parte que gira de la máquina, llamada **rotor**.



Estator de una máquina de CA



Rotor de una máquina de CC

Conceptos elementales

- Las máquinas de corriente alterna se clasifican como **síncronas** y **de inducción**.
  - En la máquina síncrona, la corriente del rotor se abastece directamente de una estructura externa a través de un contacto de rotación.
  - En la máquina de inducción las corrientes del rotor se inducen en los devanados del mismo debido al movimiento del rotor relativo al estator y a la variación temporal de las corrientes del estator.
- Las máquinas síncronas y de corriente continua incluyen un devanado secundario que llevan corriente continua y se utilizan para producir el flujo principal de operación de la máquina. A este devanado se le conoce como **devanado de campo o excitación**.
  - En una máquina síncrona el circuito de campo se encuentra en el rotor.
  - En una máquina de corriente continua, el campo se encuentra en el estator.
- En algunas máquinas la excitación o campo se puede obtener con un imán permanente, como en algunos tipos de aerogeneradores, en lugar de un circuito de excitación (electroimán).

Aspectos constructivos

- En la mayoría de las máquinas de rotación, el estator y el rotor se fabrican de **acero eléctrico**, y los devanados se instalan en ranuras elaboradas en dichas estructuras.
- La utilización de estos materiales de alta permeabilidad maximiza el acople entre las bobinas e incrementa la densidad de energía magnética que se asocia con la interacción electromecánica.
- Esto permite al diseñador de la máquina dar forma y distribuir los campos magnéticos de acuerdo con los requisitos de cada diseño de máquina en particular.
- Para minimizar las pérdidas por corrientes parásitas, las estructuras de los devanados se construyen a partir de delgadas láminas de acero aisladas entre si, como ya se vio.
- Los conductores, al igual que en los transformadores, están hechos de cobre recubierto por un esmalte aislante, de modo de que la trayectoria de la corriente siga la forma helicoidal de la bobina.

Descripción del movimiento rotatorio

- En general, se requiere de un vector tridimensional para describir la rotación de un objeto en el espacio, sin embargo, dado que las máquinas giran sobre un eje fijo, su rotación queda restringida a una dimensión angular.
  - Se usa como convención que un ángulo de rotación contrario al de las manecillas del reloj es positivo, mientras que una rotación a favor de dichas manecillas es negativo.
  - Como el movimiento es restringido, basta con hacer una descripción escalar de la mecánica asociada.
- Se definen así algunos conceptos importantes del movimiento rotatorio:
- La **posición angular** θ de un objeto es el ángulo en que se sitúa, medido desde algún punto de referencia arbitrario. Por lo general, la posición angular se mide en radianes $[rad]$ o grados [°].
- La **velocidad angular** ω es la tasa de cambio de la posición angular con respecto al tiempo. Este parámetro se mide en radianes por segundo $\left[\frac{rad}{s}\right]$ y se calcula como:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

Descripción del movimiento rotatorio

- En general en ingeniería se utilizan unidades distintas para describir la velocidad del eje. Frecuentemente, la velocidad angular se expresa en revoluciones por segundo o revoluciones por minuto. Puesto que es un concepto importante, se acostumbra a utilizar diferentes símbolos para representar la velocidad angular cuando se expresa en distintas unidades, lo que permite minimizar confusiones, así:
    - ω_m velocidad angular expresada en radianes por segundo $\left[\frac{rad}{s}\right]$.
    - f_m velocidad angular expresada en revoluciones por segundo $[Hz]$.
    - n_m velocidad angular expresada en revoluciones por minuto $[\text{rpm}]$.
- En estos símbolos el subíndice m indica una cantidad mecánica en contraposición a una cantidad eléctrica.
- Estas medidas se relaciones entre sí mediante las ecuaciones:

$$n_m = 60 f_m \quad f_m = \frac{\omega_m}{2\pi} \quad \omega_m = \frac{2\pi n_m}{60}$$

Descripción del movimiento rotatorio

- La aceleración angular α es la tasa de cambio de la velocidad angular con respecto al tiempo, mide en radianes por segundo al cuadrado $\left[\frac{rad}{s^2}\right]$. Se calcula con la ecuación:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

- Cuando un objeto rota su velocidad angular permanece constante a menos que se ejerza un torque o par τ sobre él. Cuanto mayor sea el torque aplicado al objeto, más rápidamente cambiará su velocidad angular. Esta variable se mide en Newton metro $[Nm]$. El torque que ejerce una fuerza F aplicada en un punto cuya distancia hasta el eje de rotación es r formado un ángulo β entre ellos es:

$$\tau = Fr \operatorname{sen} \beta$$

Descripción del movimiento rotatorio

- El torque se relaciona con la aceleración angular que produce sobre un objeto mediante la segunda ley de Newton. En particular para sistemas rotatorios se tiene la **ley de rotación de Newton**:

$$\tau = J\alpha$$

- Donde J es el momento de inercia del objeto y se mide en kilogramos metro cuadrado $[kg \cdot m^2]$.
- En el movimiento rotatorio, el trabajo es la aplicación de un par a los largo de un ángulo, se mide en joule $[J]$ y se calcula como:

$$W = \int_{\theta_0}^{\theta} \tau \, d\theta'$$

- Si el torque es constante y se designa arbitrariamente que $\theta_0 = 0$, entonces:

$$W = \tau \, \theta$$

Descripción del movimiento rotatorio

- La potencia es la tasa a la cual se realiza trabajo o el incremento de trabajo por unidad de tiempo, se mide en watts y se define como:

$$P = \frac{dW}{dt}$$

- Si se tiene torque constante, en el movimiento rotatorio la potencia es:

$$P = \tau\omega$$

- Esta potencia es muy importante en el estudio de las máquinas eléctricas, puesto que describe la potencia mecánica aplicada al eje de un motor o generador.

- En general, la potencia de los motores eléctricos está expresada en otra unidad de medida llamada caballo de fuerza $[HP]$. La relación entre el caballo de fuerza y el watt es:

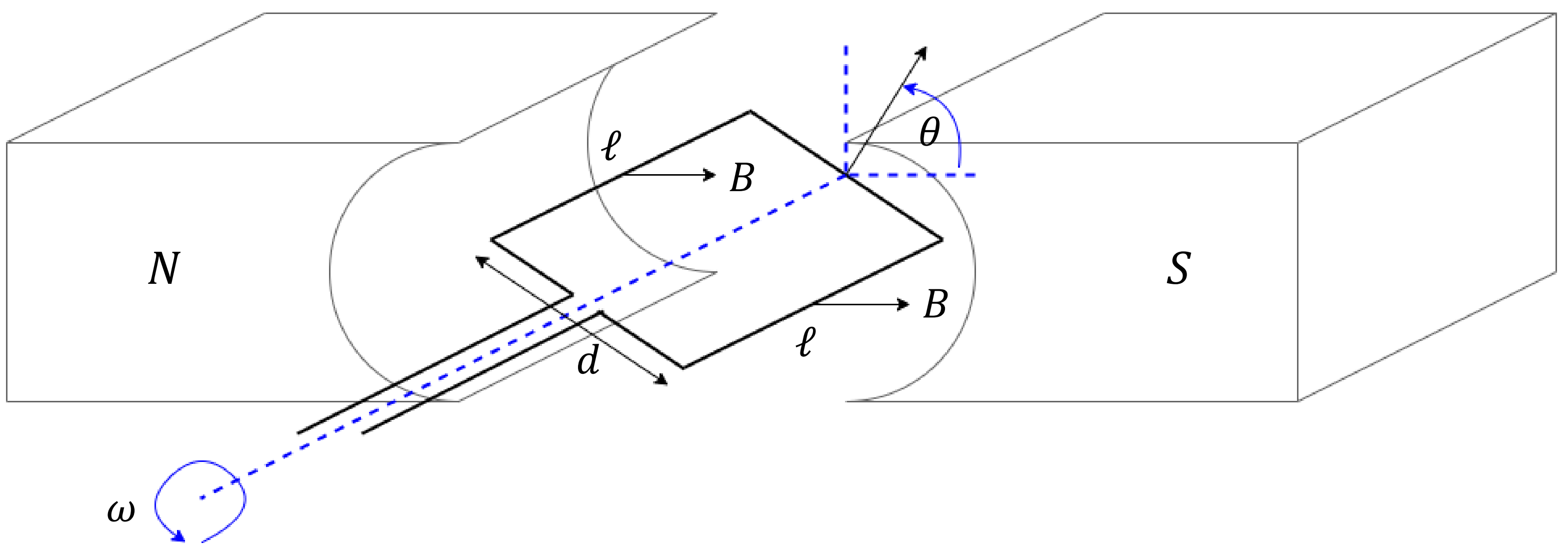
$$1[HP] = 745.7[W] = 0.7457[kW]$$

Generador eléctrico elemental

- Se tiene de la ley de Faraday que para una espira atravesando un flujo magnético variable se induce una fuerza electromotriz:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

- Considere una espira de largo ℓ y ancho d que gira a velocidad ω en un campo magnético B externo, de tal modo que se θ es el ángulo formado entre el vector normal del área que encierra la espira y el vector del campo magnético.



Generador eléctrico elemental

- En esos términos, el flujo que atraviesa la espira depende del ángulo θ como sigue:

$$\phi(\theta) = \mathrm{B} \cdot A(\theta) = B\ell d \cos\theta$$

- Así, la tensión inducida en la espira es:

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt}(B\ell d \cos\theta) = B\ell d \sin(\theta)\frac{d\theta}{dt}$$

- Como el ángulo θ varía en el tiempo de la forma $\theta = \omega t$, entonces la tensión inducida es de la forma:

$$\varepsilon(t) = \omega B\ell d \sin(\omega t) = \omega\phi_{max} \sin(\omega t) = E_{max} \sin(\omega t)$$

- Del mismo modo, para una bobina de N espiras la tensión inducida es:

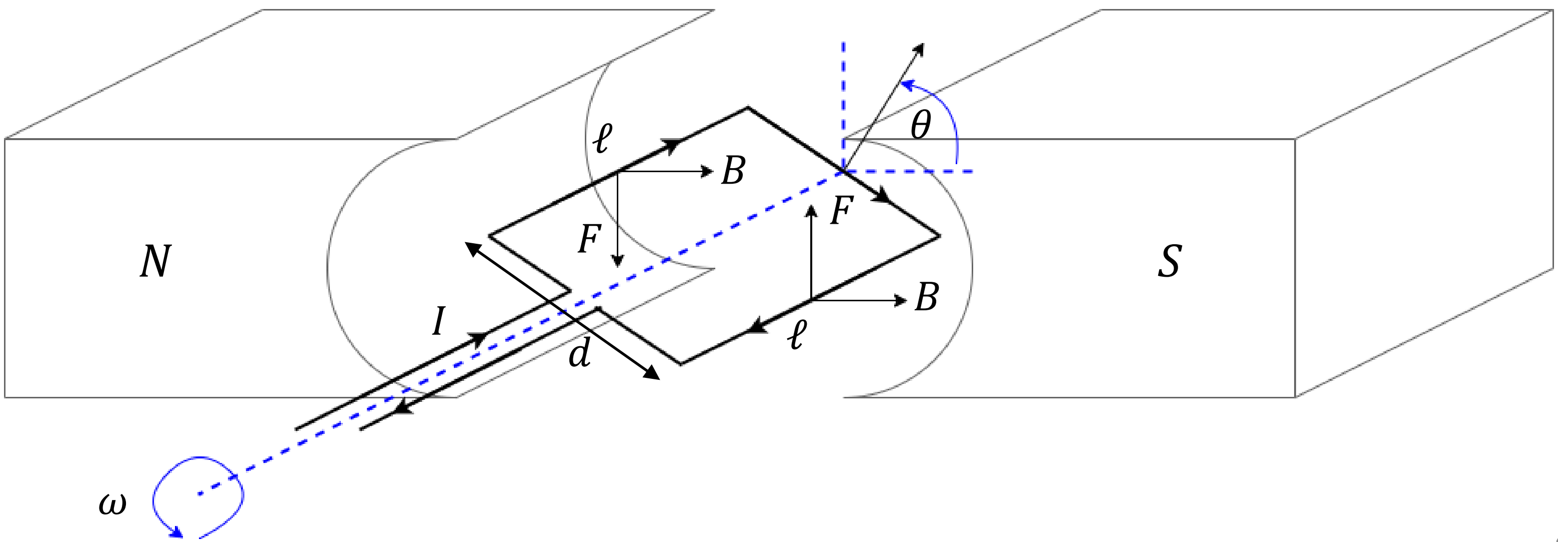
$$\varepsilon(t) = N\omega B\ell d \sin(\omega t) = N\omega\phi_{max} \sin(\omega t) = E_{max} \sin(\omega t)$$

Motor eléctrico elemental

- Acorde a la ley de Lorentz, una corriente circulando por un conductor en medio en un campo magnético externo induce una fuerza sobre dicho conductor de la forma:

$$\vec{F} = I \int_C d\vec{\ell} \times \vec{B}$$

- Considere ahora la misma espira de largo ℓ y ancho d en un campo magnético B externo por la que circula una corriente I, de tal modo que se θ es el ángulo formado entre el vector normal del área que encierra la espira y el vector del campo magnético.



Motor eléctrico elemental

- Así, se induce una fuerza en cada uno de los dos segmentos de la bobina que se encuentran dispuestos de forma perpendicular al campo magnético de la forma:

$$\left|\vec{F}\right| = I\int_C d\vec{l} \times \vec{B} = F = IB\ell$$

- Luego, el torque en la espira total, considerando que son dos los segmentos sobre los que actúa esta fuerza, es:

$$\tau = rF\operatorname{sen}\theta = 2\frac{d}{2}F\operatorname{sen}\theta = IBd\ell\operatorname{sen}\theta = I\phi\operatorname{sen}\theta$$

- Note que este torque es máximo cuando la bobina es totalmente paralelo al campo magnético ($\theta = 90°$) y es nulo cuando la espira es perpendicular a él ($\theta = 0°$).

- Si se reemplaza el conductor por una espira de N vueltas, entonces la fuerza y el torque inducido son:

$$F = NIB\ell$$

$$\tau = NI\phi\operatorname{sen}\theta$$

Referencias del capítulo

- S. Chapman, *Máquinas eléctricas*, 5ta edición, capítulo 1. Mc Graw Hill, 2012.
- A. Fitzgerald, C. Kingsley & S. Umans, *Máquinas eléctricas*, 6ta edición, capítulos 3 y 4. Mc Graw Hill, 2013.