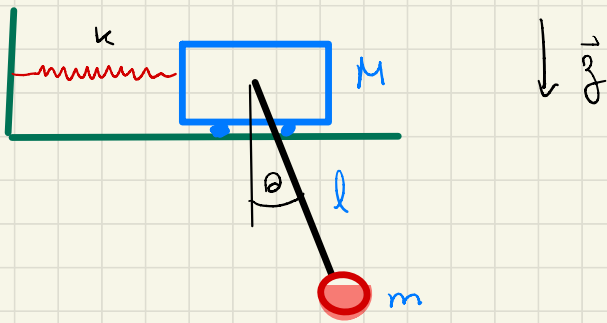




Se puede mostrar que eg's de mov son:

- $(m+M)\ddot{x} + ml(\ddot{\theta}\cos(\theta) - \dot{\theta}^2\sin(\theta)) + kx = 0$
- $l\ddot{\theta} + \ddot{x}\cos(\theta) + g\sin(\theta) = 0$

usando pequeñas oscilaciones:

$$\left. \begin{array}{l} \sin(\theta) \sim \theta \\ \cos(\theta) \sim 1 \end{array} \right\} \theta \ll 1 \quad \text{Taylor a 1º orden}$$

- $(m+M)\ddot{x} + ml\ddot{\theta} + kx = 0$
- $l\ddot{\theta} + \ddot{x} + g\theta = 0$

Terminos de 3º orden se han despreciado (x ej $\dot{\theta}^2$)

luego podemos escribir el sistema como sigue:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} m+M & ml \\ 1 & l \end{pmatrix}}_M \underbrace{\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix}}_{\vec{\ddot{x}}} + \underbrace{\begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & g \end{pmatrix}}_K \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ \theta \end{pmatrix}}_{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

matriz de
masas

vector
incognitas

matriz de
constantes

$$\therefore M \vec{\ddot{x}} + K \vec{x} = \vec{0}$$

hacemos el Ansatz: $\vec{x} = \vec{v} e^{i\omega t}$ $\vec{v}$: vector

$$\begin{aligned} \rightarrow \vec{\ddot{x}} &= (i\omega)^2 \vec{v} e^{i\omega t} \\ &= -\omega^2 \vec{v} e^{i\omega t} \end{aligned}$$

Reemplazamos:

$$-\omega^2 M \vec{v} e^{i\omega t} + K \vec{v} e^{i\omega t} = 0$$

$$\rightarrow (-\omega^2 M + K) \vec{v} e^{i\omega t} = 0 \quad / \cdot M^{-1}()$$

$$(-\omega^2 I + M^{-1}K) \vec{v} e^{i\omega t} = 0$$

$$(-\omega^2 \mathbb{I} + M^{-1}K) \vec{v} e^{i\omega t} = 0$$

sea $A = M^{-1}K$

$$\rightarrow (A - \omega^2 \mathbb{I}) \vec{v} e^{i\omega t} = 0$$

$$\vec{v} \neq 0 \quad \text{sol. trivial}$$

$$e^{i\omega t} \neq 0 \quad \forall \omega$$

El problema se transforma
en un problema de valores y
vectores propios:

$$\omega^2 = \lambda = \text{val propio}$$

$$\vec{v} = \text{vectores propios.}$$