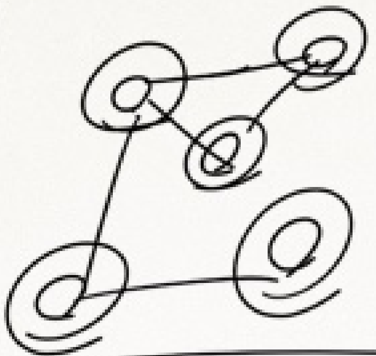
P1



$$\boxed{\sum_{v \in V} deg(v) = 2|E|}$$

$$\Downarrow$$

$$\underbrace{\sum_{\substack{v \in V \\ par}} deg(v)}_{par} + \underbrace{\sum_{\substack{v \in V \\ impar}} deg(v)}_{par}$$

Como la suma es par y son sólo sumandos pares, entonces es una cantidad par de sumandos

$\Longrightarrow$ Hay una cantidad par de vértices de grado impar.

P3 $u \sim_G v \iff \exists$ paseo de u a v en G

Refleja: $\forall v \in V(G)$, $\emptyset$ es un paseo de v a v de largo 0

$\Rightarrow$ Siempre existe paseo de v a v

$\Rightarrow v \sim_G v, \ \forall v \in V(G)$ //

Simétrica: Sean $u, v \in V(G)$ tq

$u \sim_G v \Rightarrow \exists$ paseo $v_1 v_2 \cdots v_k$

$v_k v_{k-1} \cdots v_1$

$\forall i \leq k$, $v_i v_{i-1}$ es arista de G

porque $v_{i-1} v_i$ lo es y G es grafo simple

$\forall i \leq k$ $v_i v_{i-1}$, $v_{i-1} v_{i-2}$ son consecutivas porque al revés lo son

$\exists$ paseo de v a u

$\Longrightarrow v \sim_G u$ //

<u>Transitividad</u> Si $u \sim_G v$ y $v \sim_G w$

$u \quad v_1 \quad v_k \quad v$ $\qquad$ $v \quad w_1 \quad w$

$u\, v_1 \cdots v_k\, v$ $\qquad$ $v\, w_1 \cdots w_k\, w$

$u\, v_1 \cdots v_k\, v\, w_1 \cdots w_k\, w$

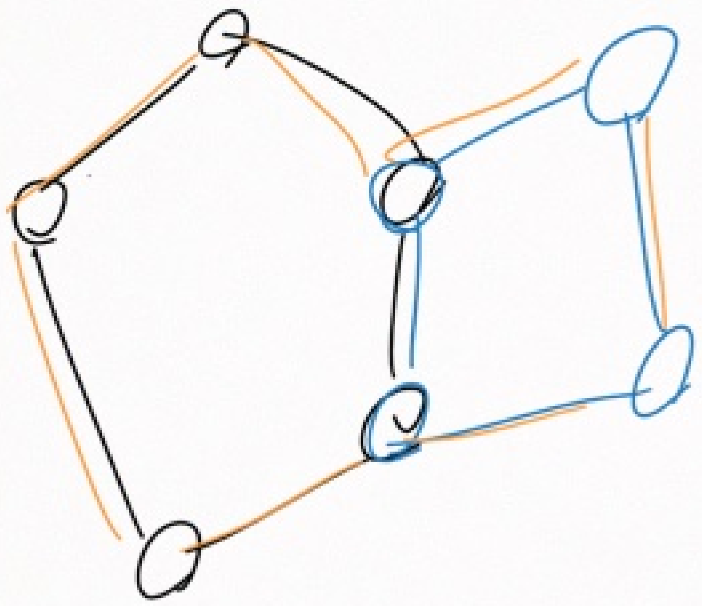
- Hasta v son consecutivas porque son paseo
- Desde v también
- $v_k v$ y $v w_1$ son consecutivas porque inciden en v

$\exists$ paseo de u a w

$\Rightarrow u \sim_G w$ //

$\therefore \sim_G$ es de equivalencia

$\boxed{P5}$ C y D ciclos. Si $E(C) \neq E(D)$ y $\exists e \in E(C) \cap E(D)$, entonces $\exists C'$ tq $E(C') \subseteq E(C) \cup E(D) - e$



$C = u\, u_1\, u_2 \cdots \boxed{e_1 e_2} \cdots u$, donde $e = e_1 e_2$

u_{k+1}

$D = v\, v_1\, v_2 \cdots e_1\, e_2 \cdots v$

v_k $\qquad$ v_m

$$C' = u\, u_1\, u_2 \cdots e_1\, v_k\, v_{k-1} \cdots v_1\, v\, v_m\, v_{m-1} \cdots e_2$$

$$\to u_{k+1} \cdots u$$

$e_1 e_2 \notin E(C')$

$\forall e \in E(C'),\ e \in E(C) \cup E(D)$