

MA3403-4. Probabilidades y Estadística**Profesor:** Alexis Fuentes**Auxiliares:** María José Alfaro y Vicente Salinas**Fecha:** Jueves 17 de Diciembre, 2020**Auxiliar 11**

P1. En Economía se dice que un agente, con función de utilidad U , frente a una v.a X , con media finita es:

Adverso al Riesgo ssi $U(\mathbb{E}(X)) > \mathbb{E}(U(X))$

Favorable al Riesgo ssi $U(\mathbb{E}(X)) < \mathbb{E}(U(X))$

Neutro al Riesgo ssi $U(\mathbb{E}(X)) = \mathbb{E}(U(X))$

Su dinero para invertir cumple que $X \sim Unif(0,1)$ y usted es un inversionista que solo invierte en un negocio cuando este es arriesgado.

Si tiene 3 opciones de negocios, con funciones de utilidad dadas por:

a) $U_1(t) = t^2$

b) $U_2(t) = \ln(t)$

c) $U_3(t) = a + bt$

En que negocios invertiría? Justifique con cálculos su elección

P2. Los gastos mensuales en la entrega de un producto que sigue la variable aleatoria X , con fgm dada por $\varphi_X(t) = e^{3(e^t-1)}$, viene dados por $G(X) = X^2 + X - 1$. Calcular la esperanza de los gastos mensuales.

P3. Recuerde que la función $\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt$.

Sea $z > 0$ y X v.a con distribución $\Gamma(1, z)$, es decir, con función de densidad: $f_X(x) = \frac{e^{-x} x^{z-1} 1_{x>0}}{\Gamma(z)}$.

a) Encuentre $E(X^n)$ para $n \geq 1$ y deduzca la $Var(X)$. **Recuerde que:** $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$

b) Calcule la función generadora de momentos $E(e^{-sX})$ para $s \geq 0$.

c) Pruebe usando la función generadora de momentos que si las variables X e Y son independientes, $X \sim Gamma(1, \alpha)$ e $Y \sim Gamma(1, \beta)$, con α y β positivos, entonces $X + Y \sim Gamma(1, \gamma)$ y encuentre γ .

Prop1. La densidad conjunta de X e Y esta dada por:

$$f(x, y) = c(y^2 - x^2)e^{-y} \text{ para } -y \leq x \leq y \wedge 0 < y < \infty$$

. En cualquier otro caso la densidad es 0. Encuentre:

- a) El valor de c
- b) Las densidades marginales de X e Y . ¿Son independientes?
- c) La esperanza de X

hint: puede usar sin demostrar que $\Gamma(n) = (n - 1)!$ donde $\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt$