

**MA3403-4. Probabilidades y Estadística****Profesor:** Alexis Fuentes**Auxiliares:** María José Alfaro y Vicente Salinas**Fecha:** Jueves 12 de Noviembre, 2020**Auxiliar 7****P1.** Sean  $X_1, \dots, X_n$  variables aleatorias geométricas independientes con  $X_i \sim \text{geom}(p_i)$ .Demuestre que  $X = \min(X_1, \dots, X_n)$  cumple con ser geométrica y encuentre su parámetro.**P2.** Sea  $p \in (0, 1)$ . Sean  $(Y_i)_{i \geq 1}$  una sucesión de variables aleatorias independientes, todas ellas con la misma ley  $Y_i \sim \text{Ber}(p)$ .Sea  $r \geq 2$  y defina:

$$V_r = \inf\{n \geq 1 : \sum_{i=1}^n Y_i = r\}$$

a) Pruebe que

$$[V_r = n] \iff \left[ \sum_{i=1}^{n-1} Y_i = r-1, Y_n = 1 \right]$$

b) Calcule  $\mathbb{P}(V_r = n) \quad \forall n \geq r$ .**P3.** Sea  $Y \sim \text{geom}(p)$ , es decir,  $P(Y = i) = (1-p)^{i-1}p$ . Sea  $a \in \mathbb{R}$  y la “matriz aleatoria”:

$$A = \begin{pmatrix} \prod_{i=1}^n (Y - i) + a & aY \\ 1 & Y \end{pmatrix}$$

Calcule la probabilidad de que A sea invertible. (**Hint:** Recuerde que una matriz es invertible si y solo si su determinante es no nulo).**P4. [Repaso C1]** Un jugador de emboque Amateur va a participar en un Torneo de Emboque Amateur del barrio. Para ello compró con anticipación 5 emboques aparentemente idénticos y los usó por varios meses hasta que escogió aquél con mejores resultados. Así con el emboque “regalón” la probabilidad de acierto de cualquier lanzamiento es  $3/4$ , en cambio para los restantes cuatro emboques esta probabilidad es sólo  $1/3$ . El día del campeonato vió con estupor que la noche anterior había guardado el emboque regalón junto con los otros emboques, por lo que no era capaz de distinguirlos. Desesperado y atrasado, escoge uno de ellos al azar y se va al campeonato.

a) Si para ganar el campeonato necesita hacer al menos 8 aciertos de 10, ¿cuál es la probabilidad de que gane el campeonato?

b) Si gana obteniendo 9 aciertos de 10, ¿cuál es la probabilidad de que haya realmente escogido su emboque regalón?

## Propuestos

**Prop.1 [Repaso C1]** 45 personas se suben a un bus vacío que tiene 60 asientos distinguibles ubicados de a pares, y cada persona se ubica en un asiento. ¿De cuántas formas pueden quedar ocupados los asientos si:

- a)* Las personas son indistinguibles no hay restricciones en la forma de sentarse?
- b)* Las personas son distinguibles y se utiliza al menos un asiento de cada par?
- c)* Las personas son indistinguibles, se utiliza al menos un asiento de cada par, y hay 2 personas que pueden escoger sentarse o quedar de pie.