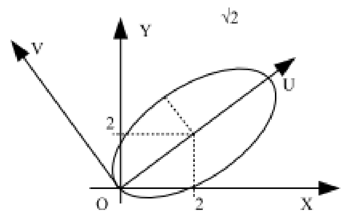
MA1102-4 Álgebra lineal
Profesor: Alejandro Maass
Auxiliar: Juan Pablo Sepúlveda

Auxiliar 13: Final de temporada

5 de enero de 2021

P1. Elipse chueca Considere la siguiente figura:



Donde una elipse de semieje menor de medida $\sqrt{2}$ pasa por el origen (O).

a) Escriba la ecuación de la elipse para el sistema de referencia dado por UOV.

b) Convierta esta ecuacion a una adecuada para el sistema de referencia XOY.

P2. Who dis Identifique y bosqueje la cónica dada por la ecuación:

$$3x^2 + 3y^2 + 2xy + 4\sqrt{2}x + 4\sqrt{2}y = 0$$

Encontrando los cambios de variable que permitan centrarla con respecto a ejes adecuados. Explicite los cambios de variable requeridos y reconozca la cónica.

P3. Semi o no semi?

a) Sea $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$. Dem AA^t y A^tA son semidefinidas positivas.

b) Sean $B, C \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$, con B definida positiva y C semi-definida positiva, muestre que $B + C$ es definida positiva.

P4. Back to basics Sea el siguiente espacio vectorial:

$$S = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\3\\3\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix} \right\} \right\rangle$$

a) Encuentre una base de S.

Sea $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ lineal tal que $\ker(T) = S$ que cumple:

$$T\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix} \qquad T\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\-1\\1\\-1\end{pmatrix}$$

b) Determine la dimensión de $\mathrm{Im}(T)$ y una base de este espacio.

c) Determine explícitamente T.

d) Sean:

$$B_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \qquad B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Encuentre la matriz representante de T para la base B_1 en la salida y B_2 en la llegada.

P5. Diagon Sea la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -2 \\ 0 & 7 & -2 \\ -2 & -2 & 6 \end{pmatrix}$$

a Determine el polinomio característico de A, junto con sus valores propios.

b) Encuentre la descomposición PDP^t de A.

c) Es A invertible? Es A definida positiva?