**MA1102-4 Álgebra lineal**
**Profesor:** Alejandro Maass
**Auxiliar:** Juan Pablo Sepúlveda

# Auxiliar 10: Valores y vectores propios

2 de diciembre de 2020

**P1. b arbitrario no puede detenernos** Sea la siguiente matriz, para un cierto $b \in \mathbb{R}$:

$$B = \begin{pmatrix} b & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Muestre que $\lambda = 1$ es valor propio de $B$ sin importar el valor de $b$.

b) Determine para qué valores de $b$ se tiene que todos los valores propios de $B$ son reales no negativos.

**P2. Siempre atentx para la ocasión** Se sabe que 1 y 4 son los valores propios de la matriz

$$C = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 5 \\ 15 & -14 & 25 \\ 9 & -9 & 16 \end{pmatrix}$$

Muestre que C es diagonalizable.

**P3. Dime tus valores y te diré tus vectores** Sea A la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Y demos por sabido que sus valores propios son $0, 2,$ y $6$.

a) Encuentre las multiplicidades (ambas) de los valores propios de A.

b) Encuentre el polinomio característico de A

b) Encuentre una base de $\mathbb{R}^4$ dada por vectores propios de $A$.

c) Escriba la forma descompuesta $A = PDP^{-1}$

**P4. Sin matriz? Fasil** Sea $A$ matriz diagonalizable real de $3 \times 3$ con polinomio caracteristico $P(\lambda) = (1-\lambda)^2(3-\lambda)$. Si además tenemos que:

$$u = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} v = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

son vectores propios de A, entonces:.

a) Encuentre las multiplicidades algebráicas y geométricas de los valores propios $\lambda_1 = 1$ y $\lambda_2 = 3$.

b) **Para la auxiliar 11** Muestre que tanto $u$ como $v$ son vectores propios asociados al valor propio 1.

c) **Para la auxiliar 11** Encuentre un vector propio $w$ asociado al valor propio 3.