

MA1002-8: Cálculo Diferencial e Integral**Profesor:** Alvaro Bustos**Auxiliares:** Nicolas Toro

Auxiliar 5

P1. [Taylor] Sea $f(x) = e^x$ y $T_n^f(x)$ su Taylor de orden n en torno a $x = 0$.

a) Muestre que para cualquier $x \in \mathbb{R}$, se tiene que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |f(x) - T_n^f(x - x_0)| = 0$$

b) Calcule $T_f^2(x)$ y estime el máximo error al aproximar f en el intervalo $[-2, 2]$

P2. [Taylor] Sea f una función de clase C^∞ en \mathbb{R} , tal que $|f^{(k)}(x)| \leq 1$ para todo $k \in \mathbb{N}$ y para todo $x \in \mathbb{R}$. Mostrar que si $x_0 \in \mathbb{R}$ es fijo, entonces $\forall x \in [x_0 - 1, x_0 + 1]$ se tendrá que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |f(x) - T_f^n(x - x_0)| = 0$$

P3. [Funciones] Esta pregunta corresponde a la P3 del C1 2017

a) Estudie completamente la función $f(x) = \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}$

i) Dominio, signos de f , asíntotas y continuidad en el dominio

ii) Diferenciabilidad, crecimiento, puntos críticos, máximos y mínimos en caso de que existan

iii) Intervalos de concavidad, convexidad, puntos de inflexión, recorrido y gráfico

b) Mostrar que al aproximar f por su Taylor de orden 1 en torno a $x_0 = 1$, $T_f^1(x - x_0)$, en el intervalo $[1, e]$, el error asociado es menor o igual a $(e - 1)^2$

P4. [Modelamiento] Se dispone de un alambre de largo $3a > 0$ con el cual se desea formar un trapecio isósceles con 3 lados iguales de largo a y el cuarto largo x . Determine el valor de x para el cual el área del trapecio es máxima.