Auxiliar 4 - LifeCycle Model 2

1 Modelo de Ciclo de Vida

Considere un modelo de consumo y ahorro para un agente que vive durante T períodos. En cada período, el agente percibe un ingreso exógeno y, el cual puede destinar a consumo o ahorro. Sea A_t los activos que posee el agente en el período t, y sea A_0 una herencia arbitraria de activos disponibles al comienzo del ciclo de vida del agente.
El problema a optimizar se puede expresar como,

$$\max_{c_t} \sum_{t=0}^{T} \beta^t u(c_t) \tag{1.1}$$

$$s.t. \quad c_t + A_{t+1} = y + (1+r)A_t \ , \tag{1.2}$$

donde, $\beta \in (0,1)$ corresponde al factor de descuento, c_t el consumo para el período t y r la tasa de interés exógena y constante que paga el activo A_t. Considere una forma funcional para la utilidad del tipo *CRRA* $u(c) = \frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma}$.

1. Considerando que el agente vive durante 50 períodos y percibe un ingreso cierto en cada período, ¿Qué dimensión tendrá la grilla de ingresos? Ahora considere que el ingreso percibido obedece a un proceso estocástico, ¿De que dependen las dimensiones de la grilla de ingresos para este caso?

2. Considere el caso de ingreso cierto $y = 1$ durante todo el ciclo de vida. El agente de esta economía goza de mercados financieros completos con capacidad de endeudamiento, es decir, en ciertos períodos el agente puede tener un *stock* de activos negativo. Calcule el límite natural de endeudamiento que enfrenta el agente y la cantidad máxima de *assets* cuando $r = 0.01$, tal que se debe cumplir la condición de No-Ponzi.

3. Ahora considere una grilla para los activos que discretice el espacio en 20 puntos, tal que la herencia del individuo es $A_0 = 0$. ¿Cuáles son las dimensiones de esta grilla para este caso? Construya esta grilla tal que la distancia entre puntos sea igual.

   En adelante, considere los siguientes parámetros que caracterizan el ambiente económico del problema, $\beta = 0.98$, $\gamma = 1.5$.

4. Resuelva numéricamente el problema planteado (caso sin incertidumbre) mediante la iteración de la *Value Function*, obteniendo así la *Policy Function*. Luego, simule las trayectorias óptimas de activos y consumo para dos individuos idénticos *ex-ante*. Grafique e interprete.

5. Suponga que el agente ahora enfrenta un *retirement* en el período $T = 40$. Resuelva numéricamente este nuevo caso. Simule las trayectorias óptimas de activos y consumo para dos individuos idénticos *ex ante*. Grafique e interprete.

   Suponga ahora que el ingreso es estocástico, tal que $y_t \in \{0.395, 0.708, 1.000, 1.452, 1.810\}$, cuya probabilidad de realización está determinada por la siguiente *probability distribution function*.

$$P = \begin{pmatrix} 0.1016 & 0.2492 & 0.2983 & 0.2492 & 0.1017 \end{pmatrix} \tag{1.3}$$

6. Resuelva numéricamente el problema con ingreso estocástico, obteniendo la *Value Function* y la *Policy Function*. Simule las trayectorias óptimas de activos y consumo para dos individuos idénticos *ex ante*. Grafique e interprete.