# Pauta Auxiliar 1

Pre control

**Profesor: Marcelo Olivares**
Auxiliares: Camila Aguillón, Ignacio Hernández, Esteban Salinas.

# Pregunta 1: Comentes

**a)** El destacado juego sensación del 2020 ”Among Us” se ha convertido en un gran entretenimiento para sus usuarios ya que es bastante accesible y sencillo de jugar. El juego consta de 10 participantes en donde mediante una elección previa se puede elegir si contar con 1,2 o 3 impostores durante la partida. El impostor tiene la capacidad de sabotear la nave y asesinar a la tripulación.

Suponga que se juega una partida con 2 impostores, en donde el impostor 1 prefiere asesinar(lo valora el doble) mientras que el impostor 2 es indiferente entre sabotear o asesinar(los valora por igual), y que entre los dos, solo pueden asesinar a 6 tripulantes y provocar 5 sabotajes.

Al terminar la partida, con victoria para los impostores(ninguno muere), la proporción entre asesinatos y sabotajes por los impostores se resume en la siguiente tabla.

| | **Asesinatos** | **Sabotajes** |
|---|---|---|
| **Impostor 1** | 3 | 2 |
| **Impostor 2** | 3 | 3 |

Al finalizar el juego, ¿se encuentra en un óptimo de Pareto?

**Respuesta: No, puesto que si se hubiesen intercambiado los sabotajes del Impostor 1 por asesinatos del impostor 2(ya que valora por igual), se hubiese obtenido un optimo de pareto, puesto que se estaría mejorando la situacion del impostor 1, sin empeorar la del segundo.**

**b)** ¿Por qué en un “bar abierto” pueden sobrar bebidas alcohólicas?

**Respuesta: Lo que ocurre es que la utilidad marginal por el consumo de alcohol decrece rápidamente. Las primeras unidades del bien reportan más utilidad que las siguientes, hasta llegar a un punto en que reportan utilidad cercana (o igual) a cero. “El primer trago probablemente me parezca sabroso, pero después de 10 piscolas no me siento tan bien tomando un trago más.”**

**c)** Considere un restaurant donde venden comida por peso. Es general, esto es un buffet en donde uno se sirve lo que desea comer y se cobra por el peso total del plato, teniendo un precio por kilo independiente de la comida que se elige. Usted se da cuenta que sus amigos, Valeska y Mariano, tienen dos estilos distintos de consumo. Valeska siempre come 4.000 en comida, mientras que Mariano come siempre 800 gr. ¿Cuál es la elasticidad-precio de cada uno?

**Respuesta: Valeska tiene una elasticidad precio de 1, ya que si el precio del kilo aumenta un 1 %, su consumo disminuiría en el mismo porcentaje. Por otro lado Mariano tiene una elasticidad precio igual a cero, ya que independiente del precio, siempre consumía el mismo nivel de bencina (su demanda de comida es inelástica).**

**d)** Un monopolio siempre opera en la zona inelástica de la curva de demanda, ya que en este caso al aumentar el precio del bien los consumidores disminuyen muy poco su cantidad demandada y por ende, el monopolio incrementa sus utilidades. Comente si es verdadero falso o incierto.

**Respuesta: El monopolista no se sitúa en la porción inelástica de la curva de demanda sino en la porción elástica. Ello porque si se ubica en la porción inelástica tenemos que una reducción pequeña de la cantidad aumenta mucho el precio, por tanto aumentan los ingresos. Al mismo tiempo al reducir la cantidad los costos disminuyen y por tanto las utilidades (PxQ - Costos) aumentan. Es decir mientras el monopolista este ubicado en la parte inelástica de su curva de demanda podrá aumentar sus utilidades produciendo menos, esto hará que se desplace hasta la parte elástica. Otra posible respuesta es que el monopolista no se ubica en la parte inelástica de la curva de demanda porque en esa parte los ingresos marginales son negativos y nadie producirá y venderá si al hacerlo sus ingresos totales disminuyen**

# Pregunta 2: Teoría del consumidor

En este problema se busca estudiar la demanda de un bien adictivo. Para esto, suponga que las preferencias de una persona pueden ser representadas por:

$$\mathrm{U}(\mathrm{x}_1, x_2) = (x_1 - r)^{\alpha}(x_2)^{1-\alpha}$$

Donde $\alpha \in$ (0,1) y $r > 0$ son parámetros conocidos. Notar que esta función de utilidad sólo está definida para $(\mathrm{x}_1 - r) \geq 0$ $y$ $\mathrm{x}_2 \geq 0$.

Los precios de los bienes $x_1$ y $x_1$ son $p_1$ y $p_2$ respectivamente. Esta persona cuenta con un ingreso fijo igual a I. Diremos que $x_1$ es el bien adictivo cuyo nivel de adicción es r (ejemplos de bienes adictivos son alcohol, cigarros, drogas, chocolates). Para efectos de la interpretación de los resultados de esta pregunta, tenga presente que personas más adictas presentaran un nivel de r mayor.

a) Calcule la derivada de la función utilidad con respecto a $r$ y concluya cómo cambia la utilidad de esta persona con $r$. Entregue una interpretación económica para el signo de esta derivada.

**Respuesta:**

Calculamos:

$$\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial r} = \frac{\partial (x_1 - r)^{\alpha}(x_2)^{1-\alpha}}{\partial r} = -\alpha \cdot (\frac{x_2}{x_1 - r})^{1-\alpha} \ < \ 0$$

Como $x_2$, $(x_1 - r)$, y $\alpha$ son positivos, entonces la derivada es negativa. La i interpretación es que una mayor adicción reduce el nivel de utilidad. Para un mismo nivel de consumo de $x_1$ y $x_2$, la persona está peor con mayores niveles de adicción (por lo que menos es preferible).

b) Analice como cambia la utilidad marginal respecto a x1 cuando r varía. Es decir, calcule la segunda derivada de la Utilidad, primero con respecto a $x_1$ y después con respecto a $r$. Entregue una interpretación económica para el signo de esta última expresión.

**Respuesta:**

Calculamos:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 U(x_1, x_2)}{\partial x_1 \partial r} &= \frac{\partial}{\partial r}(\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_1}) \\
&= \frac{\partial}{\partial r}(\frac{\partial (x_1 - r)^{\alpha}(x_2)^{1-\alpha})}{\partial x_1}) \\
&= \frac{\partial}{\partial r} \cdot (\alpha \cdot (x_1 - r)^{\alpha-1} \cdot (x_2)^{1-\alpha}) \\
&= \alpha \cdot (\alpha - 1) \cdot (x_1 - r)^{\alpha-2} \cdot (-1) \cdot (x_2)^{1-\alpha} \\
&= \alpha \cdot (1 - \alpha) \cdot (x_1 - r)^{\alpha-2} \cdot (x_2)^{1-\alpha}
\end{aligned}$$

Interpretación: dado que la utilidad marginal de $x_1$ es creciente en $r$, esto significa que mayores niveles de adicción están asociados con mayor utilidad marginal del bien adictivo, y por lo tanto, esto induciría un mayor consumo del bien.

c) Plantee problema de optimización que enfrenta esta persona. Encuentre la demanda de ambos bienes.

**Respuesta:**

El problema a optimizar es el siguiente:

$$max \quad U(x_1, x_2) = (x_1 - r)^{\alpha}(x_2)^{1-\alpha}$$

$$s.a \;\; p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 = I$$

Usando Lagrangiano:

L=(x$_1 - r)^{\alpha}(x_2)^{1-\alpha} - \lambda \cdot (p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 - I)$

Calculamos las derivadas de esta función, respecto a $x_1$, $x_2$ y $\lambda$ :

(1) $\dfrac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \iff \alpha \cdot (x_1 - r)^{\alpha-1}(x_2)^{1-\alpha} = \lambda \cdot p_1$

(2) $\dfrac{\partial L}{\partial x_2} = 0 \iff (1-\alpha) \cdot (x_1 - r)^{\alpha}(x_2)^{-\alpha} = \lambda \cdot p_2$

(3) $\dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \iff p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 = I$

Tomamos las dos primeras ecuaciones y las dividimos para eliminar $\lambda$, resultando:

$$\frac{\alpha \cdot (x_1 - r)^{\alpha-1}(x_2)^{1-\alpha}}{(1-\alpha) \cdot (x_1 - r)^{\alpha}(x_2)^{-\alpha}} = \frac{p_1}{p_2}$$

Con esta relación, podemos despejar $x_2$, dependiendo de $x_1$:

$$(4) \quad x_2 = \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot (x_1 - r)$$

Luego tomando (3) y (4), donde reemplazamos $x_2$ de (4) en la ecuación de (3), se obtiene lo siguiente

$$p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot (x_1 - r) = I$$

$$p_1 \cdot x_1 + p_1 \cdot \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot (x_1 - r) = I$$

Operando algebraicamente, se obtiene una expresión para x$_1$ :

$$(5) \quad x_1 = \frac{I \cdot \alpha}{p_1} + (1-\alpha) \cdot r$$

Luego, hacemos lo mismo para $x_2$, reemplazando (5) en (4):

$$(6) \quad x_2 = \frac{1-\alpha}{p_2} \cdot (I - \alpha \cdot r \cdot p_1)$$

d)Analice cómo cambia la demanda de $x_1$ cuando cambia el nivel de adicción $r$. Explique en términos económicos el comportamiento de una persona adicta.

**Respuesta:**

$$\begin{aligned}\frac{\partial x_1}{\partial r} &= \frac{\partial(\frac{I \cdot \alpha}{p_1} + (1-\alpha) \cdot r)}{\partial r} \\ &= 1 - \alpha\end{aligned}$$

Como es mayor a cero, Una persona adicta es alguien que posee una utilidad marginal superior a una persona no adicta, lo que implica que demanda más de este bien adictivo. Sin embargo, si bien un mayor $r$ implica un mayor consumo, también mayor $r$ implica menor utilidad, por lo que una persona adicta está peor que una persona no adicta (y con menor nivel de $r$).

# Pregunta 3: Equilibrios de Nash

a) Calcule todos los equilibrios de Nash del juego.

| **J** | **D** | **E** | **F** |
|---|---|---|---|
| **A** | 3,3 | 10,1 | 1,2 |
| **B** | 0,1 | 8,3 | 4,0 |
| **C** | 5,6 | 7,6 | 6,5 |

Asumiendo como jugador 1 (J1) a quien juega en las filas (A, B y C) y jugador 2 (J2) a quien juega en las columnas (D, E y F).
Se puede partir comparando las columnas D y F para J2, sus jugadas serán los números de la derecha.

| J | D | E | F |
|---|---|---|---|
| A | 3,3 | 10,1 | 1,2 |
| B | 0,1 | 8,3 | 4,0 |
| C | 5,6 | 7,6 | 6,5 |

Con esto podemos notar como D>F, esto implica que F está estrictamente dominada por D, ya que 3>2, 1>0 y 6>5, con esto se puede eliminar la columna F.

| J | D | E |
|---|---|---|
| A | 3,3 | 10,1 |
| B | 0,1 | 8,3 |
| C | 5,6 | 7,6 |

Se puede proceder a comparar las filas A y B para J1.

| J | D | E |
|---|---|---|
| A | 3,3 | 10 ,1 |
| B | 0,1 | 8,3 |
| C | 5,6 | 7,6 |

En este caso se puede notar como B está estrictamente dominada por A, ya que A>B en todo momento, ya que 3>0 y 10>8 por lo que podemos proceder a eliminar la fila B.

| J | D | E |
|---|---|---|
| A | 3,3 | 10,1 |
| C | 5,6 | 7,6 |

Ahora se puede comparar A y C para J1.

| J | D | E |
|---|---|---|
| A | 3,3 | 10,1 |
| C | 5,6 | 7,6 |

En este caso no hay ni una que domine a la otra, por lo que se compara D y E para J2.

| J | D | E |
|---|---|---|
| A | 3,3 | 10,1 |
| C | 5,6 | 7,6 |

Al igual que en el caso anterior ni una domina a la otra, por lo que no hay más estrategias estrictamente dominadas y se procede a realizar la intersección de mejores respuestas, para esto se juega pensando en lo que jugaría el otro jugador, supongamos que somos J1, debemos pensar "Si J2 juega D, ¿Cuál me genera mejores pagos a mi?.en este caso vemos que es 5,6, así mismo debemos preguntarnos "Si J2 juega E, ¿Cuál me genera mejores pagos a mi?"será 10,1.
Ahora debemos suponer que somos J2, y pensar en qué estrategia usar basándonos en lo que juegue J1, debemos hacernos las mismas preguntas "Si J1 juega A, ¿Cuál me genera mejores pagos a mi?"será 3,3, así mismo "Si J1 juega C, ¿Cuál me genera mejores pagos a mi?.en este caso será 5,6 ó 7,6 , ambos me generan igual pago, por lo que el que se intersecte en ambos juegos será equilibrio de Nash de este juego.

| J | D | E |
|---|---|---|
| A | 3,3 | 10,1 |
| C | 5,6 | 7,6 |

Finalmente E.N = (C,D)

b) Encuentre una condición sobre $\beta$ y $\gamma$ de tal forma que el juego presentado tenga solución por EIEED (Eliminación Iterada de Estrategias Estrictamente Dominadas).

| **J** | **D** | **E** | **F** |
|---|---|---|---|
| **A** | $\gamma$,0 | 3,1 | 4,2 |
| **B** | 5,4 | 4,2 | 3,5 |
| **C** | 3,2 | 0,1 | 2,$\beta$ |

Asumiendo como jugador 1 (J1) a quien juega en las filas (A, B y C) y jugador 2 (J2) a quien juega en las columnas (D, E y F).

Al igual que en a) intentaremos hacer comparación de estrategias dominadas, una buena opción es partir comparando B y C en J1 porque no dependen de $\gamma$ o $\beta$

| J | D | E | F |
|---|---|---|---|
| A | $\gamma$,0 | 3,1 | 4,2 |
| B | 5,4 | 4,2 | 3,5 |
| C | 3,2 | 0,1 | 2,$\beta$ |

Claramente B>C en todo momento, por lo que C está estrictamente dominada por B, podemos eliminar C.

| J | D | E | F |
|---|---|---|---|
| A | $\gamma$,0 | 3,1 | 4,2 |
| B | 5,4 | 4,2 | 3,5 |

Ahora podemos comparar E y F para J2 ya que tampoco dependen de las constantes.

| J | D | E | F |
|---|---|---|---|
| A | $\gamma$,0 | 3,1 | 4,2 |
| B | 5,4 | 4,2 | 3,5 |

En este caso se ve que F>E por lo que E está estrictamente dominada por F y se puede eliminar la columna E.

| J | D | F |
|---|---|---|
| A | $\gamma$,0 | 4,2 |
| B | 5,4 | 3,5 |

Una vez eliminado E, se puede comparar D y F para J2 ya que tampoco dependen de constantes.

| J | D | F |
|---|---|---|
| A | $\gamma$,0 | 4,2 |
| B | 5,4 | 3,5 |

Para este caso se puede ver como F>D en todo momento por lo que D está estrictamente dominada por F, se procede a eliminar D.

| J | F |
|---|---|
| A | 4,2 |
| B | 3,5 |

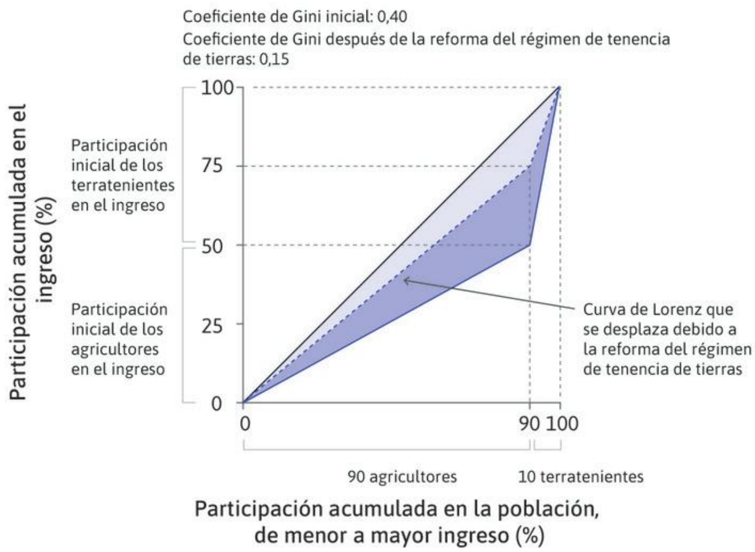
Para que exista solución debe ser única, en este caso sabemos que J2 sólo tiene la alternativa de jugar F, por lo que como J1 optaremos por la que nos genere mejores ganancias que será 4,2 , se puede concluir que independiente de los valores de $\gamma$ y $\beta$ la solución será siempre 4,2.

| J | F |
|---|---|
| A | 4,2 |
| B | 3,5 |

Finalmente E.N = (A,F)

# Pregunta 4: Curvas de Lorentz

En la figura se muestra las curvas de Lorenz cuando 90 agricultores y 10 terratenientes comparten el cultivo 50:50 (la línea continua doblada) y 75:25 (la línea punteada doblada). Recuerde que el coeficiente de Gini se calcula por A / (A + B), donde A es el área entre la línea de 45 grados y la curva de Lorenz, y B es el área debajo de la curva de Lorenz. Con base en esta información, ¿cuál de los siguientes opciones es/son correcta/as? calcule.




**a)** A + B = 10,000.

**Respuesta:** Esta alternativa es **incorrecta**, puesto que A + B corresponde al área del triángulo rectángulo isosceles,que se calcula como $(1/2) * 100 * 100 = 5000$

b) Cuando comparten el 50:50, A = 2.000.

**Respuesta:** Esta alternativa es **correcta**, debido a que cuando se comparten el 50:50, A es el área total debajo de la línea de 45 grados menos el área blanca $5000-(90*(50/2))-(10*50)-(10*(50/2)) = 5000 - 2250 - 500 - 250 = 200$

También puede resolverse viendo que en el gráfico sale que el gini inicial es de 0.4 y como se sabe que $A + B = 5000$, A=0.4*5000= A=2000

c) Cuando comparten el 75:25, A = 1.500.

**Respuesta:** Esta alternativa es **incorrecta**, ya que A se puede calcular como la suma de dos triángulos con bases de 15 (la línea punteada entre 75 y 90, que está entre la línea de igualdad perfecta y el pliegue) y alturas de 75 y 25. Por lo tanto, $A = 5000 - (90 * (75/2)) - (10 * 75) - (10 * (25/2)) = 5000 - 3375 - 750 - 125 = 750$

También puede resolverse viendo que en el gráfico sale que el gini posterior es de 0.15 y como se sabe que A+B=5000, A=0.15*5000

d) El coeficiente de Gini cuando comparten 75:25 es A / (A + B) = 750 / 5.000 = 0.15.

**Respuesta:** Esta alternativa es **correcta**, dado que Cuando comparten 75:25, $A$ es $5,000-3375-875=750$, entonces $A/(A+B)=750/5,000=0.15$.

# Pregunta 5: Monopolio

Suponga que hay un monopolio que se enfrenta a una demanda $Q=-P+28$. Hasta ahora sólo tiene una empresa en un lugar A que tiene la siguiente función de costos: $CT_A={Q_A}^2+10Q_A+21$

Este monopolio quiere expandirse, pero sabe que al expandirse sus costos aumentarían. Por lo que tendría un nuevo costo de $CT_{expandirse}=2Q_e^2+4Q_e+22$. Calcule la utilidad de este monopolio si decide expandirse.

Respuesta: El ingreso de un monopolista se define como $I=P\cdot Q$, entonces si despejamos P de la función de la demanda, nos queda $P$ = -$Q$+28, entonces:

$$I=-Q^2+28Q$$

Luego, analizamos los costos totales: $CT=CT_A+CT_e$, ya que si decide expandirse, sus costos aumentan.

Usando la condición monópolica, se tiene que:

$$IMg=CMg_A=CMg_e$$

Luego, debemos calcular el IMg, CMg$_A, CMg_e$ :

$$(1)\quad IMg=\frac{\partial Ingreso}{\partial Q}=-2\cdot Q+28$$

$$(2)\quad CMg_a=\frac{\partial CT}{\partial Q_A}=2\cdot Q_A+10$$

$$(3)\quad CMg_e=\frac{\partial CT}{\partial Q_e}=4\cdot Q_e+4$$

Tomando (2) y (3), despejando $Q_a$, se llega a que:

$$(4)\quad Q_a=2\cdot Q_e-3$$

Luego, tomando (1) y (3), se tiene que:

$$IMg=Cmg_e$$

$$-2\cdot Q+28=Q_e=4\cdot Q_e+4$$

La demanda no cambia, entonces $Q=Q_A+Q_e$, y esto se reemplaza en esta igualdad:

$$-2\cdot(Q_A+Q_e)+28=4\cdot Q_e+4$$

Despejando $Q_A$

$$(5) \quad Q_A = -3 \cdot Q_e + 12$$

Ahora, tomando (4) y (5), se puede despejar $Q_e$ y $Q_A$, concluyendo que $Q_e = 3$ y $Q_A = 3$, y por ende $Q = 3 + 3 = 6$

Con estos datos, se puede encontrar el precio P, donde se reemplaza el valor de Q en la demanda que sale en el enunciado:

$$Q = -P + 28$$

$$P = -Q + 28$$

$$P = -6 + 28$$

$$P = 22$$

Finalmente, reemplazando los valores en los ingresos y costos se puede concluir que:

Ingresos: P$\cdot Q = 22 \cdot 6 = 132$

Costos: $CT_A + CT_e$=${Q_A}^2 + 10Q_A + 21 + 2Q_e^2 + 4Q_e + 22$= 112

Utilidad: 142-112=120

Por ende, la utilidad de este monopolio sería de 120.