Aux 3: Cinemática en relatividad especial

Repaso:

- Recordemos que todo esto lo hacemos para tener leyes físicas invariantes frente a cambios de coordenadas (entre sist inerciales)

- Notación útil: $\beta = \frac{v}{c}$, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$; $\beta < 1$; $\gamma > 1$

- Las transformaciones de Lorentz se pueden escribir de una forma mucho más parecida a la multiplicación de matrices si usamos "ct" como coordenada temporal y la cantidad β

$$\rightarrow \quad c\Delta t = \gamma\left(c\Delta t' + \beta \Delta x'\right)$$
$$\Delta x = \gamma\left(\Delta x' + \beta c \Delta t'\right)$$

(Inversas)

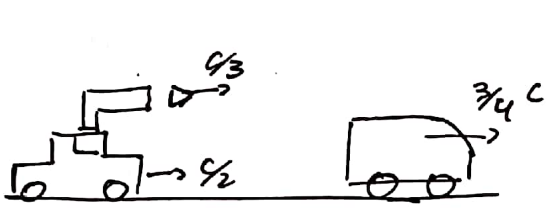
$$c\Delta t' = \gamma\left(c\Delta t - \beta \Delta x\right)$$
$$\Delta x' = \gamma\left(\Delta x - \beta c \Delta t\right)$$

- Como transforman las distancias, también transforman las velocidades.

Si en S $u = \frac{dx}{dt}$ $\Rightarrow$ en S' $u' = \frac{dx'}{dt'}$

$$\Rightarrow \quad u_x = \frac{u_x' + v}{1 + \beta \frac{u_x'}{c}} \quad , \quad u_y = \frac{u_y'}{\gamma\left(1 + \beta \frac{u_x'}{c}\right)} \quad , \quad u_z = \frac{u_z'}{\gamma\left(1+\beta\frac{u_x'}{c}\right)}$$

P2



¿llega la bala a los ladrones?

-> De acuerdo a Galileo:

$$V_{bala} = V'_{bala} + V_{policía} = \frac{c}{2} + \frac{c}{3} = \boxed{5/6\, c} > \frac{3}{4}c$$

∴ La bala llega.

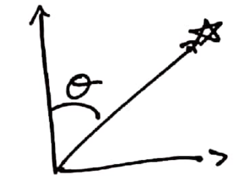
-> De acuerdo a Einstein

$$u_x = \frac{u_x' + v}{1 + \frac{v u_x'}{c^2}} = \frac{5/6\, c}{1 + \frac{c}{3}\frac{c}{2}\cdot\frac{1}{c^2}} \Rightarrow u_x = \boxed{\frac{5}{7}c} < 3/4\, c$$

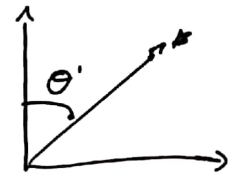
∴ La bala no llega

P3] Aberración de la luz

Estudiaremos el ángulo de inclinación de una estrella mientras la tierra se mueve, de forma simplificada será:



S



S'

- Si consideramos un rayo de luz que va hacia la tierra y descomponemos su velocidad

$$S] \quad u_x = -c\,\mathrm{sen}\,\theta \,, \quad u_y = -c \quad \theta$$

$$S'] \quad u_x' = -c\,\mathrm{sen}\,\theta' \,, \quad u_y' = -c\cos\theta'$$

- Usamos la transformación de velocidades:

$$u_x = \frac{u_x' + v}{1 + \frac{v}{c^2}u_x'} \Rightarrow -c\,\mathrm{sen}\,\theta = \frac{-c\,\mathrm{sen}\,\theta' + v}{1 - \frac{v\,\mathrm{sen}\,\theta}{c}}$$

$$u_y = \frac{u_y'}{\gamma\left(1 + \frac{v}{c^2}u_x'\right)} \Rightarrow -c\cos\theta = \frac{-c\cos\theta'}{\gamma\left(1 - \frac{v}{c}\,\mathrm{sen}\,\theta'\right)}$$

- Dividimos ambas expresiones

$$\Rightarrow c\frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} = \frac{\dfrac{c\operatorname{sen}\theta' - v}{\cancel{(1-\frac{v}{c}\operatorname{sen}\theta')}}}{\dfrac{\cos\theta'}{\gamma\cancel{(1-\frac{v}{c}\operatorname{sen}\theta')}}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\operatorname{tg}\theta = \gamma\left(\operatorname{tg}\theta' - \frac{\beta}{\cos\theta'}\right)}$$