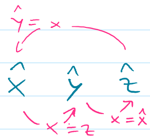
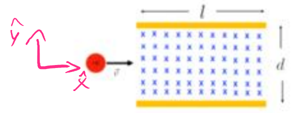
Aux9_solucion

Tuesday, 1 December 2020 16:16



P1. Un electrón es lanzado con una velocidad $\vec{v}$ en el punto medio entre dos placas paralelas con una campo magnético constante $\vec{B}$, que va hacia dentro del plano), como se muestra en la figura.

1. ¿Cual es la dirección de deflección de la trayectoria?
2. Encuentre la magnitud de la velocidad si el electrón choca justo al final de las placas



$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$q = -e \quad \wedge \quad \vec{v} = v\hat{x} \quad \wedge \quad \vec{B} = -B\hat{z} \quad \wedge \quad \vec{E} = 0$$

$$\vec{F} = (-e)(v\hat{x} \times (-B)\hat{z})$$

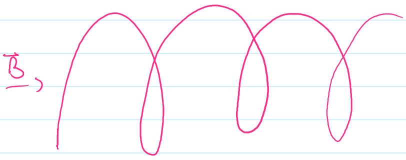
$$= eBv\, \hat{x} \times \hat{z} = (-\hat{y})eBv$$

b) * $\vec{v} \not\perp \vec{B}$

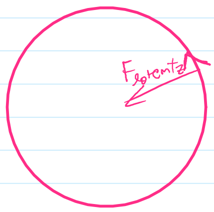
$V_\perp \to$ produce mov circular

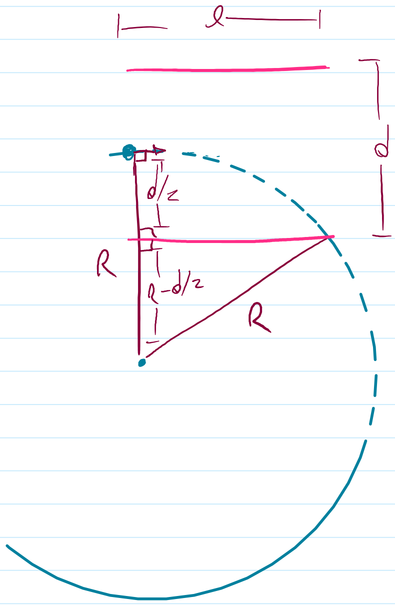
$$\vec{V} = \vec{V}_\perp + \vec{V}_\parallel$$

$V_\parallel \to$ "estira el mov"



$\vec{V} \perp \vec{B}$





$$|F| = evB = F_c = \frac{mv^2}{R}$$

$$R = \frac{mv}{eB} \qquad (1)$$

$$\ell^2 + \left(R - \frac{d}{2}\right)^2 = R^2 \longrightarrow \ell^2 + \cancel{R^2} - Rd + \frac{d^2}{4} = \cancel{R^2}$$

$$\ell^2 + \frac{d^2}{4} = Rd$$

$$\Rightarrow R = \frac{\ell^2}{d} + \frac{d}{4} \quad (2)$$

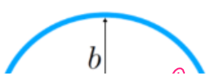
$(1) = (2)$

$$\frac{mv}{eB} = \frac{\ell^2}{d} + \frac{d}{4} \Rightarrow v = \frac{eB}{m}\left(\frac{\ell^2}{d} + \frac{d}{4}\right)$$

$$\vec{r} = r\hat{r}$$

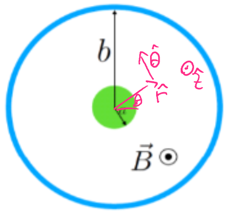
$$\dot{\vec{r}} = \vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\frac{d\hat{r}}{dt}$$

P2. Considere dos cables coaxiales de radios a y b como se muestra en la figura, cuyo espacio interior se encuentra vacío. El cable exterior está conectado a una fuente de modo que la diferencia de potencial entre los cables es de $\boxed{V_o}$. El sistema está sometido a un campo magnético homogéneo $\vec{B} = B\hat{z}$. Desde el cilindro ~~exterior~~ interior se liberan electrones de carga $-e$ y masa m. El objetivo del problema es encontrar el valor máximo de $\vec{B}$ de modo que los electrones liberados no chocuen con el cilindro exterior (i.e., se alcancen a dar la vuelta perfectamente). Para ello procede



P2. Considere dos cables coaxiales de radios a y b como se muestra en la figura, cuyo espacio interior se encuentra vacío. El cable exterior está conectado a una fuente de modo que la diferencia de potencial entre los cables es de $\boxed{V_o}$. El sistema está sometido a un campo magnético homogéneo $\vec{B} = B\hat{z}$. Desde el cilindro ~~exterior~~ interior se liberan electrones de carga $-e$ y masa m. El objetivo del problema es encontrar el valor máximo de $\vec{B}$ de modo que los electrones liberados no choquen con el cilindro exterior (i.e., se alcancen a dar la vuelta perfectamente). Para ello proceda de la siguiente manera

1. Encuentre el momento angular del electrón en función de la carga e, el campo magnético Bm la distancia al eje del cilindro r y constantes
2. Asumiendo que los electrones salen con una velocidad inicial $v_o \approx 0$, encuentre la velocidad que tendrán en r_{max}. ($v(r = b)$)
3. Encuentre, mediante conservación de la energía, otra expresión para la velocidad recién calculada. A partir de esto encuentre el valor que deberá tener B, de modo que a lo más los electrones volviesen en $r = b$.



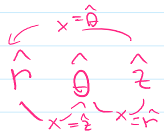
$$\vec{r} = r\hat{r}$$

$$\dot{\vec{r}} = \vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\frac{d\hat{r}}{dt}$$

$$\frac{d\hat{r}}{dt} = \dot{\theta}\hat{\theta} \Rightarrow \vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$$

$$\vec{F} = q\left[\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right] = (-e)\left[E(r)\hat{r} + (\overbrace{\dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}}^{v \text{ (coordenadas polares)}})\times B\hat{z}\right]$$

$$= (-e)\left[E(r)\hat{r} - \dot{r}B\hat{\theta} + rB\dot{\theta}\hat{r}\right]$$



$$\vec{\tau} = \frac{\partial\vec{L}}{\partial t} = \vec{r}\times\vec{F}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = r\hat{r}\times(-e)\left[\cancel{E(r)\hat{r}} - \dot{r}B\hat{\theta} + \cancel{rB\dot{\theta}\hat{r}}\right]$$

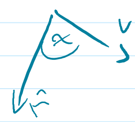
$$\frac{d\vec{L}}{dt} = er\dot{r}B\hat{z} = er\frac{dr}{dt}B\hat{z} \quad \Big/ \int dt$$

$$\int_{t=0}^{t=t}\frac{d\vec{L}}{dt}dt = \vec{L} - \vec{L}_0 = \hat{z}eB\int_{r(0)}^{r(t)} r\,dr\,\frac{\cancel{dt}}{\cancel{dt}} = \frac{eB(r^2 - a^2)}{2}\hat{z}$$

$$\Rightarrow \vec{L} = \vec{L}_0 + \frac{eB}{2}(r^2 - a^2)\hat{z} \qquad (1)$$

b) $v(0) = 0 \Rightarrow \vec{L} = \vec{r}\times m\vec{v} \Rightarrow \vec{L}_0 = 0$

$$|\vec{L}| = rmv\sin\alpha \qquad (2)$$

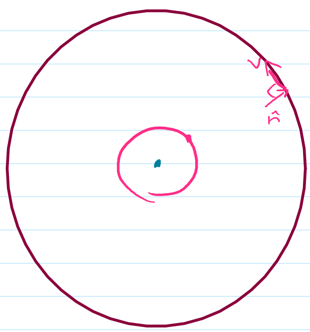


$|(1)| = (2)$

$$\frac{eB}{2}(r^2 - a^2) = mrv\sin\alpha$$

$$v(r,\alpha) = \frac{eB(r^2 - a^2)}{2mr\sin\alpha}$$

$$v(r=b) = \frac{eB(b^2 - a^2)}{2mb^2} \qquad (3)$$



$\vec{v}\perp\hat{r} \Rightarrow \alpha = 90$

c)

$$E_{r=a} = E_{r=b}$$

$$-eV(r=a) + \cancel{\frac{1}{2}mv_0^2} = -eV(r=b) + \frac{1}{2}mv(b)^2$$

$$e\,\big(\underbrace{V(r=b)-V(r=a)}_{V_0}\big) = \frac{1}{2} m v(b)^2$$

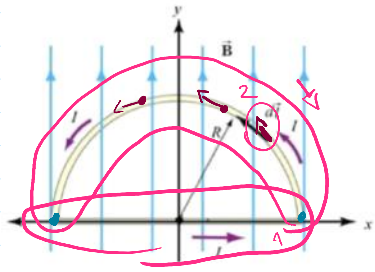
$$eV_0 = \frac{1}{2} m v(b)^2 \quad \Rightarrow \quad v(b) = \sqrt{\frac{2eV_0}{m}} \qquad (4)$$

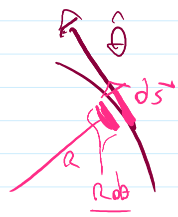
igualando (3) y (4)

$$\frac{eBc}{2mb}\left(b^2-a^2\right) = \sqrt{\frac{2eV_0}{m}}$$

$$\Rightarrow B = \frac{2mb}{e(b^2-a^2)}\sqrt{\frac{2eV_0}{m}}$$

P3. Considere el circuito cerrado de la figura con una corriente I en dirección opuesta a las manecillas del reloj. Un campo magnético uniforme B es aplicado en la dirección $\hat{y}$. Encuentre la fuerza magnética aplicada en el circuito





$$\vec{F} = \int I\, d\vec{s} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$d\vec{s} = dx\,\hat{x}$

$$\vec{F}_1 = I \int d\vec{s} \times \vec{B}\,\hat{y}$$

$$= I\int_{-R}^{R} dx\,\hat{x} \times B\hat{y} = IB\int_{-R}^{R} \underbrace{(\hat{x}\times\hat{y})}_{\hat{z}}\,dx = 2IRB\hat{z}$$

$\rightarrow \hat{\theta} = -\sin\theta\,\hat{x} + \cos\theta\,\hat{y}$

$|\hat{\theta}| = 1$

en F_2 $\quad d\vec{s} = (-\sin\theta\,\hat{x} + \cos\theta\,\hat{y})\,Rd\theta$

$$\vec{F}_2 = I\int d\vec{s}\times B\hat{y} = I\int_0^{\pi} (-\sin\theta\,\hat{x} + \cancel{\cos\theta\,\hat{y}})\,Rd\theta \times B\hat{y}$$

$$= I\int_0^{\pi} -\sin\theta\, BR\, d\theta\, \underbrace{(\hat{x}\times\hat{y})}_{\hat{z}}$$

$$= -2IBR\hat{z}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$= 2IRB\hat{z} - 2IRB\hat{z} = 0$$