

Pauta Ejercicio 1

Edgardo Rosas*

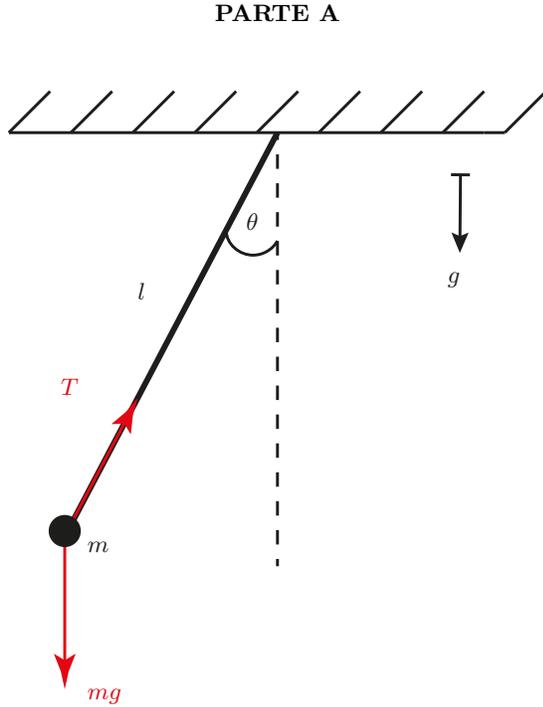


FIG. 1. Diagrama de cuerpo libre para el péndulo simple de largo l , y masa m .

Una forma de obtener la frecuencia angular de oscilación es calculando la ecuación de movimiento del péndulo. En virtud de lo observado en la Fig. (1) se tiene que en la dirección $\hat{\theta}$ la ecuación de movimiento es

$$ml\ddot{\theta} = -mg \sin(\theta), \quad (1)$$

que tras reagrupar se puede reescribir como

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin(\theta) = 0. \quad (2)$$

Si se considera un movimiento de pequeña amplitud i.e. $\theta \ll 1$ se cumple $\sin(\theta) \sim \theta$ y la Ec. (2) se transforma en

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = 0, \quad (3)$$

la cual es, en esencia, una ecuación de M.A.S. [1] y entonces la frecuencia estará dada por

$$\omega^2 = \frac{g}{l}, \quad (4)$$

en dónde las unidades están dadas en rad/s, o bien 1/s. En resumen, es necesario saber que la frecuencia ω viene de la ecuación de movimiento, y que la frecuencia calculada en la Ec. (4) sólo es válida para pequeñas amplitudes de θ .

PARTE B

Sean T_m , g_m el periodo y la aceleración gravitatoria del péndulo en la luna. Sabiendo que $\omega = 2\pi/T$ y en virtud de la Ec. (4) se cumple

$$\frac{4\pi^2}{T_m^2} = \frac{g_m}{l_s}, \quad (5)$$

y despejando l_s se obtiene el resultado pedido, es decir,

$$l_s = \frac{g_m T_m^2}{4\pi^2}. \quad (6)$$

Reemplazando los valores se tiene un valor aproximado dado por $l_s \sim 4$ cm.

PARTE C

La primera tarea es conocer el largo del péndulo. Considerando T_e , g_e el periodo y la aceleración gravitatoria del péndulo en la tierra, y teniendo en cuenta que T_m , g_m corresponden al periodo y la aceleración gravitatoria del péndulo en la luna, entonces se cumple

$$l = \frac{g_e T_e^2}{4\pi^2}. \quad (7)$$

En virtud de la Ec. (2) se obtiene

$$T_m = \sqrt{\frac{g_e}{g_m}} T_e \quad (8)$$

Reemplazando los valores, y considerando la aproximación sugerida se tiene aproximadamente $T_m \sim \sqrt{6}$ s.

* edgardo.rosas@ing.uchile.cl

[1] Raymond A. Serway, John W. Jewett, *Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics* (University of California, California, USA, 2014).