
FACTORES DE CONVERSIÓN DE UNIDADES

Longitud

1 m = 100 cm = 1000 mm = $10^6 \mu\text{m}$ = 10^9nm
1 km = 1000 m = 0.6214 mi
1 m = 3.281 ft = 39.37 in
1 cm = 0.3937 in
1 in. = 2.540 cm
1 ft = 30.48 cm
1 yd = 91.44 cm
1 mi = 5280 ft = 1.609 km
1 Å = 10^{-10}m = 10^{-8}cm = 10^{-1}nm
1 milla náutica = 6080 ft
1 año luz = $9.461 \times 10^{15} \text{m}$

Área

1 cm² = 0.155 in²
1 m² = 10^4cm^2 = 10.76 ft²
1 in² = 6.452 cm²
1 ft = 144 in² = 0.0929 m²

Volumen

1 litro = 1000cm^3 = 10^{-3}m^3 = 0.03531 ft³ = 61.02 in³
1 ft³ = 0.02832 m³ = 28.32 litros = 7.477 galones
1 galón = 3.788 litros

Tiempo

1 min = 60 s
1 h = 3600 s
1 d = 86,400 s
1 año = 365.24 d = $3.156 \times 10^7 \text{s}$

Ángulo

1 rad = 57.30° = $180^\circ/\pi$
1° = 0.01745 rad = $\pi/180 \text{rad}$
1 revolución = 360° = $2\pi \text{rad}$
1 rev/min (rpm) = 0.1047 rad/s

Rapidez

1 m/s = 3.281 ft/s
1 ft/s = 0.3048 m/s
1 mi/min = 60 mi/h = 88 ft/s
1 km/h = 0.2778 m/s = 0.6214 mi/h
1 mi/h = 1.466 ft/s = 0.4470 m/s = 1.609 km/h
1 furlong/14 días = $1.662 \times 10^{-4} \text{m/s}$

Aceleración

1 m/s² = 100 cm/s² = 3.281 ft/s²
1 cm/s² = 0.01 m/s² = 0.03281 ft/s²
1 ft/s² = 0.3048 m/s² = 30.48 cm/s²
1 mi/h · s = 1.467 ft/s²

Masa

1 kg = 10^3g = 0.0685 slug
1 g = $6.85 \times 10^{-5} \text{slug}$
1 slug = 14.59 kg
1 u = $1.661 \times 10^{-27} \text{kg}$
1 kg tiene un peso de 2.205 lb cuando $g = 9.80 \text{m/s}^2$

Fuerza

1 N = 10^5dinas = 0.2248 lb
1 lb = 4.448 N = $4.448 \times 10^5 \text{dinas}$

Presión

1 Pa = 1 N/m² = $1.450 \times 10^{-4} \text{lb/in}^2$ = 0.209 lb/ft²
1 bar = 10^5Pa
1 lb/in² = 6895 Pa
1 lb/ft² = 47.88 Pa
1 atm = $1.013 \times 10^5 \text{Pa}$ = 1.013 bar
= 14.7 lb/in² = 2117 lb/ft²
1 mm Hg = 1 torr = 133.3 Pa

Energía

1 J = 10^7ergs = 0.239 cal
1 cal = 4.186 J (con base en caloría de 15°)
1 ft · lb = 1.356 J
1 Btu = 1055 J = 252 cal = 778 ft · lb
1 eV = $1.602 \times 10^{-19} \text{J}$
1 kWh = $3.600 \times 10^6 \text{J}$

Equivalencia masa-energía

1 kg ↔ $8.988 \times 10^{16} \text{J}$
1 u ↔ 931.5 MeV
1 eV ↔ $1.074 \times 10^{-9} \text{u}$

Potencia

1 W = 1 J/s
1 hp = 746 W = 550 ft · lb/s
1 Btu/h = 0.293 W

CONSTANTES NUMÉRICAS

Constantes físicas fundamentales*

Nombre	Símbolo	Valor
Rapidez de la luz	c	2.99792458×10^8 m/s
Magnitud de carga del electrón	e	$1.60217653(14) \times 10^{-19}$ C
Constante gravitacional	G	$6.6742(10) \times 10^{-11}$ N · m ² /kg ²
Constante de Planck	h	$6.6260693(11) \times 10^{-34}$ J · s
Constante de Boltzmann	k	$1.3806505(24) \times 10^{-23}$ J/K
Número de Avogadro	N_A	$6.0221415(10) \times 10^{23}$ moléculas/mol
Constante de los gases	R	8.314472(15) J/mol · K
Masa del electrón	m_e	$9.1093826(16) \times 10^{-31}$ kg
Masa del protón	m_p	$1.67262171(29) \times 10^{-27}$ kg
Masa del neutrón	m_n	$1.67492728(29) \times 10^{-27}$ kg
Permeabilidad del espacio libre	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$ Wb/A · m
Permitividad del espacio libre	$\epsilon_0 = 1/\mu_0 c^2$	$8.854187817 \dots \times 10^{-12}$ C ² /N · m ²
	$1/4\pi\epsilon_0$	$8.987551787 \dots \times 10^9$ N · m ² /C ²

Otras constante útiles

Equivalente mecánico del calor		4.186 J/cal (15° caloría)
Presión atmosférica estándar	1 atm	1.01325×10^5 Pa
Cero absoluto	0 K	-273.15 °C
Electrón volt	1 eV	$1.60217653(14) \times 10^{-19}$ J
Unidad de masa atómica	1 u	$1.66053886(28) \times 10^{-27}$ kg
Energía del electrón en reposo	$m_e c^2$	0.510998918(44) MeV
Volumen del gas ideal (0 °C y 1 atm)		22.413996(39) litros/mol
Aceleración debida a la gravedad (estándar)	g	9.80665 m/s ²

*Fuente: National Institute of Standards and Technology (<http://physics.nist.gov/cuu>). Los números entre paréntesis indican incertidumbre en los dígitos finales del número principal; por ejemplo, el número 1.6454(21) significa 1.6454 ± 0.0021 . Los valores que no indican incertidumbre son exactos.

Datos astronómicos†

Cuerpo	Masa (kg)	Radio (m)	Radio de la órbita (m)	Periodo de la órbita
Sol	1.99×10^{30}	6.96×10^8	—	—
Luna	7.35×10^{22}	1.74×10^6	3.84×10^8	27.3 d
Mercurio	3.30×10^{23}	2.44×10^6	5.79×10^{10}	88.0 d
Venus	4.87×10^{24}	6.05×10^6	1.08×10^{11}	224.7 d
Tierra	5.97×10^{24}	6.38×10^6	1.50×10^{11}	365.3 d
Marte	6.42×10^{23}	3.40×10^6	2.28×10^{11}	687.0 d
Júpiter	1.90×10^{27}	6.91×10^7	7.78×10^{11}	11.86 y
Saturno	5.68×10^{26}	6.03×10^7	1.43×10^{12}	29.45 y
Urano	8.68×10^{25}	2.56×10^7	2.87×10^{12}	84.02 y
Neptuno	1.02×10^{26}	2.48×10^7	4.50×10^{12}	164.8 y
Plutón‡	1.31×10^{22}	1.15×10^6	5.91×10^{12}	247.9 y

†Fuente: NASA Jet Propulsion Laboratory Solar System Dynamics Group (<http://ssd.jpl.nasa.gov>) y P. Kenneth Seidelmann, ed., *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac* (University Science Books, Mill Valley, CA, 1992), pp. 704-706. Para cada cuerpo, "radio" es el radio en su ecuador y "radio de la órbita" es la distancia media desde el Sol (en el caso de los planetas) o desde la Tierra (en el caso de la Luna).

‡En agosto de 2006 la Unión Astronómica Internacional reclasificó a Plutón y a otros pequeños objetos que giran en órbita alrededor del Sol como "planetas enanos".

CONTENIDO BREVE

Electromagnetismo

21	Carga eléctrica y campo eléctrico	709
22	Ley de Gauss	750
23	Potencial eléctrico	780
24	Capacitancia y dieléctricos	815
25	Corriente, resistencia y fuerza electromotriz	846
26	Circuitos de corriente directa	881
27	Campo magnético y fuerzas magnéticas	916
28	Fuentes de campo magnético	957
29	Inducción electromagnética	993
30	Inductancia	1030
31	Corriente alterna	1061
32	Ondas electromagnéticas	1092

Óptica

33	Naturaleza y propagación de la luz	1121
34	Óptica geométrica	1157
35	Interferencia	1207
36	Difracción	1234

Física moderna

37	Relatividad	1268
38	Fotones, electrones y átomos	1307
39	La naturaleza ondulatoria de las partículas	1349
40	Mecánica cuántica	1375
41	Estructura atómica	1401
42	Moléculas y materia condensada	1433
43	Física nuclear	1468
44	Física de partículas y cosmología	1509

APÉNDICES

A	El sistema internacional de unidades	A-1
B	Relaciones matemáticas útiles	A-3
C	El alfabeto griego	A-4
D	Tabla periódica de los elementos	A-5
E	Factores de conversión de unidades	A-6
F	Constantes numéricas	A-7
	Respuestas a los problemas con número impar	A-9

ÓPTICA GEOMÉTRICA

34



? ¿Cómo funcionan las lentes de aumento? ¿a qué distancia del objeto que se examina ofrecen la visión más nítida?

Nuestro reflejo en el espejo del baño, la vista de la Luna a través de un telescopio, los dibujos geométricos que se ven en un caleidoscopio: todos son ejemplos de *imágenes*. En cada caso, el objeto que miramos parece estar en un lugar diferente de su posición real: nuestro reflejo está del otro lado del espejo, la Luna parece estar más cercana cuando la vemos a través de un telescopio, y los objetos que se ven en un caleidoscopio parecen hallarse en muchos lugares al mismo tiempo. En todos los casos, los rayos de luz provenientes de un punto de un objeto se desvían por reflexión o refracción (o una combinación de ambas), de tal forma que convergen hacia un punto denominado *punto de imagen*, o parecen divergir con respecto a éste. Nuestro objetivo en este capítulo es ver cómo ocurre esto y explorar los diferentes tipos de imágenes que se forman mediante dispositivos ópticos simples.

Para comprender las imágenes y su formación, sólo necesitamos el modelo de rayos de la luz, las leyes de reflexión y refracción, y un poco de geometría y trigonometría simples. El papel fundamental que desempeña la geometría en nuestro análisis es la razón por la que se da el nombre de *óptica geométrica* al estudio de la formación de imágenes mediante rayos luminosos. Comenzaremos nuestro análisis con uno de los dispositivos ópticos de formación de imágenes más sencillos: un espejo plano. Proseguiremos con el estudio de cómo se forman las imágenes con los espejos curvos, las superficies refractivas y las lentes delgadas. Nuestros resultados constituirán los cimientos para entender muchos de los instrumentos ópticos que conocemos, entre ellos las lentes de cámara fotográfica, las lentes de aumento, el ojo humano, los microscopios y los telescopios.

34.1 Reflexión y refracción en una superficie plana

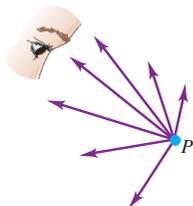
Antes de analizar el significado del término imagen, necesitamos primero el concepto de **objeto** como se utiliza en óptica. Por *objeto* entendemos cualquier cosa desde donde se irradian rayos de luz. Esta luz podría ser emitida por el objeto mismo si éste es *autoluminoso*, como el filamento incandescente de una bombilla eléctrica. Por otro lado,

METAS DE APRENDIZAJE

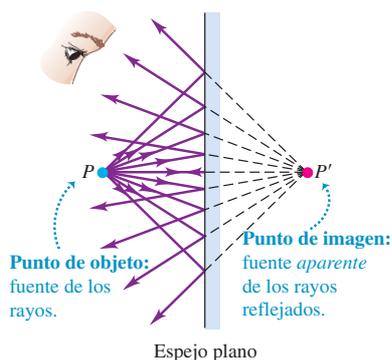
Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:

- Cómo un espejo plano forma una imagen.
- Por qué los espejos cóncavo y convexo forman diferentes clases de imágenes.
- Cómo se forman imágenes mediante una interfaz curva entre dos materiales transparentes.
- Qué aspectos de una lente determinan el tipo de imagen que produce.
- Qué determina el campo de visión de una lente de cámara.
- Qué causa diversos trastornos en la visión humana, y cómo pueden corregirse.
- El principio de la lente de aumento simple.
- Cómo funcionan los microscopios y los telescopios.

34.1 Los rayos luminosos se irradian desde un objeto puntual P en todas direcciones.

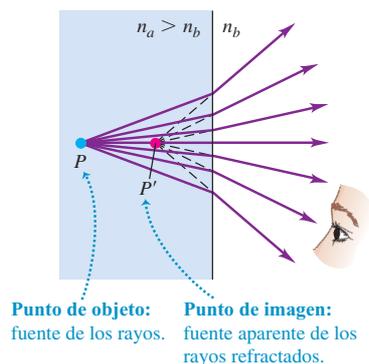


34.2 Los rayos luminosos provenientes del objeto situado en el punto P se reflejan en un espejo plano. Los rayos reflejados que penetran en el ojo se ven como si provinieran del punto de imagen P' .



34.3 Los rayos luminosos provenientes del objeto situado en el punto P se refractan en la interfaz plana. Los rayos refractados que penetran en el ojo se ven como si provinieran del punto de imagen P' .

Cuando $n_a > n_b$, P' está más próximo a la superficie que P ; para $n_a < n_b$, se cumple lo opuesto.



la luz podría ser emitida por una fuente distinta (como una lámpara o el Sol) y luego reflejarse en el objeto; un ejemplo de ello es la luz que llega a nuestros ojos desde las páginas de este libro. La figura 34.1 muestra rayos luminosos que se irradian en todas direcciones desde un objeto situado en un punto P . Para que un observador vea este objeto directamente, no debe haber obstrucción alguna entre el objeto y los ojos del observador. Advierta que los rayos luminosos provenientes del objeto alcanzan los ojos izquierdo y derecho del observador a diferentes ángulos; el cerebro del observador procesa tales diferencias para inferir la *distancia* del observador al objeto.

El objeto de la figura 34.1 es un **objeto puntual** carente de extensión física. Los objetos reales con longitud, anchura y altura se llaman **objetos extensos**. Para comenzar, consideraremos sólo un objeto puntual idealizado, ya que siempre podemos pensar en un objeto extenso como aquél constituido por un gran número de objetos puntuales.

Suponga que algunos de los rayos provenientes del objeto inciden en una superficie reflectante plana y lisa (figura 34.2). Ésta podría ser la superficie de un material con un índice de refracción diferente, la cual refleja parte de la luz incidente, o una superficie metálica pulida que refleja casi el 100% de la luz que incide en ella. En todos los casos, dibujaremos la superficie reflectante como una línea negra con un área sombreada tras ella, como en la figura 34.2. Los espejos de baño tienen una lámina de vidrio delgada, que se halla frente a la superficie reflectante y la protege; pasaremos por alto los efectos de esta lámina delgada.

De acuerdo con la ley de la reflexión, todos los rayos que inciden en la superficie se reflejan a un ángulo con respecto a la normal igual al ángulo de incidencia. Dado que la superficie es plana, la normal tiene la misma dirección en todos los puntos de la superficie, y se tiene una reflexión *especular*. Una vez que los rayos se han reflejado, su dirección es la misma que si hubieran provenido del punto P' . Al punto P se le llama *punto de objeto*. En tanto que el punto P' es el *punto de imagen* correspondiente; se dice que la superficie reflectante forma una **imagen** del punto P . Un observador que ve únicamente los rayos reflejados en la superficie, y que no sabe que está viendo un reflejo, *piensa* que el origen de los rayos se encuentra en el punto de imagen P' . El punto de imagen es, por consiguiente, un medio conveniente para describir la dirección de los diversos rayos reflejados, del mismo modo que el punto de objeto P describe la dirección de los rayos que llegan a la superficie *antes* de la reflexión.

Si la superficie de la figura 34.2 *no* fuera lisa, la reflexión sería *difusa*, y los rayos provenientes de distintas partes de la superficie seguirían direcciones no correlacionadas (véase la figura 33.6b). En este caso, no habría una imagen definida del punto P' , de donde todos los rayos reflejados parecen emanar. No podemos ver nuestro reflejo sobre una superficie metálica opaca, porque su superficie es áspera; al pulir el metal su superficie se alisa, hay reflexión especular y se hace visible una imagen reflejada.

Una superficie plana *refractiva* también forma una imagen, como se muestra en la figura 34.3. Los rayos provenientes del punto P se refractan en la interfaz entre dos materiales ópticos. Cuando los ángulos de incidencia son pequeños, la dirección final de los rayos después de la refracción es la misma que si hubiesen provenido del punto P' , como se muestra, y también en este caso llamamos a P' *punto de imagen*. En la sección 33.2 describimos cómo este efecto hace que los objetos que están bajo el agua parezcan más próximos a la superficie de lo que están en realidad (véase la figura 33.9).

En las figuras 34.2 y 34.3 los rayos no pasan realmente por el punto de imagen P' . De hecho, si el espejo de la figura 34.2 es opaco, no hay luz alguna en su lado derecho. Si los rayos salientes no pasan en realidad por el punto de imagen, se dice que la imagen es una **imagen virtual**. Más adelante veremos casos donde los rayos salientes *pasan* efectivamente por un punto de imagen, en cuyo caso la imagen resultante recibe el nombre de **imagen real**. Las imágenes que se forman en una pantalla de proyección, en la película fotográfica de una cámara y en la retina del ojo son imágenes reales.

Formación de imágenes por espejo plano

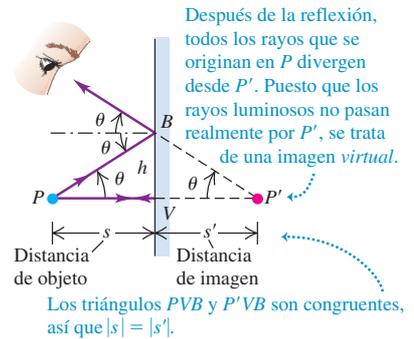
Concentrémonos por ahora en las imágenes que se producen por *reflexión*; más adelante en este mismo capítulo regresaremos a la refracción. Para determinar la ubicación precisa de la imagen virtual P' que un espejo plano forma de un objeto situado en P , utilizaremos la construcción que se presenta en la figura 34.4. La figura muestra dos rayos que divergen a partir de un punto de objeto P situado a una distancia s a la

izquierda de un espejo plano. Llamamos a s la **distancia de objeto**. El rayo PV incide normalmente en el espejo (es decir, es perpendicular a la superficie del espejo), y regresa siguiendo su trayectoria original.

El rayo PB forma un ángulo θ con PV ; incide en el espejo a un ángulo de incidencia θ y se refleja formando un ángulo igual con la normal. Si prolongamos hacia atrás los dos rayos reflejados, éstos se intersectan en el punto P' , a una distancia s' detrás del espejo. Llamamos a s' la **distancia de imagen**. La línea entre P y P' es perpendicular al espejo. Los dos triángulos PVB y $P'VB$ son congruentes; por lo tanto, P y P' están a la misma distancia del espejo, y s y s' tienen igual magnitud. El punto de imagen P' está situado exactamente en posición opuesta al punto del objeto P , tan *distante* de la cara posterior del espejo como el punto del objeto se encuentra de su cara anterior.

Podemos repetir la construcción de la figura 34.4 con respecto a cada rayo que diverge desde P . La dirección de *todos* los rayos reflejados salientes es la que sería, si cada uno hubiera tenido su origen en el punto P' , lo cual confirma que P' es la *imagen* de P . No importa dónde se halle el observador, siempre verá la imagen en el punto P' .

34.4 Construcción para encontrar la ubicación de la imagen formada por un espejo plano. El punto de imagen P' está tan atrás del espejo como el punto de objeto P está delante de él.



Reglas de signos

Antes de seguir adelante, conviene presentar algunas reglas generales de signos. Éstas quizá parezcan innecesariamente complicadas con respecto al caso simple de una imagen formada por un espejo plano; no obstante, nos proponemos expresar las reglas de una forma que sea aplicable a *todas* las situaciones que encontraremos más adelante. Éstas incluyen la formación de imágenes por una superficie reflectante o refractiva, plana o esférica, o por un par de superficies refractivas que forman una lente. Las reglas son las siguientes:

- Regla de signos para la distancia de objeto:** cuando el objeto está del mismo lado de la superficie reflectante o refractiva que la luz entrante, la distancia de objeto s es positiva; en caso contrario, es negativa.
- Regla de signos para la distancia de imagen:** cuando la imagen está del mismo lado de la superficie reflectante o refractiva que la luz saliente, la distancia de imagen s' es positiva; en caso contrario, es negativa.
- Regla de signos para el radio de curvatura de una superficie esférica:** cuando el centro de curvatura C está del mismo lado que la luz saliente, el radio de curvatura es positivo; en caso contrario, es negativo.

La figura 34.5 ilustra las reglas 1 y 2 para dos situaciones diferentes. En el caso de un espejo los lados entrante y saliente son siempre el mismo; por ejemplo, en las figuras 34.2, 34.4 y 34.5a ambos están del lado izquierdo. En el caso de la superficie refractiva de las figuras 34.3 y 34.5b, los lados entrante y saliente están a los lados izquierdo y derecho, respectivamente, de la interfaz entre los dos materiales. (Note que en otros textos quizá se empleen reglas diferentes.)

En las figuras 34.4 y 34.5a la distancia de objeto s es *positiva* porque el punto de objeto P está en el lado entrante (el lado izquierdo) de la superficie reflectante. La distancia de imagen s' es *negativa* porque el punto de imagen P' *no* está en el lado saliente (el lado izquierdo) de la superficie. La relación entre las distancias de objeto y de imagen s y s' es simplemente

$$s = -s' \quad (\text{espejo plano}) \quad (34.1)$$

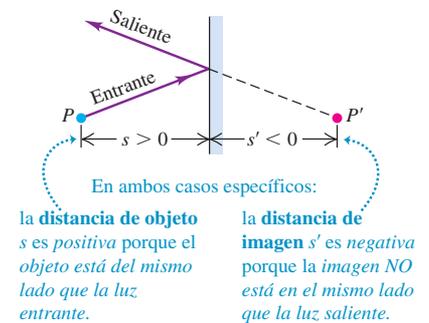
En el caso de una superficie reflectante o refractiva plana, el radio de curvatura es infinito y no es una magnitud particularmente interesante ni útil; en realidad, en estos casos no necesitamos la tercera regla de los signos. Sin embargo, esta regla será de gran importancia cuando estudiemos la formación de imágenes por superficies reflectantes y refractivas *curvas* más adelante, en este mismo capítulo.

Imagen de un objeto extenso: Espejo plano

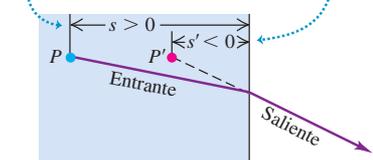
Ahora consideraremos un objeto *extenso* de tamaño finito. Para simplificar, se suele considerar un objeto de una sola dimensión, como una flecha delgada, orientado paralelamente a la superficie reflectante; un ejemplo es la flecha PQ de la figura 34.6. La distancia de la cabeza a la cola de una flecha orientada de este modo es su *altura*; en la figura 34.6 la altura es y . La imagen que forma un objeto extenso como éste es una

34.5 En ambas situaciones, la distancia de objeto s es positiva (regla 1) y la distancia de imagen s' es negativa (regla 2).

a) Espejo plano



b) Interfaz refractiva plana



34.6 Construcción para calcular la altura de una imagen formada por reflexión en una superficie reflectante plana.

Para un espejo plano, PQV y $P'Q'V$ son congruentes, así que $y = y'$ y el objeto y la imagen tienen el mismo tamaño (el aumento lateral es 1).

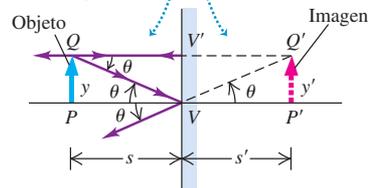


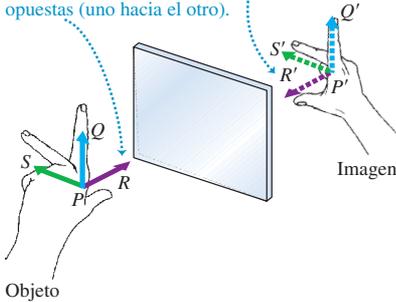
imagen extensa; a cada punto del objeto corresponde un punto de la imagen. Se muestran dos de los rayos provenientes de Q ; todos los rayos que proceden de Q parecen divergir desde su punto de imagen Q' después de la reflexión. La imagen de la flecha es la línea $P'Q'$, cuya altura es y' . Otros puntos del objeto PQ tienen puntos de imagen situados entre P' y Q' . Los triángulos PQV y $P'Q'V$ son congruentes; por ello, el objeto PQ y la imagen $P'Q'$ tienen los mismos tamaño y orientación, y $y = y'$.

La razón de la altura de la imagen con respecto a la altura del objeto, y'/y , en cualquier situación de formación de imágenes es el **aumento lateral** m ; es decir,

$$m = \frac{y'}{y} \quad (\text{aumento lateral}) \quad (34.2)$$

34.7 La imagen formada por un espejo plano es virtual, derecha e inversa. Es del mismo tamaño que el objeto.

Una imagen formada por un espejo plano es inversa de atrás hacia adelante: el pulgar imagen $P'R'$ y el pulgar objeto PR apuntan en direcciones opuestas (uno hacia el otro).



De esta manera, en el caso de un espejo plano el aumento lateral m es la unidad. Cuando nos miramos en un espejo plano, nuestra imagen es del mismo tamaño que nuestro cuerpo.

En la figura 34.6 la flecha imagen apunta en la misma dirección que la flecha objeto; decimos que la imagen es **derecha**. En este caso, y y y' tienen el mismo signo, y el aumento lateral m es positivo. La imagen que forma un espejo plano siempre es derecha, por lo que y y y' tienen la misma magnitud y el mismo signo; de acuerdo con la ecuación (34.2), el aumento lateral de un espejo plano siempre es $m = +1$. Más adelante encontraremos situaciones donde la imagen está **invertida**, es decir, la flecha imagen apunta en dirección opuesta a la de la flecha objeto. En el caso de una imagen invertida, y y y' tienen signos opuestos, y el aumento lateral m es *negativo*.

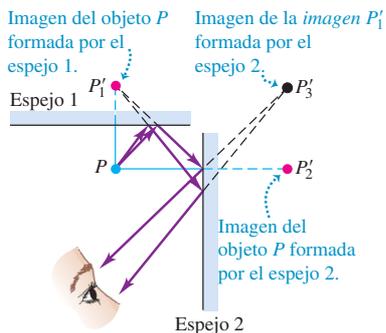
El objeto de la figura 34.6 tiene una sola dimensión. La figura 34.7 muestra un objeto tridimensional y su imagen virtual tridimensional formada por un espejo plano. El objeto y la imagen guardan la misma relación que una mano izquierda y una mano derecha.

34.8 La imagen formada por un espejo plano es inversa; la imagen de una mano derecha es una mano izquierda, y así sucesivamente. (La mano descansa sobre un espejo horizontal.) ¿Son inversas las imágenes de las letras H y A?



CAUIDADO Reflexiones en un espejo plano En este punto, quizás usted se pregunte por qué un espejo plano invierte las imágenes izquierda y derecha, pero no de arriba y de abajo. ¡Esta pregunta es muy engañosa! Como se ve en la figura 34.7, la imagen de arriba a abajo $P'Q'$ y la imagen de izquierda a derecha $P'S'$ son paralelas a sus objetos y no están invertidas de modo alguno. Sólo la imagen de adelante hacia atrás $P'R'$ está invertida con respecto a PR . Por lo tanto, lo más correcto es afirmar que un espejo invierte *de atrás hacia adelante*. Para verificar esta relación entre objeto e imagen, apunte sus pulgares a lo largo de PR y $P'R'$; sus índices a lo largo de PQ y $P'Q'$ y sus dedos medios a lo largo de PS y $P'S'$. Cuando un objeto y su imagen están relacionados de esta manera, se dice que la imagen es **inversa**; esto significa que sólo se ha invertido la dimensión de adelante hacia atrás. ■

34.9 Las imágenes P'_1 y P'_2 se forman por reflexión simple de cada rayo proveniente de un objeto situado en P . La imagen P'_3 , localizada tratando cualquiera de las otras imágenes como objeto, se forma por doble reflexión de cada rayo.



La imagen inversa de un objeto tridimensional formada por un espejo plano es del mismo tamaño que el objeto en todas sus dimensiones. Cuando las dimensiones transversales del objeto e imagen están en la misma dirección, la imagen es derecha. Así, un espejo plano siempre forma una imagen derecha, aunque inversa. La figura 34.8 ilustra este punto.

Una propiedad importante de todas las imágenes formadas por superficies reflectantes o refractivas es que una *imagen* formada por una superficie o un dispositivo óptico puede servir como el *objeto* de una segunda superficie o dispositivo. La figura 34.9 muestra un ejemplo sencillo. El espejo 1 forma una imagen P'_1 del punto de objeto P , y el espejo 2 forma otra imagen P'_2 , cada una del modo como hemos explicado. Además, sin embargo, la imagen P'_1 formada por el espejo 1 sirve como objeto para el espejo 2, el cual forma entonces una imagen de este objeto en el punto P'_3 como se muestra. Asimismo, el espejo 1 toma la imagen P'_2 formada por el espejo 2 como objeto y forma una imagen de ella. Le dejamos a usted la demostración de que este punto de imagen también está en P'_3 . La idea de que una imagen formada por un dispositivo puede actuar como el objeto de un segundo dispositivo es de gran importancia en la óptica geométrica. La aplicaremos más adelante en este capítulo para localizar la imagen formada por dos refracciones sucesivas en superficies curvas de una lente. Esta idea nos ayudará a comprender la formación de imágenes por combinaciones de lentes, como en un microscopio o en un telescopio de refracción.

Evalúe su comprensión de la sección 34.1 Si usted camina directamente hacia un espejo plano con rapidez v , ¿con qué rapidez se aproxima su imagen hacia usted? i) más lento que v ; ii) v ; iii) más rápido que v pero más lento que $2v$; iv) $2v$; v) más rápido que $2v$.



34.2 Reflexión en una superficie esférica

Un espejo plano forma una imagen del mismo tamaño que el objeto. No obstante, los espejos tienen numerosas aplicaciones donde se requiere que la imagen y el objeto sean de diferente tamaño. Un espejo de aumento para maquillarse proporciona una imagen *más grande* que el objeto, y los espejos de vigilancia (que se utilizan en los comercios para identificar a los ladrones) forman una imagen *más pequeña* que el objeto. También hay aplicaciones de espejos en las cuales es deseable una imagen *real*, de modo que los rayos luminosos pasan en efecto por el punto de imagen P' . Por sí solo, un espejo plano no es capaz de llevar a cabo ninguna de dichas tareas. En su lugar, se utilizan espejos *curvos*.

Imagen de un objeto puntual: Espejo esférico

Consideremos el caso especial (y fácil de analizar) de formación de imágenes con un espejo *esférico*. La figura 34.10a muestra un espejo esférico con radio de curvatura R , con su lado cóncavo hacia la luz incidente. El **centro de curvatura** de la superficie (el centro de la esfera de la cual forma parte la superficie) está en C , y el **vértice** del espejo (el centro de la superficie del espejo) está en V . La recta CV recibe el nombre de **eje óptico**. El punto P es un punto de objeto que se encuentra sobre el eje óptico; por el momento, supondremos que la distancia de P a V es mayor que R .

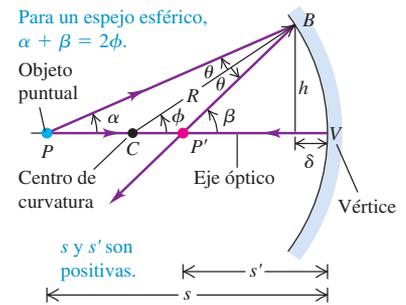
El rayo PV , que pasa por C , incide de forma normal en el espejo y se refleja sobre sí mismo. El rayo PB , a un ángulo α con respecto al eje, incide en el espejo en B , donde los ángulos de incidencia y reflexión son θ . El rayo reflejado interseca el eje en el punto P' . Demostraremos en breve que *todos* los rayos provenientes de P intersecan el eje en el *mismo* punto P' , como en la figura 34.10b, siempre y cuando el ángulo α sea pequeño. El punto P' es, entonces, la *imagen* del punto de objeto P . A diferencia de los rayos reflejados de la figura 34.1, los rayos reflejados de la figura 34.10b se intersecan realmente en el punto P' , y luego divergen a partir de P' como si hubieran nacido de este punto. Por consiguiente, P' es una imagen *real*.

Con la finalidad de apreciar la utilidad de una imagen real, suponga que el espejo está en una habitación a oscuras, donde la única fuente de luz es un objeto autoluminoso situado en P . Si se coloca un pedazo pequeño de película fotográfica en P' , todos los rayos luminosos provenientes del punto P que se reflejen en el espejo incidirán en el mismo punto P' de la película; una vez revelada, la película mostrará una sola mancha brillante que representa una imagen nítidamente enfocada del objeto en el punto P . En este principio se basan casi todos los telescopios astronómicos, los cuales utilizan grandes espejos cóncavos para obtener fotografías de objetos celestes. Con un espejo *plano* como el de la figura 34.2, colocar un pedazo de película en el punto de imagen P sería una pérdida de tiempo; los rayos luminosos nunca pasan realmente por el punto de imagen, y no se registra la imagen en la película. Las imágenes reales son *indispensables* en fotografía.

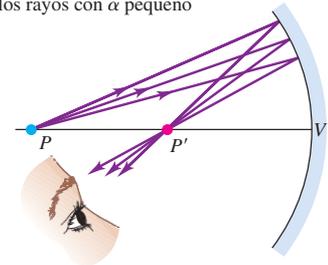
Hallemos ahora la ubicación del punto de imagen real P' de la figura 34.10a y probemos la aseveración de que todos los rayos provenientes de P se intersecan en P' (siempre y cuando el ángulo que forman con el eje óptico sea pequeño). La distancia de objeto, medida desde el vértice V , es s ; la distancia de imagen, también medida desde V , es s' . Los signos de s , s' y el radio de curvatura R están determinados por las reglas de signos dadas en la sección 34.1. El punto de objeto P está del mismo lado que la luz incidente, por lo que, de acuerdo con la primera regla de signos, s es positiva. El punto de imagen P' está del mismo lado que la luz reflejada, de modo que, de acuerdo con la segunda regla de signos, la distancia de imagen s' también es positiva. El centro de curvatura C está del mismo lado que la luz reflejada, así que, según la tercera regla de signos, R siempre es positivo cuando la reflexión ocurre en el lado *cóncavo* de una superficie (figura 34.11).

34.10 a) Un espejo esférico cóncavo forma una imagen real de un objeto puntual P que está sobre el eje óptico del espejo. **b)** El ojo observa algunos de los rayos salientes y los percibe como si provinieran de P' .

a) Construcción para hallar la posición P' de la imagen formada por un espejo esférico cóncavo

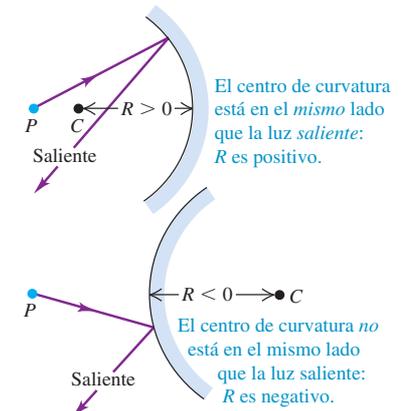


b) La aproximación paraxial es válida para los rayos con α pequeño



Todos los rayos provenientes de P tienen un ángulo α pequeño y se intersecan en P' , formando una imagen real.

34.11 La regla de signos para el radio de un espejo esférico.



34.12 a), b) Poco después de que el Telescopio Espacial Hubble se colocó en órbita en 1990 se descubrió que al espejo cóncavo primario (también llamado *espejo objetivo*) le faltaba profundidad en la medida de 1/50 del ancho de un cabello humano, y esto dio lugar a una aberración esférica de la imagen de la estrella. c) Luego de la instalación de una óptica correctiva en 1993, fue posible eliminar casi por completo los efectos de la aberración esférica.

a) El espejo primario con diámetro de 2.4 m del Telescopio Espacial Hubble



b) Estrella vista con el espejo original



c) La misma estrella con óptica correctiva



Ahora utilicemos el siguiente teorema de geometría plana: un ángulo externo de un triángulo es igual a la suma de los dos ángulos internos opuestos. Aplicando este teorema a los triángulos PBC y $P'BC$ de la figura 34.10a tenemos que

$$\phi = \alpha + \theta \quad \beta = \phi + \theta$$

Eliminando θ entre estas dos ecuaciones se obtiene

$$\alpha + \beta = 2\phi \tag{34.3}$$

Ahora podemos calcular la distancia de imagen s' . Sea h la altura del punto B con respecto al eje óptico, y sea δ la distancia corta de V al pie de esta línea vertical. Escribamos entonces expresiones de las tangentes de α , β y ϕ recordando que s , s' y R son todas cantidades positivas:

$$\tan \alpha = \frac{h}{s - \delta} \quad \tan \beta = \frac{h}{s' - \delta} \quad \tan \phi = \frac{h}{R - \delta}$$

Estas ecuaciones trigonométricas no se resuelven de forma tan sencilla como las ecuaciones algebraicas correspondientes a un espejo plano. Sin embargo, si el ángulo α es pequeño, los ángulos β y ϕ también lo son. La tangente de un ángulo mucho menor que un radián es casi igual al ángulo mismo (medido en radianes), de modo que podemos sustituir $\tan \alpha$ por α , y así sucesivamente, en las ecuaciones anteriores. Asimismo, si α es pequeño, podemos ignorar la distancia δ en comparación con s' , s y R . Así, en el caso de ángulos pequeños tenemos las siguientes relaciones aproximadas:

$$\alpha = \frac{h}{s} \quad \beta = \frac{h}{s'} \quad \phi = \frac{h}{R}$$

Sustituyendo éstas en la ecuación (34.3) y dividiendo entre h , se obtiene una relación general entre s , s' y R :

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \quad (\text{relación objeto-imagen, espejo esférico}) \tag{34.4}$$

Esta ecuación no contiene el ángulo α . Por lo tanto, *todos* los rayos provenientes de P que forman ángulos suficientemente pequeños con el eje se intersectan en P' después de reflejarse; esto comprueba lo que antes afirmamos. Estos rayos, casi paralelos al eje y próximos a él, se llaman **rayos paraxiales**. (El término **aproximación paraxial** se suele aplicar a las aproximaciones que hemos descrito.) Debido a que todos estos rayos reflejados convergen en el punto de imagen, a los espejos cóncavos también se les llama *espejos convergentes*.

Es preciso entender con claridad que la ecuación (34.4), así como muchas relaciones similares que deduciremos más adelante en este capítulo y en el siguiente, son sólo *aproximadamente* correctas. Es resultado de un cálculo que contiene aproximaciones, y sólo es válida con respecto a rayos paraxiales. Si se aumenta el ángulo α que un rayo forma con el eje óptico, el punto P' donde el rayo interseca el eje óptico se acerca un poco más al vértice, que en el caso de un rayo paraxial. En consecuencia, un espejo esférico, a diferencia de un espejo plano, no forma una imagen puntual precisa de un objeto puntual; la imagen se “embarra”. Esta propiedad de los espejos esféricos se llama **aberración esférica**. Cuando se fabricó el espejo primario del Telescopio Espacial Hubble (figura 34.12a), tuvo diminutas incorrecciones en su forma que llevaron a una decepcionante aberración esférica (figura 34.12b). Los resultados del telescopio mejoraron espectacularmente después de la instalación de óptica correctiva (figura 34.12c).

Si el radio de curvatura se hace infinito ($R = \infty$), el espejo se vuelve *plano*, y la ecuación (34.4) se reduce a la ecuación (34.1) de una superficie reflectante plana.

Punto focal y distancia focal

Cuando el punto del objeto P está muy lejos del espejo esférico ($s = \infty$), los rayos entrantes son paralelos. (La estrella de la figura 34.12c es un ejemplo de un objeto distante de este tipo.) De acuerdo con la ecuación (34.4), la distancia s' viene dada en este caso por

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \quad s' = \frac{R}{2}$$

Esta situación se muestra en la figura 34.13a. El haz de rayos paralelos incidentes converge, después de reflejarse en el espejo, en un punto F situado a una distancia $R/2$ del vértice del espejo. El punto F donde los rayos paralelos incidentes convergen se llama **punto focal** o **foco**; de este modo decimos que estos rayos se enfocan. La distancia del vértice al punto focal, que se denota con f , recibe el nombre de **distancia focal**. Vemos que f está relacionada con el radio de curvatura R como sigue:

$$f = \frac{R}{2} \quad (\text{distancia focal de un espejo esférico}) \quad (34.5)$$

En la figura 34.13b se muestra la situación opuesta. Ahora el *objeto* se encuentra en el punto focal F , por lo que la distancia de objeto es $s = f = R/2$. La distancia de imagen s' está dada una vez más por la ecuación (34.4):

$$\frac{2}{R} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \quad \frac{1}{s'} = 0 \quad s' = \infty$$

Con el objeto en el punto focal, los rayos reflejados de la figura 34.13b son paralelos al eje óptico; se encuentran sólo en un punto infinitamente alejado del espejo, por lo que la imagen está en el infinito.

De esta manera, el punto focal F de un espejo esférico tiene las siguientes propiedades: 1) todo rayo entrante paralelo al eje óptico se refleja a través del punto focal y 2) todo rayo entrante que pasa por el punto focal se refleja paralelamente al eje óptico. En el caso de espejos esféricos, estos enunciados se cumplen sólo cuando los rayos son paraxiales. En el caso de espejos parabólicos, estos enunciados son *exactamente* válidos; por ello, se prefieren espejos parabólicos en la construcción de telescopios astronómicos. Se utilizan espejos esféricos o parabólicos en linternas y faros para dar a la luz de la bombilla la forma de un haz paralelo. Ciertas centrales de energía solar utilizan una serie de espejos planos para simular un espejo cóncavo aproximadamente esférico; los espejos recogen la luz del Sol y la dirigen hacia el punto focal, donde se encuentra una caldera de vapor. (Los conceptos de punto focal y distancia focal también son aplicables a las lentes, como veremos en la sección 34.4.)

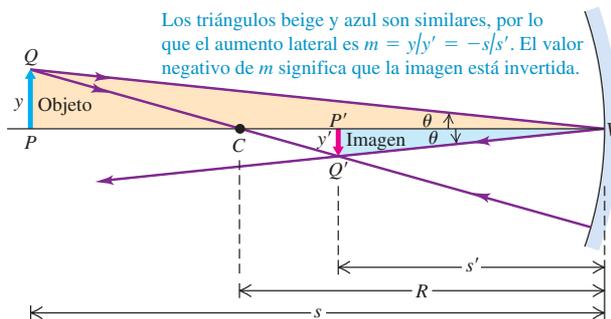
Por lo regular, expresaremos la relación entre las distancias de objeto y de imagen de un espejo [ecuación (34.4)] en términos de la distancia focal f :

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad (\text{relación objeto-imagen, espejo esférico}) \quad (34.6)$$

Imagen de un objeto extenso: Espejo esférico

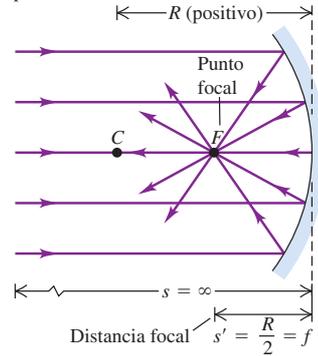
Suponga ahora que se tiene un objeto de tamaño *finito*, representado por la flecha PQ en la figura 34.14, perpendicular al eje óptico CV . La imagen de P formada por rayos paraxiales está en P' . La distancia de objeto correspondiente al punto Q es casi idéntica a la correspondiente al punto P , por lo que la imagen $P'Q'$ es casi recta y perpendicular al eje. Advierta que las flechas objeto e imagen son de distinto tamaño (y y y' , respectivamente) y de orientación opuesta. En la ecuación (34.2) definimos el *aumento lateral* m como la razón del tamaño de imagen y' con respecto al tamaño de objeto y :

$$m = \frac{y'}{y}$$

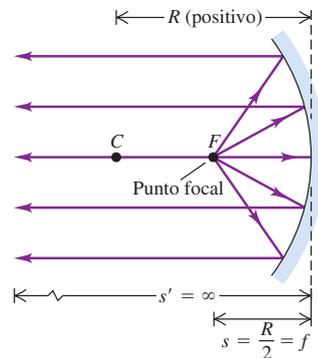


34.13 El punto focal y la distancia focal de un espejo cóncavo.

a) Todos los rayos paralelos incidentes en un espejo esférico se reflejan a través del punto focal.



b) Los rayos divergentes del punto focal se reflejan para formar rayos paralelos salientes.



34.14 Construcción para determinar posición, orientación y altura de una imagen formada por un espejo esférico cóncavo.



- 15.5 Espejos esféricos: diagramas de rayos
- 15.6 Espejos esféricos: ecuación del espejo
- 15.7 Espejos esféricos: aumento lineal m
- 15.8 Espejos esféricos: problemas

Como los triángulos PVQ y $P'VQ'$ de la figura 34.14 son *semejantes*, también tenemos la relación $y/s = -y'/s'$. El signo negativo es necesario porque el objeto y la imagen están en lados opuestos del eje óptico; si y es positiva, y' es negativa. Por lo tanto,

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \quad (\text{aumento lateral, espejo esférico}) \quad (34.7)$$

Si m es positiva, la imagen es derecha en comparación con el objeto; si m es negativa, la imagen es *invertida* con respecto al objeto, como en la figura 34.14. En el caso de un espejo *plano*, $s = -s'$, por lo que $y' = y$ y $m = +1$; puesto que m es positiva, la imagen es derecha, y como $|m| = 1$, la imagen es del mismo tamaño que el objeto.

CAUIDADO El aumento lateral puede ser menor que 1 Aunque la razón del tamaño de la imagen con respecto al tamaño del objeto se llama *aumento lateral*, la imagen formada por un espejo o lente puede ser mayor, menor o del mismo tamaño que el objeto. Si es más pequeña, entonces el valor absoluto del aumento lateral es menor que la unidad: $|m| < 1$. La imagen que forma el espejo de un telescopio astronómico o una lente de cámara es, por lo regular, *mucho* más pequeña que el objeto. Por ejemplo, la imagen de la estrella brillante de la figura 34.12c mide apenas unos pocos milímetros de ancho, en tanto que la estrella misma tiene un diámetro de cientos de miles de kilómetros. ■

En nuestro análisis de los espejos cóncavos hemos considerado hasta ahora sólo objetos que se encuentran *afuera* del punto focal o en éste, de modo que la distancia de objeto s es mayor que o igual a la distancia focal (positiva) f . En este caso el punto de imagen está del mismo lado del espejo que los rayos salientes, y la imagen es real e invertida. Si se coloca un objeto *más adentro* del punto focal de un espejo cóncavo, de modo que $s < f$, la imagen resultante es *virtual* (esto es, el punto de imagen está en el lado opuesto del espejo con respecto al objeto), *derecha* y *más grande* que el objeto. Los espejos que se utilizan para aplicar maquillaje (a los que hicimos referencia al principio de esta sección) son espejos cóncavos; al utilizarlos, la distancia del rostro al espejo es menor que la distancia focal, y se observa una imagen derecha ampliada. Se pueden probar estos enunciados acerca de los espejos cóncavos aplicando las ecuaciones (34.6) y (34.7) (véase el ejercicio 34.11). También podremos verificar estos resultados más adelante en esta sección, una vez que hayamos aprendido ciertos métodos gráficos para relacionar las posiciones y los tamaños del objeto y de la imagen.

Ejemplo 34.1 Formación de imagen por un espejo cóncavo I

Un espejo cóncavo forma una imagen, sobre una pared situada a 3.00 m del espejo, del filamento de una lámpara de reflector que está a 10.0 cm delante del espejo. *a)* ¿Cuáles son el radio de curvatura y la distancia focal del espejo? *b)* ¿Cuál es la altura de la imagen, si la altura del objeto es de 5.00 mm?

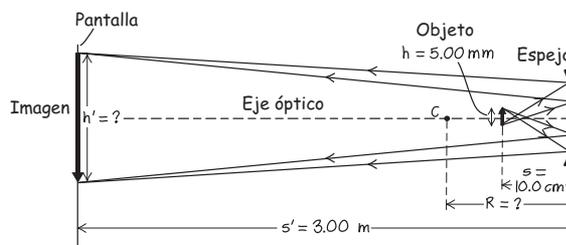
SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Este problema utiliza las ideas desarrolladas en esta sección. Nuestras incógnitas son el radio de curvatura R , la distancia focal f y la altura de la imagen y' .

PLANTEAR: La figura 34.15 presenta la situación. Se conocen las distancias del espejo al objeto (s) y del espejo a la imagen (s'). Se aplica la relación entre objeto e imagen dada por la ecuación (34.6) para hallar la distancia focal f , y luego se calcula el radio de curvatura R mediante la ecuación (34.5). La ecuación (34.7) permite calcular la altura y' de la imagen a partir de las distancias s y s' , y la altura y del objeto.

EJECUTAR: *a)* Tanto el objeto como la imagen están del lado cóncavo del espejo (el lado reflectante), por lo que tanto la distancia de objeto

34.15 Nuestro esquema de este problema.



como la distancia de imagen son positivas; tenemos $s = 10.0$ cm y $s' = 300$ cm. De acuerdo con la ecuación (34.4),

$$\frac{1}{10.0 \text{ cm}} + \frac{1}{300 \text{ cm}} = \frac{2}{R}$$

$$R = \frac{2}{0.100 \text{ cm}^{-1} + 3.33 \times 10^{-3} \text{ cm}^{-1}} = 19.4 \text{ cm}$$

La distancia focal del espejo es $f = R/2 = 9.7$ cm.

b) Según la ecuación (34.7) el aumento lateral es

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = -\frac{300 \text{ cm}}{10.0 \text{ cm}} = -30.0$$

Puesto que m es negativa, la imagen es invertida. La altura de la imagen es 30.0 veces la altura del objeto, esto es, $(30.0)(5.00 \text{ mm}) = 150 \text{ mm}$.

EVALUAR: Observe que el objeto se encuentra inmediatamente afuera con respecto al punto focal ($s = 10.0 \text{ cm}$ en comparación con $f = 9.7 \text{ cm}$). Esto es muy parecido a lo que se hace en los faros de un automóvil. Si se coloca el filamento cerca del punto focal, el espejo cóncavo produce un haz de rayos casi paralelos.

Ejemplo conceptual 34.2 Formación de imagen por un espejo cóncavo II

En el ejemplo 34.1, suponga que la mitad izquierda de la superficie reflectante del espejo está cubierta de hollín no reflectante. ¿Qué efecto tendrá esto en la imagen del filamento?

SOLUCIÓN

Sería común suponer que en este caso la imagen mostraría sólo la mitad del filamento. De hecho, sin embargo, la imagen sigue mostrando el filamento *completo*. La explicación es evidente si se examina la figura 34.10b. Los rayos luminosos que provienen de cualquier punto de objeto P se reflejan en *todas* las partes del espejo y convergen en el punto de imagen P' correspondiente. Si parte de la superficie del espejo se torna no reflectante o se elimina por completo, los rayos luminosos provenientes de la superficie reflectante restante continúan formando una imagen de todas las partes del objeto.

El único efecto de la reducción del área reflectante es que la imagen se atenúa porque llega menos energía al punto de imagen. En nuestro ejemplo, el área reflectante del espejo se reduce a la mitad, y la imagen tendrá la mitad del brillo original. Al *aumentar* el área reflectante la imagen se vuelve más brillante. Para formar imágenes razonablemente brillantes de estrellas distantes, los telescopios astronómicos utilizan espejos de hasta varios metros de diámetro. La figura 34.12a es un ejemplo.

Espejos convexos

En la figura 34.16a el lado *convexo* de un espejo esférico mira hacia la luz incidente. El centro de curvatura está en el lado opuesto a los rayos salientes; de acuerdo con la tercera regla de signos de la sección 34.1, R es negativo (véase la figura 34.11). El rayo PB se refleja, con ángulos de incidencia y reflexión iguales ambos a θ . El rayo reflejado, proyectado hacia atrás, interseca el eje en P' . Como en el caso del espejo cóncavo, *todos* los rayos provenientes de P que se reflejan en el espejo divergen a partir del mismo punto P' , siempre y cuando el ángulo α sea pequeño. Por consiguiente, P' es la imagen de P . La distancia de objeto s es positiva, la distancia de imagen s' es negativa, y el radio de curvatura R es *negativo* en el caso de un espejo *convexo*.

La figura 34.16b muestra dos rayos que divergen a partir de la cabeza de la flecha PQ y de la imagen virtual $P'Q'$ de esta flecha. El mismo procedimiento que seguimos en el caso de un espejo cóncavo permite demostrar que, con respecto a un espejo convexo,

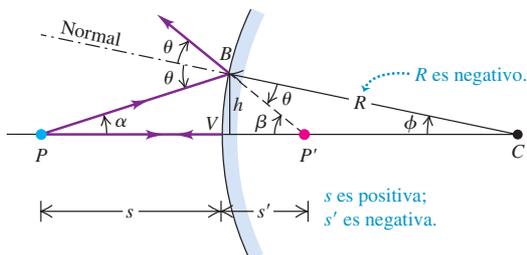
$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R}$$

y el aumento lateral es

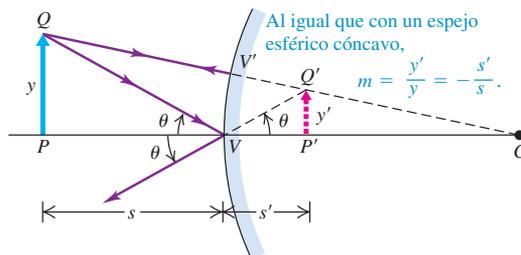
$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

34.16 Formación de imagen por un espejo convexo.

a) Construcción para determinar la posición de una imagen formada por un espejo convexo

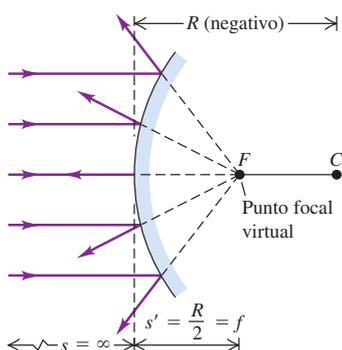


b) Construcción para determinar el aumento de una imagen formada por un espejo convexo

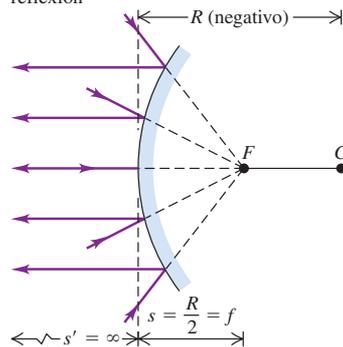


34.17 El punto focal y la distancia focal de un espejo convexo.

a) Rayos paralelos que inciden en un espejo esférico convexo divergen a partir de un punto focal virtual



b) Los rayos dirigidos hacia el punto focal virtual son paralelos al eje después de la reflexión



Estas expresiones son exactamente equivalentes a las ecuaciones (34.4) y (34.7) correspondientes a un espejo cóncavo. Así, si aplicamos nuestras reglas de signos de modo congruente, las ecuaciones (34.4) y (34.7) son válidas tanto con espejos cóncavos como convexos.

Cuando R es negativo (espejo convexo), los rayos entrantes que son paralelos al eje óptico no se reflejan a través del punto focal F . En cambio, divergen como si provinieran del punto F situado a una distancia f detrás del espejo, como se muestra en la figura 34.17a. En este caso, f es la distancia focal, y F recibe el nombre de *punto focal virtual*. La distancia de imagen s' correspondiente es negativa, así que tanto f como R son negativos, y la ecuación (34.5), $f = R/2$, se cumple con respecto a espejos tanto convexos como cóncavos. En la figura 34.17b los rayos entrantes convergen como si fueran a encontrarse en el punto focal virtual F , y se reflejan paralelamente al eje óptico.

En síntesis, ecuaciones (34.4) a (34.7), las relaciones básicas de formación de imágenes por espejos esféricos, son válidas con respecto a espejos tanto cóncavos como convexos, siempre y cuando se apliquen las reglas de signos de forma congruente.

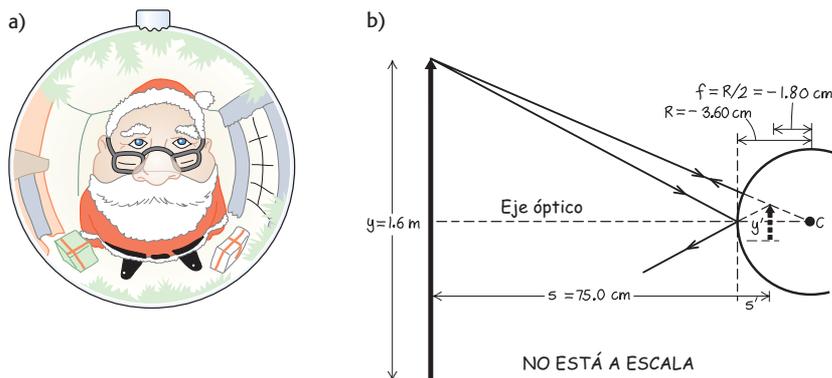
Ejemplo 34.3 Problema de imagen de Santa Claus

Para saber si se ha ensuciado de hollín, Santa Claus examina su reflejo en un adorno plateado brillante de un árbol de Navidad que está a 0.750 m de distancia (figura 34.18a). El diámetro del adorno es de 7.20 cm. Las obras de referencia más conocidas indican que Santa Claus es un “viejo elfo muy jovial”, por lo que estimamos su estatura en 1.6 m. ¿En dónde aparece, y cuál es la altura de la imagen de Santa Claus que forma el adorno? ¿Es derecha o invertida?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Santa Claus es el objeto y la superficie del adorno más próxima a él actúa como espejo convexo. Las relaciones entre distancia de objeto, distancia de imagen, distancia focal y aumento son las correspondientes a los espejos cóncavos, siempre y cuando las reglas de signos se apliquen de forma congruente.

34.18 a) El adorno forma una imagen virtual, reducida y derecha de Santa. b) Nuestro esquema para dos de los rayos que forman la imagen.



PLANTEAR: La figura 34.18b muestra la situación. Como el espejo es convexo, su radio de curvatura y su distancia focal son negativos. La distancia de objeto es $s = 0.750 \text{ m} = 75.0 \text{ cm}$, y la estatura de Santa Claus es $y = 1.6 \text{ m}$. Se aplica la ecuación (34.6) para calcular la distancia de imagen s' , y en seguida la ecuación (34.7) para determinar el aumento lateral m , y por ende, la altura y' de la imagen. El signo de m indica si la imagen es derecha o invertida.

EJECUTAR: El radio del espejo convexo (la mitad del diámetro) es $R = -(7.20 \text{ cm})/2 = -3.60 \text{ cm}$, y la distancia focal es $f = R/2 = -1.80 \text{ cm}$. De acuerdo con la ecuación (34.6),

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s} = \frac{1}{-1.80 \text{ cm}} - \frac{1}{75.0 \text{ cm}}$$

$$s' = -1.76 \text{ cm}$$

Puesto que s' es negativa, la imagen está detrás del espejo, es decir, del lado opuesto a la luz saliente (figura 34.18b), y es virtual. La imagen

está aproximadamente a medio camino entre la superficie anterior del adorno y su centro.

La ecuación (34.7) proporciona el aumento lateral m :

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = -\frac{-1.76 \text{ cm}}{75.0 \text{ cm}} = 0.0234$$

Dado que m es positiva, la imagen es derecha. Es tan sólo alrededor de 0.0234 veces tan alta como Santa Claus mismo:

$$y' = my = (0.0234)(1.6 \text{ m}) = 3.8 \times 10^{-2} \text{ m} = 3.8 \text{ cm}$$

EVALUAR: Cuando la distancia de objeto s es positiva, un espejo convexo *siempre* forma una imagen derecha, virtual, disminuida e inversa. Por esta razón, se utilizan espejos convexos para vigilar a los ladrones en las tiendas, en las intersecciones con poca visibilidad, y como espejos retrovisores de “gran ángulo” para automóviles y camiones (incluso los que llevan la leyenda “los objetos que se ven en este espejo están más cerca de lo que parecen”).

Métodos gráficos para espejos

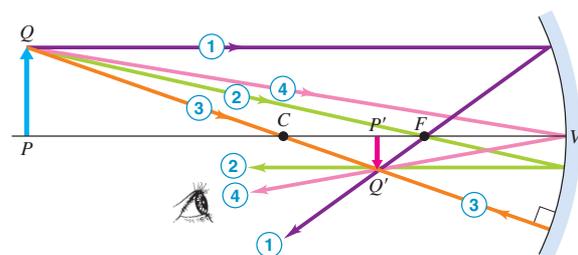
En los ejemplos 34.1 y 34.3 aplicamos las ecuaciones (34.6) y (34.7) para determinar la posición y el tamaño de las imágenes formadas por un espejo. También podemos establecer las propiedades de la imagen mediante un sencillo método *gráfico*. Este método consiste en hallar el punto de intersección de unos pocos rayos específicos que divergen a partir de un punto de objeto (como el punto Q de la figura 34.19) y se reflejan en el espejo. En estas condiciones (sin tener en cuenta las aberraciones), *todos* los rayos provenientes de este punto de objeto que inciden en el espejo se intersecarán en el mismo punto. Para esta construcción siempre se elige un punto de objeto que *no* esté sobre el eje óptico. En la figura 34.19 se muestran cuatro rayos que, por lo general, se dibujan con facilidad, los cuales se conocen como **rayos principales**.

1. Un rayo paralelo al eje, después de reflejarse, pasa por el punto focal F de un espejo cóncavo o parece provenir del punto focal (virtual) de un espejo convexo.
2. Un rayo que pasa por el punto focal F (o avanza hacia éste) se refleja paralelamente al eje.
3. Un rayo a lo largo del radio que pasa por el centro de curvatura C , o se aleja de él, interseca la superficie en dirección normal y se refleja de regreso por su trayectoria original.
4. Un rayo que *incide en el vértice* V se refleja, formando ángulos iguales con el eje óptico.

34.19 Método gráfico para localizar la imagen formada por un espejo esférico. Los colores de los rayos sirven sólo como identificación; no se refieren a colores específicos de la luz.

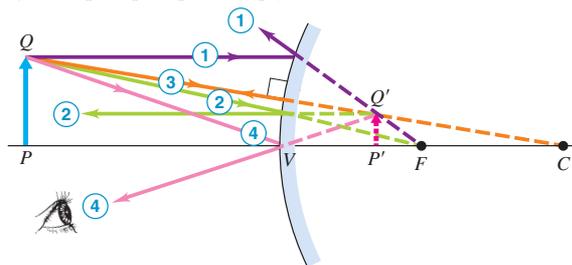


a) Rayos principales para un espejo cóncavo



- 1 El rayo paralelo al eje se refleja a través del punto focal.
- 2 El rayo que pasa por el punto focal se refleja paralelo al eje.
- 3 El rayo que pasa por el centro de curvatura interseca la superficie normalmente y se refleja por su trayectoria original.
- 4 El rayo hacia el vértice se refleja simétricamente a través del eje óptico.

b) Rayos principales para un espejo convexo



- 1 El rayo paralelo reflejado parece provenir del punto focal.
- 2 El rayo hacia el punto focal se refleja paralelo al eje.
- 3 Al igual que con el espejo cóncavo: el rayo radial al centro de curvatura interseca la superficie normalmente y se refleja por su trayectoria original.
- 4 Como con el espejo cóncavo, el rayo hacia el vértice se refleja simétricamente con el eje óptico.

Una vez que hemos hallado la posición del punto de imagen por medio de la intersección de dos cualesquiera de estos rayos principales (1, 2, 3, 4), podemos dibujar el trayecto de cualquier otro rayo del punto de objeto al mismo punto de imagen.

CAUIDADO Los rayos principales no son los únicos rayos. Aunque hemos destacado los rayos principales, de hecho, cualquier rayo proveniente del objeto que incida en el espejo pasará por el punto de imagen (en el caso de una imagen real) o parecerá que nace en el punto de imagen (en el caso de una imagen virtual). Por lo regular, basta con trazar los rayos principales, pues son todo lo que se necesita para localizar la imagen. ■

Estrategia para resolver problemas 34.1

Formación de imágenes con espejos



IDENTIFICAR los conceptos relevantes: Existen dos formas distintas y complementarias de resolver problemas relacionados con la formación de imágenes con espejos. Una de ellas emplea ecuaciones, en tanto que la otra implica dibujar un diagrama de rayos principales. La resolución satisfactoria de un problema se basa en *ambos* métodos.

PLANTEAR el problema: Establezca cuáles son las incógnitas. Las tres magnitudes clave son la distancia focal, la distancia de objeto y la distancia de imagen; típicamente, se le darán dos de éstas y deberá hallar la tercera.

EJECUTAR la solución como sigue:

1. El diagrama de rayos principales es a la óptica geométrica lo que el diagrama de cuerpo libre es a la mecánica clásica. En cualquier problema relacionado con la formación de imágenes con un espejo, *siempre* dibuje primero un diagrama de rayos principales, si cuenta con la información suficiente. (Se debe seguir esta misma recomendación al tratar con lentes en las secciones siguientes.)
2. Por lo regular, lo mejor es orientar siempre los diagramas del mismo modo, con los rayos entrantes dirigidos de izquierda a derecha. No dibuje muchos otros rayos al azar; atégase a los rayos principales, acerca de los cuales tiene cierta información. ¡Utilice una regla y mida las distancias minuciosamente! Un dibujo a mano alzada *no* le dará buenos resultados.

3. Si sus rayos principales no convergen en un punto de imagen real, quizá sea necesario prolongarlos directamente hacia atrás, para localizar un punto de imagen virtual, como en la figura 34.19b. Es recomendable dibujar las extensiones con líneas discontinuas. Otro recurso útil es codificar por colores los diferentes rayos principales, como en la figura 34.19.
4. Compruebe sus resultados mediante la ecuación (34.6), $1/s + 1/s' = 1/f$, y la ecuación de aumento lateral [ecuación (34.7)]. Los resultados hallados con esta ecuación deben ser congruentes con su diagrama de rayos principales; en caso contrario, revise de nuevo sus cálculos y su diagrama.
5. Ponga mucha atención en los signos de las distancias de objeto y de imagen, de radios de curvatura, y de alturas de objeto e imagen. Un signo negativo en cualquiera de estas magnitudes *siempre* tiene un significado. Aplique de forma minuciosa y congruente las ecuaciones y las reglas de signos, ¡y éstas siempre le dirán la verdad! Advierta que las *mismas* reglas de signos (dadas en la sección 34.1) funcionan en los cuatro casos de este capítulo: reflexión y refracción en superficies planas y esféricas.

EVALUAR la respuesta: Ya ha comprobado sus resultados empleando tanto diagramas como ecuaciones. No obstante, siempre resulta útil echar una mirada retrospectiva y preguntarse: ¿estos resultados son razonables?

Ejemplo 34.4 Espejo cóncavo, diferentes distancias de objeto

Un espejo cóncavo tiene un radio de curvatura con un valor absoluto de 20 cm. Halle por medios gráficos la imagen de un objeto en forma de una flecha perpendicular al eje del espejo a cada una de las distancias de objeto siguientes: a) 30 cm, b) 20 cm, c) 10 cm y d) 5 cm. Compruebe la construcción *calculando* el tamaño y el aumento lateral de cada imagen.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: En este problema debemos usar *tanto* métodos gráficos como cálculos para obtener la imagen formada por un espejo. Se trata de un buen enfoque a seguir en todos los problemas relacionados con la formación de imágenes.

PLANTEAR: Conocemos el radio de curvatura $R = 20$ cm (positivo ya que el espejo es cóncavo) y, por lo tanto, la distancia focal $f = R/2 = 10$ cm. En cada caso, se nos indica la distancia de objeto s y se nos pide calcular la distancia de imagen s' y el aumento lateral $m = -s'/s$.

EJECUTAR: En las cuatro partes de la figura 34.20 se muestran los diagramas de rayos principales correspondientes a los cuatro casos. Estudie detenidamente cada uno de estos diagramas, comparando cada rayo numerado con la descripción que se ha dado. Vale la pena desta-

car varios puntos. Primero, en b) las distancias de objeto y de imagen son iguales. En este caso, no se puede dibujar el rayo 3 porque un rayo proveniente de Q que pasa por el centro de curvatura C no incide en el espejo. No se puede dibujar el rayo 2 en c) porque un rayo que va de Q hacia F tampoco incide en el espejo. En este caso, los rayos salientes son paralelos, lo que corresponde a una distancia de imagen infinita. En d) los rayos salientes no tienen un punto de intersección real; es necesario prolongarlos hacia atrás para hallar el punto desde el cual parecen divergir, es decir, el *punto de imagen virtual* Q' . El caso que se muestra en d) ilustra la observación general de que un objeto situado por dentro del punto focal de un espejo cóncavo produce una imagen virtual.

Las mediciones de las figuras, empleando las escalas adecuadas, dan las siguientes distancias de imagen aproximadas: a) 15 cm; b) 20 cm; c) ∞ o $-\infty$ (porque los rayos salientes son paralelos y no convergen a ninguna distancia finita); d) -10 cm. Para *calcular* estas distancias, se aplica la ecuación (34.6) con $f = 10$ cm:

$$\begin{aligned} a) \quad \frac{1}{30 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} &= \frac{1}{10 \text{ cm}} & s' &= 15 \text{ cm} \\ b) \quad \frac{1}{20 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} &= \frac{1}{10 \text{ cm}} & s' &= 20 \text{ cm} \end{aligned}$$

c) $\frac{1}{10 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{10 \text{ cm}} \quad s' = \infty \text{ (o } -\infty)$

d) $\frac{1}{5 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{10 \text{ cm}} \quad s' = -10 \text{ cm}$

En a) y b) la imagen es real; en d), es virtual. En c) la imagen se forma en el infinito.

Los aumentos laterales medidos en las figuras son aproximadamente a) $-\frac{1}{2}$; b) -1 ; c) ∞ o $-\infty$ (porque la distancia de imagen es infinita); d) $+2$. Calculando los aumentos con base en la ecuación (34.7) se obtiene lo siguiente:

a) $m = -\frac{15 \text{ cm}}{30 \text{ cm}} = -\frac{1}{2}$

b) $m = -\frac{20 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} = -1$

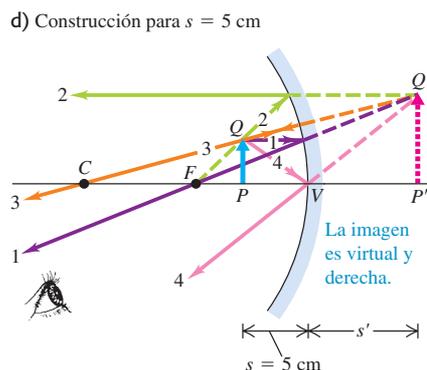
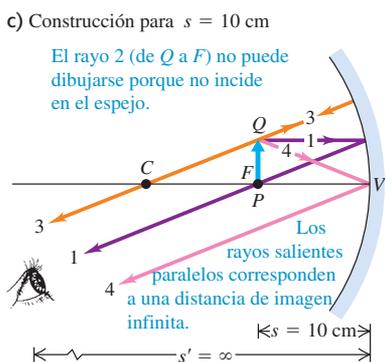
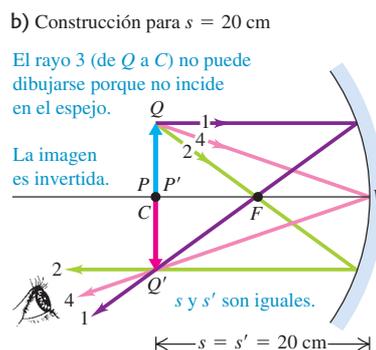
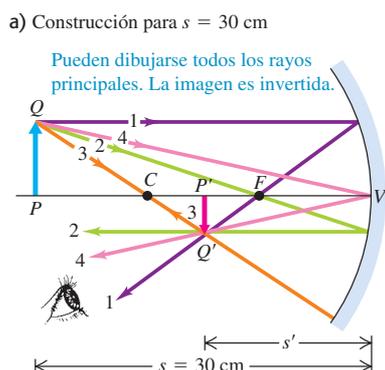
c) $m = -\frac{\infty \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = -\infty \text{ (o } +\infty)$

d) $m = -\frac{-10 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = +2$

En a) y b) la imagen es invertida; en d), es derecha.

EVALUAR: Advierta la tendencia conforme el objeto se acerca al espejo. Cuando el objeto está lejos del espejo, como en la figura 34.20a, la imagen es más pequeña que el objeto, invertida y real. A medida que la distancia del objeto disminuye, la imagen se aleja del espejo y aumenta de tamaño (figura 34.20b). Cuando el objeto está en el punto focal, la imagen se halla en el infinito (figura 34.20c). Si el objeto se desliza por dentro del punto focal, la imagen se torna más grande que el objeto, derecha y virtual (figura 34.20d). Puede poner a prueba estas conclusiones mirando objetos reflejados en la parte cóncava de una cuchara metálica.

34.20 Uso de diagramas de rayos principales para localizar la imagen $P'Q'$ formada por un espejo cóncavo.



Evalúe su comprensión de la sección 34.2 Los espejos de tocador se diseñan de modo que nuestra imagen aparezca al derecho y aumentada. ¿El espejo es cóncavo o convexo? Para ver una imagen aumentada, ¿dónde deberíamos colocar el espejo en relación con nuestro rostro (la distancia focal f)? i) $|f|$; ii) menor que $|f|$; iii) mayor que $|f|$.

34.3 Refracción en una superficie esférica

Como vimos en la sección 34.1, se forman imágenes por refracción lo mismo que por reflexión. Para comenzar, consideremos la refracción en una superficie esférica, es decir, en una interfaz esférica entre dos materiales ópticos de diferente índice de refracción. Este análisis es aplicable directamente a ciertos sistemas ópticos reales, como el ojo humano. Asimismo, constituye un peldaño hacia el análisis de las lentes, que normalmente tienen *dos* superficies esféricas (o casi esféricas).

Imagen de un objeto puntual: Superficie refractiva esférica

En la figura 34.21 una superficie esférica de radio R forma una interfaz entre dos materiales con índices de refracción diferentes n_a y n_b . La superficie forma una imagen P' de un punto de objeto P ; nos proponemos averiguar cuál es la relación entre las distancias de objeto y de imagen (s y s'). Aplicaremos las reglas de signos que utilizamos en el caso de los espejos esféricos. El centro de curvatura C está del lado saliente de la superficie; por lo tanto, R es positivo. El rayo PV incide en el vértice V y es perpendicular a la superficie (esto es, al plano tangente a la superficie en el punto de incidencia V), y penetra en el segundo material sin desviarse. El rayo PB , que forma un ángulo α con el eje, incide a un ángulo θ_a con respecto a la normal, y se refracta a un ángulo θ_b . Estos rayos se intersecan en P' , a una distancia s' a la derecha del vértice. El dibujo de la figura corresponde al caso $n_a < n_b$. Las distancias de objeto y de imagen son ambas positivas.

Probaremos que si el ángulo α es pequeño, *todos* los rayos provenientes de P se intersecan en el mismo punto P' , por lo que P' es la *imagen real* de P . Emplearemos en gran medida el mismo método que aplicamos a los espejos esféricos en la sección 34.2. Una vez más, aplicaremos el teorema según el cual el ángulo externo de un triángulo es igual a la suma de los dos ángulos internos opuestos; la aplicación de esto a los triángulos PBC y $P'BC$ da lo siguiente:

$$\theta_a = \alpha + \phi \quad \phi = \beta + \theta_b \tag{34.8}$$

Según la ley de refracción,

$$n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b$$

Asimismo, las tangentes de α , β y ϕ son

$$\tan \alpha = \frac{h}{s + \delta} \quad \tan \beta = \frac{h}{s' - \delta} \quad \tan \phi = \frac{h}{R - \delta} \tag{34.9}$$

En el caso de rayos paraxiales, θ_a y θ_b son ambos pequeños en comparación con un radián, y podemos tomar el ángulo mismo (medido en radianes), como aproximación del seno y de la tangente de cualquiera de estos ángulos. La ley de refracción da entonces

$$n_a \theta_a = n_b \theta_b$$

Combinando esto con la primera de las ecuaciones (34.8) se obtiene

$$\theta_b = \frac{n_a}{n_b} (\alpha + \phi)$$

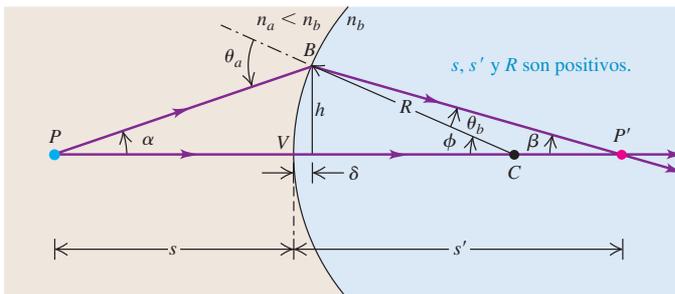
La sustitución de esto en la segunda de las ecuaciones (34.8) da

$$n_a \alpha + n_b \beta = (n_b - n_a) \phi \tag{34.10}$$

Ahora aplicamos las aproximaciones $\tan \alpha = \alpha$, etcétera, en las ecuaciones (34.9) y también despreciamos la pequeña distancia δ ; esas ecuaciones se transforman entonces en

$$\alpha = \frac{h}{s} \quad \beta = \frac{h}{s'} \quad \phi = \frac{h}{R}$$

34.21 Construcción para hallar la posición del punto de imagen P' de un objeto puntual P , formado por refracción en una superficie esférica. Los materiales a la izquierda y a la derecha de la interfaz tienen índices de refracción n_a y n_b , respectivamente. En el caso que aquí se muestra, $n_a < n_b$.



Por último, sustituimos éstas en la ecuación (34.10) y extraemos por división el factor común h :

$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R} \quad \text{(relación objeto-imagen, superficie refractiva esférica)} \quad (34.11)$$

Esta ecuación no contiene el ángulo α , de manera que la distancia de imagen es la misma con respecto a *todos* los rayos paraxiales que emanan de P ; esto prueba nuestra aseveración de que P' es la imagen de P .

Para obtener el aumento lateral m correspondiente a esta situación, utilizaremos la construcción de la figura 34.22. Dibujamos dos rayos a partir del punto Q , uno que pasa por el centro de curvatura C y otro que incide en el vértice V . De los triángulos PQV y $P'Q'V$,

$$\tan \theta_a = \frac{y}{s} \quad \tan \theta_b = \frac{-y'}{s'}$$

y de acuerdo con la ley de refracción,

$$n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b$$

Si los ángulos son pequeños,

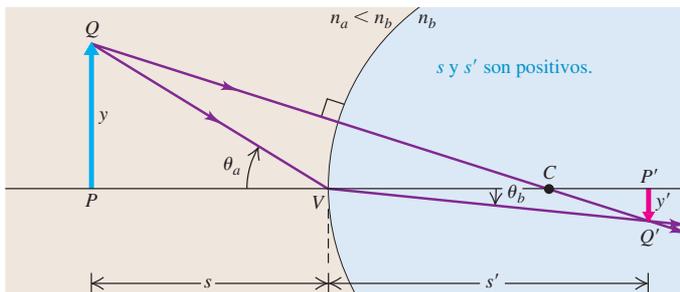
$$\tan \theta_a = \sin \theta_a \quad \tan \theta_b = \sin \theta_b$$

y, por último,

$$\frac{n_a y}{s} = -\frac{n_b y'}{s'} \quad \text{o bien} \quad m = \frac{y'}{y} = -\frac{n_a s'}{n_b s} \quad \text{(aumento lateral, superficie refractiva esférica)} \quad (34.12)$$

Las ecuaciones (34.11) y (34.12) son aplicables a superficies refractivas tanto convexas como cóncavas, siempre y cuando se apliquen las reglas de signos de forma congruente. No importa si n_b es mayor o menor que n_a . Para verificar estos enunciados, construya diagramas como las figuras 34.21 y 34.22 que correspondan a los tres casos siguientes: i) $R > 0$ y $n_a > n_b$, ii) $R < 0$ y $n_a < n_b$, y iii) $R < 0$ y $n_a > n_b$. Después, en cada caso, deduzca de nuevo las ecuaciones (34.11) y (34.12) a partir de su diagrama.

Veamos una nota final sobre la regla de signos aplicable al radio de curvatura R de una superficie. Con respecto a la superficie reflectante convexa de la figura 34.16, consideramos R como negativo, pero la superficie *refractiva* convexa de la figura 34.21 tiene un valor *positivo* de R . Esto quizá parezca incongruente, pero no lo es. La regla es que R es positivo si el centro de curvatura C está del lado saliente de la superficie, y negativo si C está del otro lado. En el caso de la superficie refractiva convexa de la figura 34.16, R es negativo porque el punto C está a la derecha de la superficie pero los rayos salientes están a la izquierda. En el caso de la superficie refractiva convexa de la figura 34.21, R es positivo porque tanto C como los rayos salientes están a la derecha de la superficie.



34.22 Construcción para hallar la altura de una imagen formada por refracción en una superficie esférica. En el caso que aquí se muestra, $n_a < n_b$.

34.23 Los rayos luminosos se refractan al atravesar las superficies curvas de estas gotitas de agua.



La refracción en superficies curvas es una de las razones por las que los jardineros evitan regar las plantas a mediodía. Cuando la luz solar entra en una gota de agua que reposa sobre una hoja (figura 34.23), los rayos luminosos se refractan unos hacia otros, como en las figuras 34.21 y 34.22. En consecuencia, la luz solar que incide en la hoja está más concentrada y puede causar daño.

Un caso especial importante de superficie refractiva esférica es una superficie *plana* entre dos materiales ópticos. Esto corresponde a fijar $R = \infty$ en la ecuación (34.11). En este caso,

$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = 0 \quad (\text{superficie refractiva plana}) \quad (34.13)$$

Para calcular el aumento lateral m correspondiente a este caso, combinamos esta ecuación con la relación general [ecuación (34.12)] para obtener este resultado simple:

$$m = 1$$

Es decir, la imagen que forma una superficie refractiva *plana* siempre tiene el mismo tamaño lateral que el objeto, y siempre es derecha.

Un ejemplo de formación de imagen por una superficie refractiva plana es la apariencia de una pajilla o un remo de canoa parcialmente sumergidos. Visto desde ciertos ángulos, el objeto parece tener un doblez muy evidente en la superficie del agua porque la parte sumergida aparenta hallarse a sólo alrededor de tres cuartas partes de su distancia real debajo de la superficie. (Comentamos acerca de la apariencia de un objeto sumergido en la sección 33.2; véase la figura 33.9.)

Ejemplo 34.5 Formación de imágenes por refracción I

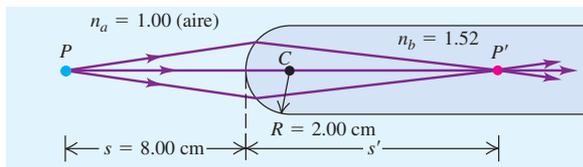
Una varilla de vidrio cilíndrica en aire (figura 34.24) tiene un índice de refracción de 1.52. Se pulió un extremo para formar una superficie semiesférica con radio $R = 2.00$ cm. *a*) Calcule la distancia de imagen de un objeto pequeño situado sobre el eje de la varilla, a 8.00 cm a la izquierda del vértice. *b*) Obtenga el aumento lateral.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Este problema utiliza las ideas de refracción en una superficie curva. Nuestras incógnitas son la distancia de imagen s' y el aumento lateral m .

PLANTEAR: En este caso el material *a* es aire ($n_a = 1.00$) y el material *b* es el vidrio del que se compone la varilla ($n_b = 1.52$). Sabemos que

34.24 La varilla de vidrio en aire forma una imagen real.



$s = 8.00$ cm; el radio de la superficie esférica es positivo ($R = +2.00$ cm) porque el centro de curvatura está del lado saliente de la superficie. Usaremos la ecuación (34.11) para determinar la distancia de imagen y la ecuación (34.12) para el aumento lateral.

EJECUTAR: *a*) De acuerdo con la ecuación (34.11),

$$\frac{1.00}{8.00 \text{ cm}} + \frac{1.52}{s'} = \frac{1.52 - 1.00}{+2.00 \text{ cm}}$$

$$s' = +11.3 \text{ cm}$$

b) De la ecuación (34.12),

$$m = -\frac{n_a s'}{n_b s} = -\frac{(1.00)(11.3 \text{ cm})}{(1.52)(8.00 \text{ cm})} = -0.929$$

EVALUAR: Como la distancia de imagen s' es positiva, la imagen se forma 11.3 cm a la *derecha* del vértice (en el lado saliente), como se muestra en la figura 34.24. El valor de m indica que la imagen es un poco más pequeña que el objeto e invertida. Si el objeto fuera una flecha de 1.000 mm de altura que apunta hacia arriba, la imagen sería una flecha de 0.929 mm de altura que apunta hacia abajo.

Ejemplo 34.6 Formación de imágenes por refracción II

Se sumerge en agua (índice de refracción $n = 1.33$) la varilla de vidrio del ejemplo 34.5, como se muestra en la figura 34.25. Las demás magnitudes tienen los mismos valores que en el caso anterior. Obtenga la distancia de imagen y el aumento lateral.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: La situación es la misma que en el ejemplo 34.5, salvo que ahora $n_a = 1.33$.

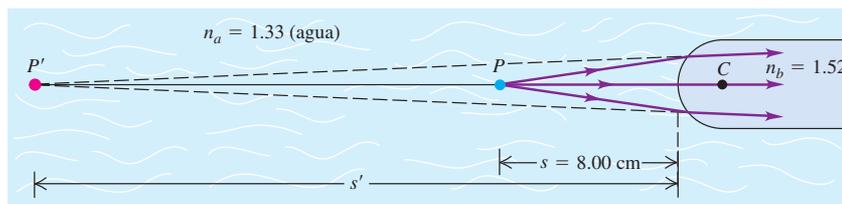
PLANTEAR: Al igual que en el ejemplo 34.5, utilizamos las ecuaciones (34.11) y (34.12) para determinar s' y m , respectivamente.

EJECUTAR: De acuerdo con la ecuación (34.11),

$$\frac{1.33}{8.00 \text{ cm}} + \frac{1.52}{s'} = \frac{1.52 - 1.33}{+2.00 \text{ cm}}$$

$$s' = -21.3 \text{ cm}$$

34.25 Cuando está inmersa en agua, la varilla de vidrio forma una imagen virtual.



En este caso, el aumento lateral es

$$m = - \frac{(1.33)(-21.3 \text{ cm})}{(1.52)(8.00 \text{ cm})} = +2.33$$

EVALUAR: El valor negativo de s' significa que, una vez que la superficie refracta los rayos, éstos no convergen sino que *parecen* divergir a

partir de un punto situado 21.3 cm a la izquierda del vértice. Vimos un caso similar en la reflexión de luz en un espejo convexo; describimos el punto como una *imagen virtual*. En este ejemplo la superficie forma una imagen virtual a 21.3 cm a la izquierda del vértice. La imagen vertical es derecha (porque m es positivo) y 2.33 veces más grande que el objeto.

Ejemplo 34.7 Profundidad aparente de una alberca

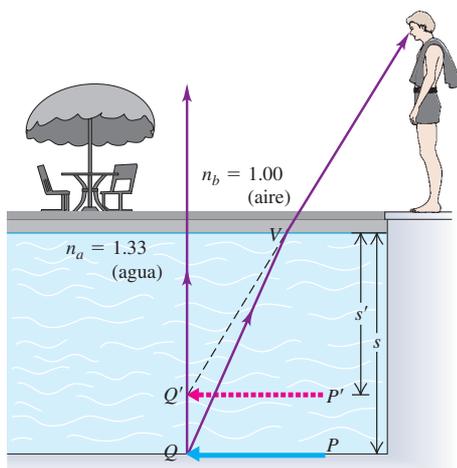
Los propietarios de albercas saben que éstas siempre parecen menos profundas de lo que realmente son, y que es importante identificar claramente las partes profundas, para que quienes no saben nadar no se introduzcan donde el agua les cubriría la cabeza. Si alguien que no sabe nadar mira directamente hacia abajo el agua de una alberca que tiene 2.00 m de profundidad (aproximadamente, 6 ft, 7 in), ¿cuál es la profundidad aparente?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: La superficie del agua actúa como una superficie refractiva plana.

PLANTEAR: En la figura 34.26 se muestra la situación. Para obtener la profundidad aparente de la alberca, imaginamos que hay una flecha PQ pintada en el fondo de la alberca. La superficie refractiva del agua forma una imagen virtual $P'Q'$ de esta flecha. Para calcular la profundidad de esta flecha, la cual nos indica la profundidad aparente de la alberca, aplicamos la ecuación (34.13).

34.26 La flecha $P'Q'$ es la imagen virtual de la flecha PQ que está bajo el agua. Para mayor claridad, se exageraron los ángulos que el rayo forma con la vertical.



EJECUTAR: La distancia de objeto es la profundidad real de la alberca: $s = 2.00$ m. El material a es el agua ($n_a = 1.33$) y el material b es el aire ($n_b = 1.00$). La ecuación (34.13) da la posición de la imagen:

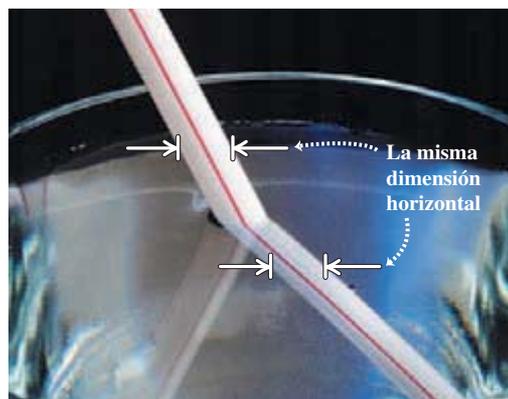
$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{1.33}{2.00 \text{ m}} + \frac{1.00}{s'} = 0$$

$$s' = -1.50 \text{ m}$$

La distancia de imagen es negativa. De acuerdo con las reglas de signos de la sección 34.1, esto significa que la imagen es virtual y está del lado entrante de la superficie refractiva, es decir, del mismo lado que el objeto. La profundidad aparente es de 1.50 m (aprox. 4 ft, 11 in), esto es, de sólo tres cuartas partes de la profundidad real. Un nadador de 1.80 m (6 ft) de estatura que no tomara en cuenta este efecto tendría problemas.

EVALUAR: Recuerde que el aumento lateral correspondiente a una superficie refractiva plana es $m = 1$. Por lo tanto, la imagen $P'Q'$ de la flecha tiene la misma *longitud horizontal* que la flecha real PQ . Sólo la profundidad es diferente. Usted puede observar este efecto en la figura 34.27.

34.27 La parte sumergida de esta pajilla parece estar a una profundidad menor (más cerca de la superficie) de lo que realmente está.

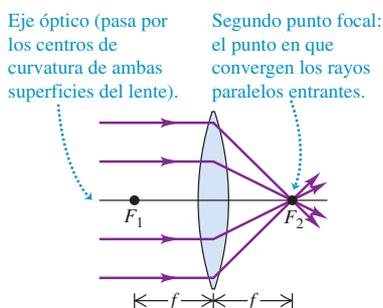




- 15.9 Diagramas de rayos de lentes delgadas
- 15.10 Lentes delgadas convergentes
- 15.11 Lentes delgadas divergentes

34.28 F_1 y F_2 son los puntos focales primero y segundo de una lente convergente delgada. El valor numérico de f es positivo.

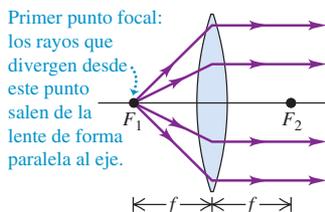
a)



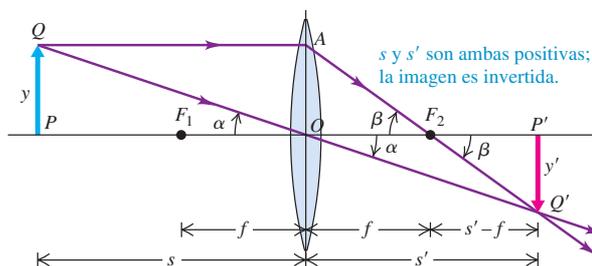
Distancia focal

- Medida a partir del centro de la lente.
- Siempre es la misma a ambos lados de la lente.
- Es positiva para una lente convergente delgada.

b)



34.29 Construcción para obtener la posición de la imagen que forma una lente delgada. Para destacar la suposición de que la lente es muy delgada, se muestra el rayo QAQ' como si se doblase en el plano medio de la lente, no en las dos superficies, y el rayo QOQ' se muestra como línea recta.



Evalúe su comprensión de la sección 34.3 Las gotitas de agua de la figura 34.23 tienen un radio de curvatura R y un índice de refracción $n = 1.33$. ¿Forman una imagen del Sol sobre la hoja?

34.4 Lentes delgadas

El dispositivo óptico más conocido y de uso más extendido (después del espejo plano) es la *lente*, que es un sistema óptico con dos superficies refractivas. La lente más simple tiene dos superficies *esféricas* lo suficientemente próximas entre sí como para que podamos despreocupar la distancia entre ellas (el espesor de la lente); a este dispositivo se le llama **lente delgada**. Si usted utiliza anteojos o lentes de contacto para leer, entonces está viendo estas palabras a través de un par de lentes delgadas. Podemos analizar detalladamente las lentes delgadas con base en los resultados obtenidos en la sección 34.3, con respecto a la refracción en una sola superficie esférica. Sin embargo, pospondremos este análisis para más adelante en esta sección, con la finalidad de analizar primero las propiedades de las lentes delgadas.

Propiedades de las lentes

Una lente de la forma que se muestra en la figura 34.28 tiene la propiedad de que, cuando un haz de rayos paralelos al eje atraviesa la lente, los rayos convergen en un punto F_2 (figura 34.28a) y forman una imagen real en ese punto. Las lentes de este tipo se llaman **lentes convergentes**. Asimismo, los rayos que pasan por el punto F_1 emergen de la lente en forma de un haz de rayos paralelos (figura 34.28b). Los puntos F_1 y F_2 son lo que se conoce como *puntos focales* primero y segundo, y la distancia f (medida desde el centro de la lente) es la *distancia focal*. Advierta las semejanzas entre los dos puntos focales de una lente convergente y el único punto focal de un espejo cóncavo (figura 34.13). Como en el caso de los espejos cóncavos, la distancia focal de una lente convergente se define como una cantidad *positiva*, y las lentes de esta clase se conocen también como *lentes positivas*.

La recta horizontal central de la figura 34.28 se denomina *eje óptico*, como en el caso de los espejos esféricos. Los centros de curvatura de las dos superficies esféricas se encuentran sobre el eje óptico y lo definen. Las dos distancias focales de la figura 34.28, ambas identificadas como f , *siempre son iguales* en el caso de una lente delgada, aun cuando los dos lados tienen diferente curvatura. Más adelante en esta sección deduciremos este resultado, un poco sorprendente, cuando deduzcamos la relación entre f , el índice de refracción de la lente, y los radios de curvatura de sus superficies.

Imagen de un objeto extenso: Lentes convergentes

Al igual que un espejo cóncavo, una lente convergente forma imágenes de los objetos extensos. La figura 34.29 muestra cómo determinar la posición y el aumento lateral de una imagen formada por una lente convergente delgada. Con base en la misma notación y reglas de signos que hemos utilizado, sean s y s' las distancias de objeto y de imagen, respectivamente, y sean y y y' las alturas del objeto y de la imagen. El rayo QA , paralelo al eje óptico antes de la refracción, pasa por el segundo punto focal F_2 después de refractarse. El rayo QOQ' pasa directamente por el centro de la lente sin desviarse, ya que en el centro las dos superficies son paralelas y (suponemos) están

muy próximas entre sí. Hay refracción donde el rayo entra y sale del material, pero no existe un cambio neto de dirección.

Los dos ángulos identificados como α en la figura 34.29 son iguales. Por consiguiente, los dos triángulos rectángulos PQO y $P'Q'O$ son *semejantes*, y las razones de los lados correspondientes son iguales. Por lo tanto,

$$\frac{y}{s} = -\frac{y'}{s'} \quad \text{o bien} \quad \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \quad (34.14)$$

(La razón del signo negativo es que la imagen está abajo del eje óptico y y' es negativa.) Asimismo, los ángulos identificados como β son iguales, y los dos triángulos rectángulos OAF_2 y $P'Q'F_2$ son semejantes:

$$\begin{aligned} \frac{y}{f} &= -\frac{y'}{s' - f} & \text{o bien} \\ \frac{y'}{y} &= -\frac{s' - f}{f} \end{aligned} \quad (34.15)$$

Ahora igualamos las ecuaciones (34.14) y (34.15), dividimos entre s' y reorganizamos para obtener

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad (\text{relación objeto-imagen, lente delgada}) \quad (34.16)$$

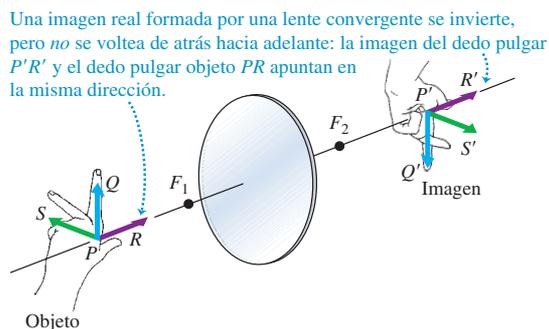
Este análisis también proporciona el aumento lateral (relación objeto-imagen, lente delgada) $m = y'/y$ correspondiente a la lente; según la ecuación (34.14),

$$m = -\frac{s'}{s} \quad (\text{aumento lateral, lente delgada}) \quad (34.17)$$

El signo negativo indica que, cuando s y s' son ambas positivas, como en la figura 34.29, la imagen es *invertida*, y los signos de y y y' son opuestos.

Las ecuaciones (34.16) y (34.17) son las ecuaciones fundamentales de las lentes delgadas. Son *exactamente* iguales a las ecuaciones correspondientes de los espejos esféricos [ecuaciones (34.6) y (34.7)]. Como veremos, las reglas de signos que seguimos en el caso de los espejos esféricos también son aplicables a las lentes. En particular, considere una lente con una distancia focal positiva (una lente convergente). Cuando un objeto está por fuera del primer punto focal F_1 de esta lente (es decir, cuando $s > f$), la distancia de imagen s' es positiva (esto es, la imagen está del mismo lado que los rayos salientes); esta imagen es real e invertida, como en la figura 34.29. Un objeto colocado más adentro del primer punto focal de una lente convergente, de modo que $s < f$, forma una imagen con un valor negativo de s' ; esta imagen se encuentra del mismo lado de la lente que el objeto, y es virtual, derecha y más grande que éste. Estos enunciados se pueden verificar algebraicamente por medio de las ecuaciones (34.16) y (34.17); también los verificaremos en la próxima sección, usando métodos gráficos análogos a los que se presentaron en la sección 34.2 aplicados a espejos.

La figura 34.30 muestra cómo una lente forma una imagen tridimensional de un objeto tridimensional. El punto R está más cerca de la lente que el punto P . De acuerdo

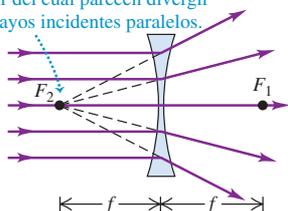


34.30 La imagen $S'P'Q'R'$ de un objeto tridimensional $SPQR$ no se voltea con una lente.

34.31 F_2 y F_1 son los puntos focales segundo y primero de una lente delgada divergente, respectivamente. El valor numérico de f es negativo.

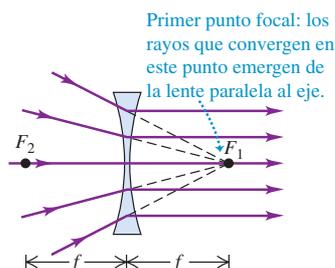
a)

Segundo punto focal: el punto a partir del cual parecen divergir los rayos incidentes paralelos.



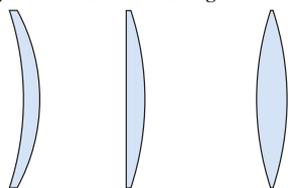
Para lentes delgadas divergentes, f es negativa.

b)



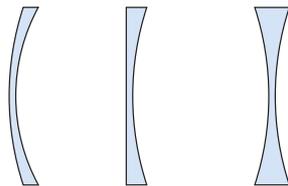
34.32 Varios tipos de lentes.

a) Lentes convergentes



De menisco Plano-convexa Biconvexa

b) Lentes divergentes



De menisco Plano-cóncava Bicóncava

con la ecuación (34.16), el punto de imagen R' está más alejado de la lente que el punto de imagen P' , y la imagen $P'R'$ apunta en la misma dirección que el objeto PR . Las flechas $P'S'$ y $P'Q'$ están al revés con respecto a PS y PQ .

Comparemos la figura 34.30 con la figura 34.7, la cual muestra la imagen formada por un espejo plano. Advertimos que la imagen formada por la lente es invertida, pero *no* está volteada de adelante hacia atrás a lo largo del eje óptico. Es decir, si el objeto es una mano izquierda, su imagen también es una mano izquierda. Podemos verificar esto apuntando el pulgar izquierdo a lo largo de PR , el índice a lo largo de PQ y el dedo medio izquierdo a lo largo de PS . Luego giramos la mano 180° con el pulgar como eje; esto hace coincidir los dedos con $P'Q'$ y $P'S'$. En otras palabras, una imagen *invertida* es equivalente a una imagen que se ha girado 180° en torno al eje de la lente.

Lentes divergentes

Hasta ahora hemos analizado lentes *convergentes*. La figura 34.31 muestra una **lente divergente**; el haz de rayos paralelos que incide en esta lente *diverge* después de refractarse. La distancia focal de una lente divergente es una cantidad negativa, y las lentes de este tipo se conocen también como *lentes negativas*. Los puntos focales de una lente negativa están invertidos en relación con los de una lente positiva. El segundo punto focal, F_2 , de una lente negativa es el punto a partir del cual los rayos que originalmente son paralelos al eje *parecen divergir* después de refractarse, como en la figura 34.31a. Los rayos incidentes que convergen hacia el primer punto focal F_1 , como en la figura 34.31b, emergen de la lente paralelos a su eje. Compare esto con la sección 34.2 y podrá usted ver que una lente divergente tiene la misma relación con una lente convergente, que la que un espejo convexo tiene con un espejo cóncavo.

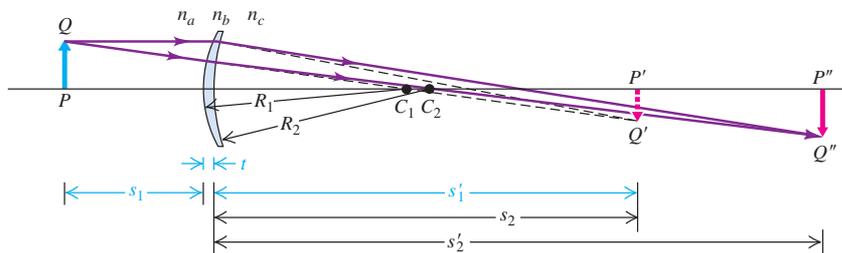
Las ecuaciones (34.16) y (34.17) son aplicables a lentes *tanto* positivas *como* negativas. En la figura 34.32 se muestran los diversos tipos de lentes, tanto convergentes como divergentes. Veamos una observación importante: *toda lente que sea más gruesa en su centro que en sus bordes es una lente convergente con f positiva, y toda lente que sea más gruesa en sus bordes que en su centro es una lente divergente con f negativa* (siempre y cuando la lente tenga un índice de refracción mayor que el material circundante). Podemos probar esto mediante la *ecuación del fabricante de lentes*, cuya deducción constituye nuestra siguiente tarea.

Ecuación del fabricante de lentes

Ahora deduciremos la ecuación (34.16) con más detenimiento y, al mismo tiempo, deduciremos la *ecuación del fabricante de lentes*, que es la relación entre la distancia focal f , el índice de refracción n de la lente y los radios de curvatura R_1 y R_2 de las superficies de la lente. Aplicaremos el principio según el cual una imagen formada por una superficie reflectante o refractiva puede servir como el objeto de una segunda superficie reflectante o refractiva.

Comenzaremos con el problema de carácter algo más general de dos interfaces esféricas que separan tres materiales con índices de refracción n_a , n_b y n_c , como se muestra en la figura 34.33. Las distancias de objeto y de imagen correspondientes a la primera superficie son s_1 y s'_1 , y las que corresponden a la segunda superficie son s_2 y s'_2 . Supondremos que la lente es delgada, de modo que la distancia t entre las dos su-

34.33 La imagen formada por la primera superficie de una lente sirve como el objeto de la segunda superficie. Las distancias s'_1 y s_2 se toman como iguales; ésta es una buena aproximación si el espesor t de la lente es pequeño.



perfiles es pequeña en comparación con las distancias de objeto y de imagen y, por lo tanto, se pueden despreciar. Éste es normalmente el caso de las lentes de anteojos (figura 34.34). En estas condiciones s_2 y s'_1 tienen la misma magnitud pero signo opuesto. Por ejemplo, si la primera imagen está del lado saliente de la primera superficie, s'_1 es positiva. Pero cuando la vemos como un objeto de la segunda superficie, la primera imagen *no* está del lado entrante de esa superficie. Por lo tanto, podemos afirmar que $s_2 = -s'_1$.

Necesitamos aplicar la ecuación de una sola superficie [ecuación (34.11)] dos veces: una por cada superficie. Las ecuaciones resultantes son

$$\frac{n_a}{s_1} + \frac{n_b}{s'_1} = \frac{n_b - n_a}{R_1}$$

$$\frac{n_b}{s_2} + \frac{n_c}{s'_2} = \frac{n_c - n_b}{R_2}$$

Ordinariamente, los materiales primero y tercero son aire o vacío, así que fijamos $n_a = n_c = 1$. El segundo índice n_b es el de la lente, al cual llamaremos simplemente n . Sustituyendo estos valores y la relación $s_2 = -s'_1$, obtenemos:

$$\frac{1}{s_1} + \frac{n}{s'_1} = \frac{n - 1}{R_1}$$

$$-\frac{n}{s'_1} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1 - n}{R_2}$$

Para obtener una relación entre la posición inicial del objeto s_1 y la posición final de la imagen s'_2 , sumamos estas dos ecuaciones. Con ello se elimina el término n/s'_1 , y se obtiene

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_2} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Por último, considerando la lente como una sola unidad, llamamos a la distancia de objeto simplemente s en vez de s_1 , y llamamos a la distancia final de imagen s' en vez de s'_2 . Luego de efectuar estas sustituciones, tenemos que

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (34.18)$$

Ahora comparamos esto con la otra ecuación de lentes delgadas [ecuación (34.16)]. Vemos que las distancias de objeto y de imagen s y s' aparecen exactamente en los mismos lugares en ambas ecuaciones y que la distancia focal f viene dada por

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad \text{(ecuación del fabricante de lentes para una lente delgada)} \quad (34.19)$$

Ésta es la **ecuación del fabricante de lentes**. Al deducir de nuevo la relación entre distancia de objeto, distancia de imagen y distancia focal para una lente delgada, al mismo tiempo hemos deducido también una expresión de la distancia focal f de una lente en términos de su índice de refracción n , y de los radios de curvatura R_1 y R_2 de sus superficies. Con esto se puede demostrar que todas las lentes de la figura 34.32a son lentes convergentes con distancias focales positivas, y que todas las lentes de la figura 34.32b son lentes divergentes con distancias focales negativas (véase el ejercicio 34.30).

Se aplican todas las reglas de signos de la sección 34.1 a las ecuaciones (34.18) y (34.19). Por ejemplo, en la figura 34.35, s , s' y R_1 son positivos, pero R_2 es negativo.

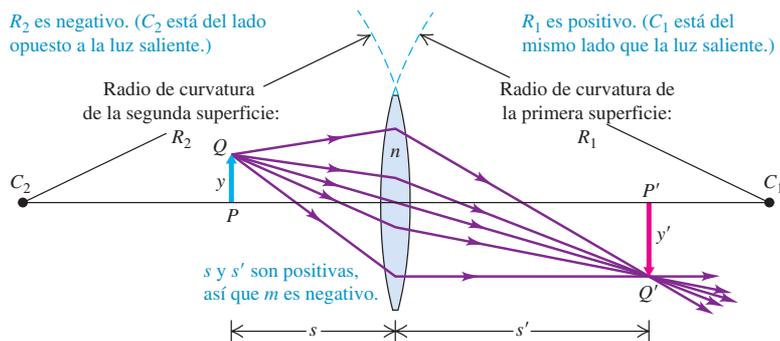
No es difícil generalizar la ecuación (34.19) a la situación donde la lente está inmersa en un material con un índice de refracción mayor que la unidad. Lo invitamos a obtener la ecuación del fabricante de lentes para esta situación más general.

¡Hacemos hincapié en que la aproximación paraxial es en efecto una aproximación! Los rayos que forman ángulos suficientemente grandes con el eje óptico de una lente esférica no se enfocan en el mismo lugar que los rayos paraxiales; este problema

34.34 Estos lentes de anteojos satisfacen la aproximación de la lente delgada; su espesor es pequeño en comparación con las distancias de objeto y de imagen.



34.35 Una lente delgada convergente con una distancia focal positiva f .



es el mismo de aberración esférica que asedia a los espejos esféricos (sección 34.2). Para evitar ésta y otras limitaciones de las lentes esféricas delgadas, en los instrumentos ópticos de precisión se utilizan lentes de forma más complicada.

Ejemplo 34.8 Obtener la distancia focal de una lente

a) Suponga que el valor absoluto de los radios de curvatura de las superficies de lente de la figura 34.35 es igual en ambos casos a 10.0 cm y que el índice de refracción es $n = 1.52$. ¿Cuál es la distancia focal f de la lente? *b)* Suponga que la lente de la figura 34.31 también tiene $n = 1.52$ y que los valores absolutos de los radios de curvatura de sus superficies de lente también son iguales a 10 cm. ¿Cuál es la distancia focal de esta lente?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Se nos pide calcular la distancia focal de *a)* una lente que es convexa por ambos lados (figura 34.35) y de *b)* una lente que es cóncava por ambas caras (figura 34.31).

PLANTEAR: Se aplica la ecuación del fabricante de lentes [ecuación (34.19)] para determinar la distancia focal en ambas situaciones. Tenemos en cuenta si las superficies son cóncavas o convexas, poniendo una atención minuciosa a los signos de los radios de curvatura R_1 y R_2 .

EJECUTAR: *a)* La figura 34.35 muestra que el centro de curvatura de la primera superficie (C_1) está del lado saliente de la lente; en tanto que el centro de curvatura de la segunda superficie (C_2) está del lado entrante.

Por consiguiente, R_1 es positivo pero R_2 es negativo: $R_1 = +10$ cm, $R_2 = -10$ cm. De acuerdo con la ecuación (34.19),

$$\frac{1}{f} = (1.52 - 1) \left(\frac{1}{+10 \text{ cm}} - \frac{1}{-10 \text{ cm}} \right)$$

$$f = 9.6 \text{ cm}$$

b) En el caso de una lente bicóncava el centro de curvatura de la primera superficie está del lado entrante, en tanto que el centro de curvatura de la segunda superficie está del lado saliente. Por lo tanto, R_1 es negativo y R_2 es positivo: $R_1 = -10$ cm, $R_2 = +10$ cm. De nuevo, con base en la ecuación (34.19),

$$\frac{1}{f} = (1.52 - 1) \left(\frac{1}{-10 \text{ cm}} - \frac{1}{+10 \text{ cm}} \right)$$

$$f = -9.6 \text{ cm}$$

EVALUAR: En el inciso *a)* la distancia focal es positiva, así que se trata de una lente convergente; esto es razonable, pues la lente es más gruesa en el centro que en los bordes. En el inciso *b)* la distancia focal es negativa, de modo que se trata de una lente divergente; esto también es razonable, pues la lente es más gruesa en los bordes que en el centro.

Métodos gráficos para lentes

Se pueden hallar la posición y el tamaño de una imagen formada por una lente delgada usando un método gráfico muy parecido al que se aplicó en la sección 34.2 a los espejos esféricos. También en este caso se dibujan unos pocos rayos especiales, llamados *rayos principales*, que divergen a partir de un punto del objeto que no está sobre el eje óptico. La intersección de estos rayos, después que han atravesado la lente, determina la posición y el tamaño de la imagen. Al utilizar este método gráfico, consideraremos que la desviación de cada rayo ocurre en su totalidad en el plano medio de la lente, como se muestra en la figura 34.36. Esto concuerda con la suposición de que la distancia entre las superficies de la lente es insignificante.

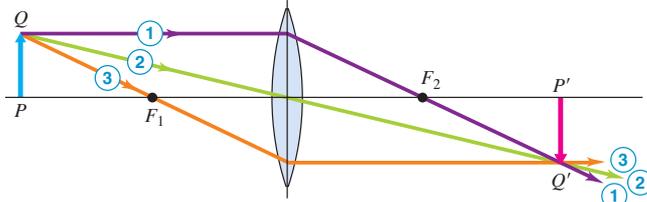
Los tres rayos principales cuyo trayecto es normalmente fácil de trazar en el caso de las lentes se muestran en la figura 34.36:

1. *Un rayo paralelo al eje* emerge de la lente en una dirección que pasa por el segundo punto focal F_2 de una lente convergente, o que parece provenir del segundo punto focal de una lente divergente.
2. *Un rayo que pasa por el centro de la lente* no se desvía en grado apreciable; en el centro de la lente las dos superficies son paralelas; por lo tanto, este rayo emerge prácticamente con el mismo ángulo que tenía al entrar y a lo largo de la misma recta.

34.36 Método gráfico para localizar una imagen formada por una lente delgada. Los colores de los rayos sirven sólo como identificación; no se refieren a colores específicos de la luz. (Compárelo con la figura 34.19 para espejos esféricos.)

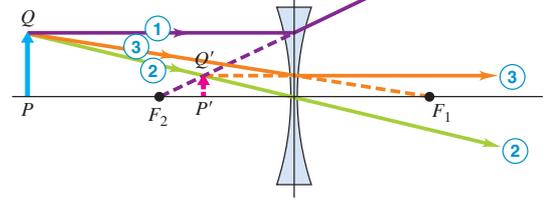


a) Lente convergente



- ① El rayo incidente paralelo se refracta para pasar por el segundo punto focal F_2 .
- ② El rayo que pasa por el centro de la lente no se desvía considerablemente.
- ③ El rayo que pasa por el primer punto focal F_1 emerge paralelo al eje.

b) Lente divergente



- ① Después de refractarse parece que el rayo incidente paralelo proviene del segundo punto focal F_2 .
- ② El rayo que pasa por el centro de la lente no se desvía considerablemente.
- ③ El rayo que pasa por el primer punto focal F_1 emerge paralelo al eje.

3. Un rayo que pasa por el primer punto focal F_1 (o avanza hacia éste) emerge paralelo al eje.

Cuando la imagen es real, la posición del punto de imagen está determinada por la intersección de dos cualesquiera de los rayos 1, 2 y 3 (figura 34.36a). Cuando la imagen es virtual, se prolongan hacia atrás los rayos salientes divergentes, hasta su punto de intersección para hallar el punto de imagen (figura 34.36b).

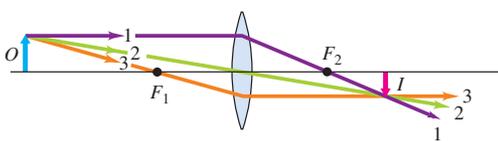
CUIDADADO Los rayos principales no son los únicos rayos. Tenga en mente que cualquier rayo proveniente del objeto que incida en la lente pasará por el punto de imagen (si la imagen es real) o parecerá que nace en el punto de imagen (si la imagen es virtual). (Hicimos un comentario análogo acerca de la formación de imágenes por espejos en la sección 34.2.) Hemos destacado los rayos principales porque son los únicos que necesitamos dibujar para localizar la imagen. ■

La figura 34.37 muestra diagramas de rayos principales correspondientes a una lente convergente con diversas distancias de objeto. Le sugerimos estudiar cada uno de estos diagramas con mucho detenimiento, comparando cada rayo numerado con la descripción precedente.

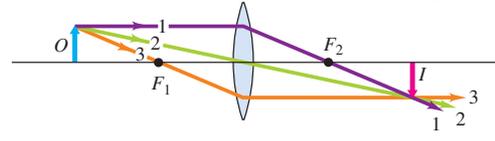
34.37 Formación de imágenes por una lente delgada convergente a diversas distancias de objeto. Se numeraron los rayos principales. (Compárela con la figura 34.20 para un espejo esférico cóncavo.)



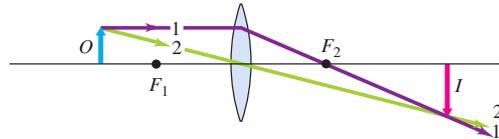
a) El objeto O está afuera del punto focal; la imagen I es real



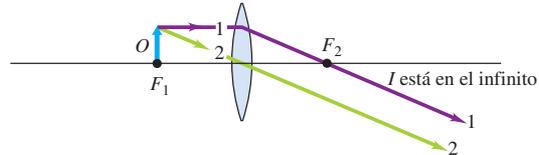
b) El objeto O está más cerca del punto focal; la imagen I es real y más lejana



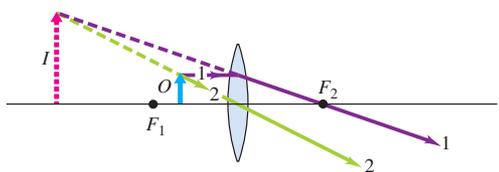
c) El objeto O está aun más cerca del punto focal; la imagen I es real e incluso más lejana



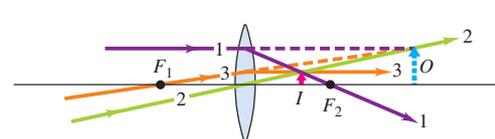
d) El objeto O está en el punto focal; la imagen I está en el infinito



e) El objeto O está adentro del punto focal; la imagen I es virtual y más grande que el objeto



f) Un objeto virtual O (los rayos luminosos convergen en la lente)



Los incisos *a*), *b*) y *c*) de la figura 34.37 ayudan a explicar lo que ocurre al enfocar una cámara fotográfica. Para que una fotografía esté bien enfocada, la película debe estar en la posición de la imagen real que forma la lente de la cámara. La distancia de imagen aumenta conforme el objeto se aproxima, por lo que se retira más la película detrás de la lente (es decir, se aleja la lente frente a la película). En la figura 34.37d el objeto está en el punto focal; no se puede dibujar el rayo 3 porque no atraviesa la lente. En la figura 34.37e la distancia de objeto es menor que la distancia focal. Los rayos salientes son divergentes y la imagen es *virtual*; se localiza su posición prolongando los rayos salientes hacia atrás, así que la distancia de imagen s' es negativa. Advierta asimismo que la imagen es derecha y más grande que el objeto. (Veremos la utilidad de esto en la sección 34.6.) La figura 34.37f corresponde a un *objeto virtual*. Los rayos entrantes no divergen a partir de un objeto real, sino que *convergen* como si fueran a encontrarse en la punta del objeto virtual O del lado derecho; en este caso, la distancia de objeto s es negativa. La imagen es real y se halla entre la lente y el segundo punto focal. Se presenta esta situación si los rayos que inciden en la lente de la figura 34.37f emergen de otra lente convergente situada a la izquierda de la figura (no se muestra).

Estrategia para resolver problemas 34.2

Formación de imágenes por lentes delgadas



IDENTIFICAR *los conceptos relevantes:* La Estrategia para resolver problemas 34.1 (sección 34.2) delineada con respecto a espejos es igualmente aplicable a las lentes delgadas, y conviene repararla ahora. Como en el caso de los espejos, los problemas de formación de imágenes por lentes se deben resolver por medio de ecuaciones y *también* de un diagrama de rayos principales.

PLANTEAR *el problema:* Como siempre, establezca las incógnitas.

EJECUTAR *la solución* como sigue:

1. Siempre parta de un diagrama de rayos principales si cuenta con información suficiente. Oriente sus diagramas siempre de igual forma, de modo que la luz se propague de izquierda a derecha. No bosqueje simplemente estos diagramas; trace los rayos con una regla y mida las distancias minuciosamente.
2. Dibuje los rayos principales de modo que se doblen en el plano medio de la lente, como se muestra en la figura 34.36. En el caso de una lente hay sólo tres rayos principales, comparados con los cuatro que corresponden a un espejo. Cerciórese de dibujar *los tres* siempre que sea posible. La intersección de dos cualesquiera de ellos determina la imagen, pero si el tercero no pasa por el mismo punto de intersección, ello significa que se ha cometido un error. La superfluidez puede ser útil para identificar errores.

3. Si los rayos principales salientes no convergen en un punto de imagen real, la imagen es virtual. En tales casos, es necesario prolongar hacia atrás los rayos salientes para hallar el punto de imagen virtual, el cual se encuentra del lado *entrante* de la lente.
4. Las reglas de signos que utilizamos al tratar con espejos y superficies refractivas únicas (véase la sección 34.1) también son aplicables a las lentes delgadas. Ponga muchísimo cuidado en establecer los signos de forma adecuada y en interpretar los signos de los resultados correctamente.
5. Utilice las ecuaciones (34.16) y (34.17) para confirmar por medio de cálculos sus resultados gráficos de posición y tamaño de las imágenes. Esto ofrece una comprobación de congruencia extremadamente útil.
6. La *imagen* formada por una lente o un espejo puede servir como el *objeto* de otra. En tales casos, tenga cuidado al hallar las *distancias* de objeto y de imagen correspondientes a esta imagen intermedia; no olvide incluir correctamente la distancia entre los dos elementos (lentes o espejos).

EVALUAR *la respuesta:* Examine sus diagramas y cálculos con ojo crítico para asegurar la congruencia de sus resultados.

Ejemplo 34.9

Ubicación de la imagen y aumento con una lente convergente

Cierta lente convergente tiene una distancia focal de 20 cm. Determine gráficamente la ubicación de la imagen de un objeto situado a cada una de las siguientes distancias de la lente: *a*) 50 cm; *b*) 20 cm; *c*) 15 cm; *d*) -40 cm. Obtenga el aumento en cada caso. Compruebe sus resultados calculando la posición y el aumento lateral de la imagen usando las ecuaciones (34.16) y (34.17).

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Este problema ilustra la utilidad de los métodos tanto gráficos como computacionales para problemas con lentes, así como para problemas con espejos curvos.

PLANTEAR: En cada caso, se tiene la distancia focal $f = 20$ cm y el valor de la distancia de objeto s . Las incógnitas son la distancia de imagen s' y el aumento lateral $m = -s'/s$.

EJECUTAR: Los diagramas de rayos principales adecuados se muestran en *a*) figura 34.37a, *b*) figura 34.37d, *c*) figura 34.37e y *d*) figura 34.37f. Las distancias de imagen aproximadas, obtenidas por medición de estos diagramas, son 35 cm, $-\infty$, -40 cm y 15 cm, y los aumentos aproximados son $-\frac{2}{3}$, $+\infty$, $+3$ y $+\frac{1}{3}$, respectivamente.

Calculando las posiciones de imagen a partir de la ecuación (34.16):

$$a) \frac{1}{50 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{20 \text{ cm}} \quad s' = 33.3 \text{ cm}$$

$$b) \frac{1}{20 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{20 \text{ cm}} \quad s' = \pm \infty$$

$$c) \frac{1}{15 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{20 \text{ cm}} \quad s' = -60 \text{ cm}$$

$$d) \frac{1}{-40 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{20 \text{ cm}} \quad s' = 13.3 \text{ cm}$$

Los resultados gráficos son razonablemente cercanos a éstos, excepto en el inciso *c*); la exactitud del diagrama de la figura 34.37e es limitada porque los rayos prolongados hacia atrás tienen casi la misma dirección.

De acuerdo con la ecuación (34.17), los aumentos laterales son

$$a) m = -\frac{33.3 \text{ cm}}{50 \text{ cm}} = -\frac{2}{3}$$

$$b) m = -\frac{\pm\infty \text{ cm}}{20 \text{ cm}} = \pm\infty$$

$$c) m = -\frac{-60 \text{ cm}}{15 \text{ cm}} = +4$$

$$d) m = -\frac{13.3 \text{ cm}}{-40 \text{ cm}} = +\frac{1}{3}$$

Ejemplo 34.10 Formación de imágenes por una lente divergente

Se le entrega a usted una lente divergente delgada. Usted encuentra que un haz de rayos paralelos se ensancha después de pasar a través de la lente, como si todos los rayos provinieran de un punto situado a 20.0 cm del centro de la lente. Usted se propone utilizar esta lente para formar una imagen virtual derecha que tenga $\frac{1}{3}$ de la altura del objeto. *a*) ¿Dónde se debería colocar el objeto? *b*) Dibuje un diagrama de rayos principales.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: La observación con rayos paralelos muestra que la distancia focal es $f = -20$ cm. Se busca un aumento lateral $m = +\frac{1}{3}$ (positivo porque la imagen debe ser derecha).

PLANTEAR: Con base en esto se determina la razón s'/s a partir de la ecuación (34.17), y luego se obtiene la distancia de objeto s mediante la ecuación (34.16).

EJECUTAR: *a*) De acuerdo con la ecuación (34.17), $m = +\frac{1}{3} = -s'/s$, por lo tanto, $s' = -s/3$. Si se inserta este resultado en la ecuación (34.16), se halla lo siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{1}{s} + \frac{1}{-s/3} &= \frac{1}{-20.0 \text{ cm}} \\ s &= 40.0 \text{ cm} \\ s' &= -\frac{s}{3} = -\frac{40.0 \text{ cm}}{3} = -13.3 \text{ cm} \end{aligned}$$

EVALUAR: Advierta que s' es positiva en los incisos *a*) y *d*) pero negativa en *c*). Esto tiene sentido: la imagen es real en los incisos *a*) y *d*), pero es virtual en *c*). Los rayos luminosos que emergen de la lente en el inciso *b*) son paralelos y nunca convergen; por lo tanto, se puede considerar que la imagen está en $+\infty$ o en $-\infty$.

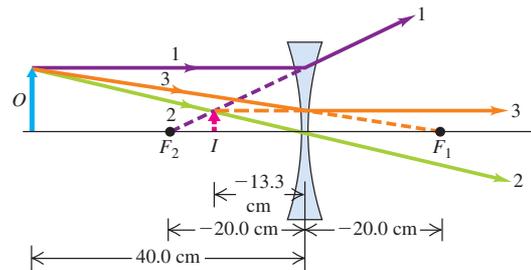
Los valores de aumento nos indican que la imagen es invertida en el inciso *a*) y derecha en los incisos *c*) y *d*), de acuerdo con los diagramas de rayos principales. El valor infinito del aumento en el inciso *b*) es otra forma de decir que la imagen se forma a una distancia infinita.

La distancia de imagen es negativa; por lo tanto, el objeto y la imagen están del mismo lado de la lente.

b) La figura 34.38 es el diagrama de rayos principales correspondiente a este problema, con los rayos numerados del mismo modo que en la figura 34.36b.

EVALUAR: Se suele montar una lente divergente en la puerta principal de los hogares. La lente proporciona al ocupante de la vivienda una imagen derecha y reducida de cualquier persona que se encuentre afuera de la puerta. El ocupante puede ver a la persona completa y decidir si le permite entrar o no.

34.38 Diagrama de rayos principales de una imagen formada por una lente delgada divergente.



Ejemplo 34.11 Imagen de una imagen

Un objeto de 8.0 cm de alto está 12.0 cm a la izquierda de una lente convergente, cuya distancia focal es de 8.0 cm. Una segunda lente convergente con una distancia focal de 6.0 cm se coloca 36.0 cm a la derecha de la primera lente. Ambas lentes tienen el mismo eje óptico. Determine la posición, el tamaño y la orientación de la imagen creada por las dos lentes combinadas. (Se utilizan combinaciones de lentes convergentes en los telescopios y microscopios, los cuales se estudiarán en la sección 34.7.)

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: La situación se muestra en la figura 34.39. El objeto O se encuentra por fuera del primer punto focal F_1 de la primera lente; por lo tanto, esta lente produce una imagen real I . Los rayos luminosos que inciden en la segunda lente divergen a partir de esta imagen real, como si I

fuera un objeto material. De este modo, la *imagen* formada por la *primera* lente actúa como *objeto* de la *segunda* lente. Nuestro objetivo es establecer las propiedades de la imagen final formada por la segunda lente.

PLANTEAR: Utilizaremos métodos tanto gráficos como computacionales para determinar las propiedades de la imagen final.

EJECUTAR: En la figura 34.39 hemos trazado los rayos principales 1, 2 y 3 a partir de la cabeza de la flecha objeto O para hallar la posición de la primera imagen I , y los rayos principales 1', 2' y 3' a partir de la cabeza de la primera imagen, con la finalidad de calcular la posición de la segunda imagen I' formada por la segunda lente (no obstante que los rayos 2' y 3' no existen realmente en este caso). Advierta que la imagen se invierte *dos veces*, una por cada lente, de modo que la segunda imagen I' tiene la misma orientación que el objeto original.

continúa

Para *calcular* la posición y el tamaño de la segunda imagen I' , primero es necesario hallar la posición y tamaño de la primera imagen I . Aplicando la ecuación (34.16), $1/s + 1/s' = 1/f$, a la primera lente:

$$\frac{1}{12.0 \text{ cm}} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{8.0 \text{ cm}} \quad s'_1 = +24.0 \text{ cm}$$

La primera imagen I está 24.0 cm a la derecha de la primera lente. El aumento lateral es $m_1 = -(24.0 \text{ cm})/(12.0 \text{ cm}) = -2.00$; por lo tanto, la altura de la primera imagen es $(-2.0)(8.0 \text{ cm}) = -16.0 \text{ cm}$.

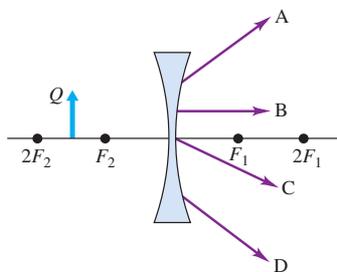
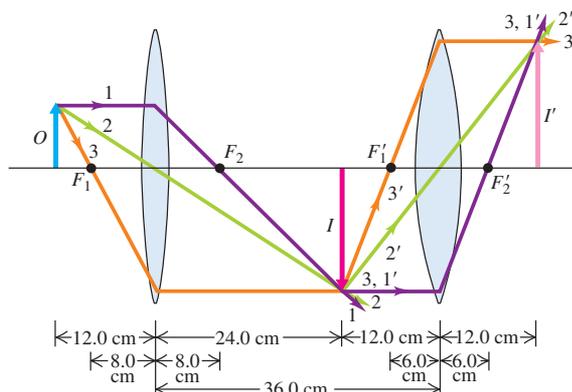
La primera imagen está 36.0 cm - 24.0 cm = 12.0 cm a la izquierda de la segunda lente; así que la distancia del objeto correspondiente a la segunda lente es de +12.0 cm. Utilizar la ecuación (34.16) con la segunda lente da la posición de la segunda imagen, que es la final:

$$\frac{1}{12.0 \text{ cm}} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{6.0 \text{ cm}} \quad s'_2 = +12.0 \text{ cm}$$

La imagen final está 12.0 cm a la derecha de la segunda lente y 48.0 cm a la derecha de la primera. El aumento que produce la segunda lente convergente es $m_2 = -(12.0 \text{ cm})/(12.0 \text{ cm}) = -1.0$.

EVALUAR: El valor de m_2 significa que la imagen final es del mismo tamaño que la primera, pero su orientación es opuesta. El diagrama de rayos principales también muestra esto mismo.

34.39 Diagrama de rayos principales correspondiente a una combinación de dos lentes convergentes. La primera lente forma una imagen real del objeto. Esta imagen real actúa como objeto de la segunda lente.



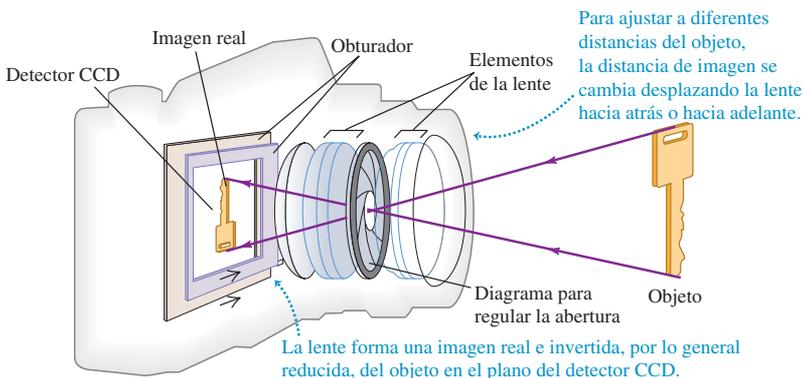
Evalúe su comprensión de la sección 34.4 Una lente divergente y un objeto están posicionados como se indica en la figura de la izquierda. ¿Cuál de los rayos A, B, C y D podría salir del punto Q en la parte superior del objeto?

34.5 Cámaras fotográficas

El concepto de *imagen*, que es tan fundamental para comprender los sistemas simples de espejos y lentes, desempeña un papel igualmente importante en el análisis de los instrumentos ópticos (también conocidos como *dispositivos ópticos*). Entre los dispositivos ópticos más comunes se cuentan las cámaras fotográficas, las cuales forman una imagen de un objeto y lo registran ya sea por medios electrónicos o sobre una película.

Los elementos básicos de una **cámara fotográfica** son una caja hermética a la luz (*cámara* significa habitación o recinto), una lente convergente, un obturador para abrir la lente durante un intervalo de tiempo definido y un medio de registro sensible a la luz (figura 34.40). En una cámara digital, se usa un detector electrónico llamado dispositivo de carga acoplado CCD (por las siglas de *charge coupled device*); en una cámara más antigua se utiliza película fotográfica. La lente forma una imagen real invertida del objeto que se fotografía sobre el medio de registro. Las lentes de cámara fotográfica de alta calidad tienen varios elementos, lo cual permite corregir parcialmente diver-

34.40 Elementos fundamentales de una cámara digital.



34.41 a), b), c) Tres fotografías tomadas con la misma cámara y desde el mismo punto de un jardín público de Boston utilizando lentes con distancias focales $f = 28$ mm, 105 mm y 300 mm. Al aumentar la distancia focal, se incrementa de forma proporcional el tamaño de imagen. d) Cuanto más grande sea el valor de f , menor será el ángulo de visión. Los ángulos que aquí se muestran corresponden a una cámara con área de imagen de 24 mm \times 36 mm (correspondiente a una película de 35 mm) y se refieren al ángulo de visión a lo largo de la dimensión diagonal de la película.

a) $f = 28$ mm



b) $f = 105$ mm



c) $f = 300$ mm



Las *aberraciones*, entre ellas la dependencia del índice de refracción con respecto a la longitud de onda y las limitaciones que impone la aproximación paraxial.

Cuando la cámara está *enfocada* correctamente, la posición del medio de registro coincide con la posición de la imagen real formada por la lente. La fotografía resultante será entonces lo más nítida posible. Con una lente convergente, la distancia de imagen aumenta conforme disminuye la distancia de objeto (véanse las figuras 34.41a, 34.41b y 34.41c y el análisis de la sección 34.4). Por consiguiente, cuando la cámara “enfoca”, la lente se acerca a la película en el caso de un objeto distante, y se aleja de ella si el objeto está cerca.

Lentes de cámara: Distancia focal

La elección de la distancia focal f de una lente de cámara depende del tamaño de la película y del ángulo de visión deseado. La figura 34.41 muestra tres fotografías tomadas en película de 35 mm con la misma cámara y en la misma posición, aunque con lentes de distancia focal distinta. Una lente de distancia focal larga, llamada lente *telefoto*, ofrece un ángulo de visión pequeño y una imagen grande de un objeto distante (como la estatua de la figura 34.41c); una lente de distancia focal corta brinda una imagen pequeña y un ángulo de visión amplio (como en la figura 34.41a), y recibe el nombre de lente *gran angular*. Para entender este comportamiento, recuerde que la distancia focal es la distancia de la lente a la imagen cuando el objeto está infinitamente lejos. En general, con *cualquier* distancia de objeto, una lente de distancia focal más larga proporciona una mayor distancia de imagen. Esto también aumenta la altura de la imagen; como se comentó en la sección 34.4, el valor absoluto de la razón de la altura de la imagen y' con respecto a la altura del objeto y (*el aumento lateral*) es igual a la razón de la distancia de imagen s' con respecto a la distancia de objeto s [ecuación 34.17]:

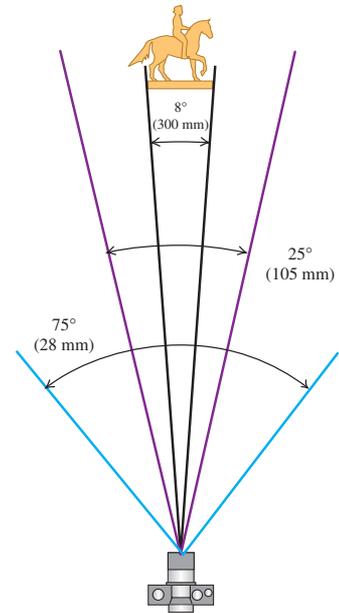
$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Con una lente de distancia focal corta, la razón s'/s es pequeña, y un objeto distante forma sólo una imagen pequeña. Cuando se utiliza una lente de distancia focal larga, la imagen de este mismo objeto puede cubrir en su totalidad el área de la película. Así pues, cuanto mayor sea la distancia focal, más estrecho será el ángulo de visión (figura 34.41d).

Lentes de cámara: Número f

Para que la película registre la imagen de manera adecuada, la energía luminosa total por unidad de área que llega a la película (la “exposición”) debe estar dentro de ciertos límites. Esto se regula mediante el *obturador* y la *apertura de la lente*. El obturador regula el intervalo de tiempo durante el cual entra luz a través de la lente. Por lo regular, esto se puede ajustar por etapas que corresponden a factores de aproximadamente 2, en muchos casos desde 1 s hasta $\frac{1}{1000}$ s.

d) Ángulos de visión para las fotos de a) a c)



La intensidad de la luz que alcanza la película es proporcional al área vista por la lente de la cámara y al área efectiva de la lente. El tamaño del área que la lente “observa” es proporcional al cuadrado del ángulo de visión de la lente y, por lo tanto, es aproximadamente proporcional a $1/f^2$. El área efectiva de la lente se regula mediante una abertura de lente ajustable, o *diafragma*, que es un orificio casi circular de diámetro variable D ; por ello, el área efectiva es proporcional a D^2 . Combinando estos factores, vemos que la intensidad de luz que la película recibe con una lente en particular es proporcional a D^2/f^2 . Por lo común, los fotógrafos expresan la capacidad colectora de luz de una lente en términos de la razón f/D , conocida como el **número f** de la lente:

$$\text{Número } f = \frac{\text{Distancia del focal}}{\text{Diámetro de abertura}} = \frac{f}{D} \quad (34.20)$$

Por ejemplo, de una lente con una distancia focal $f = 50$ mm y un diámetro de abertura $D = 25$ mm se dice que tiene un número f de 2, o “una abertura de $f/2$ ”. La intensidad de luz que llega a la película es *inversamente* proporcional al cuadrado del número f .

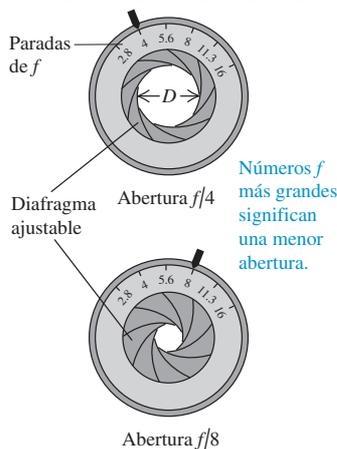
En el caso de una lente con abertura de diámetro variable, si se incrementa el diámetro por un factor de $\sqrt{2}$, el número f cambia por un factor de $1/\sqrt{2}$ y se duplica la intensidad en la película. Por lo general, las aberturas ajustables tienen escalas marcadas con números sucesivos (también llamados *paradas de f*) relacionados por factores de $\sqrt{2}$, como

$$f/2 \quad f/2.8 \quad f/4 \quad f/5.6 \quad f/8 \quad f/11 \quad f/16$$

y así sucesivamente. Los números más grandes representan aberturas y exposiciones más pequeñas, y cada etapa corresponde a un factor de 2 en términos de intensidad (figura 34.42). La *exposición real* (la cantidad total de luz que llega a la película) es proporcional tanto al área de la abertura como al tiempo de exposición. Por ejemplo, las combinaciones $f/4$ y $\frac{1}{500}$ s, $f/5.6$ y $\frac{1}{250}$ s, y $f/8$ y $\frac{1}{125}$ s corresponden todas a una misma exposición.

34.42 Lente de cámara con diafragma ajustable.

Al cambiar el diámetro en un factor de $\sqrt{2}$ la intensidad cambia en un factor de 2.



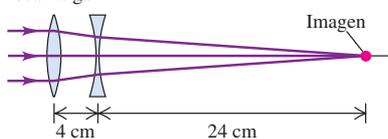
Lentes zoom y proyectores

A menudo muchos fotógrafos utilizan una *lente zoom*, que no es una sola lente sino un conjunto complejo de varios elementos de lente que proporcionan una distancia focal continuamente variable, a lo largo de un intervalo de hasta 10 a 1. Las figuras 34.43a y 34.43b muestra un sistema simple con distancia focal variable, y la figura 34.43c ilustra una lente zoom típica para cámara réflex de objetivo único (lente simple). Las lentes *zoom* ofrecen una variedad de tamaños de imagen de un objeto en particular. Mientras la distancia focal cambia, mantener la imagen enfocada y un número f constante es un problema demasiado complejo de diseño óptico. Cuando se modifica la distancia focal de una lente zoom típica, dentro de la lente se mueven dos grupos de elementos, y se abre y cierra un diafragma.

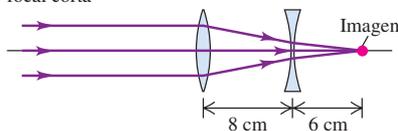
Un *proyector* para mirar diapositivas, imágenes digitales o películas cinematográficas funciona en gran medida como una cámara fotográfica a la inversa. En un pro-

34.43 Una lente zoom simple emplea una lente convergente y una lente divergente en sucesión. a) Cuando las dos lentes están cerca entre sí, la combinación se comporta como una sola lente con distancia focal larga. b) Si se desplazan las dos lentes separándose, la combinación se comporta como una lente con distancia focal corta. c) Lente zoom representativa para cámara réflex de objetivo único (lente simple); contiene doce elementos dispuestos en cuatro grupos.

a) Disposición de lente zoom para una distancia focal larga



b) Disposición de lente zoom para una distancia focal corta



c) Una lente zoom práctica



vector de cine, una lámpara ilumina la película, la cual actúa como objeto de la lente de proyección. La lente forma una imagen real, ampliada e invertida de la película sobre la pantalla de proyección. Debido a que la imagen es invertida, la película pasa por el proyector de cabeza para que la imagen aparezca en la pantalla derecha.

Ejemplo 34.12 Exposiciones fotográficas

Una lente telefoto común para cámara de 35 mm tiene una distancia focal de 200 mm y una escala de paradas f de $f/5.6$ a $f/45$. a) ¿Cuál es la escala correspondiente de diámetros de apertura? b) ¿Cuál es la escala correspondiente de intensidad de imagen en la película?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: El inciso a) de este problema utiliza la relación entre distancia focal, diámetro de apertura y número f para una lente. El inciso b) usa la relación entre intensidad y diámetro de apertura.

PLANTEAR: Se aplica la ecuación (34.20) para relacionar el diámetro D (la incógnita) con el número f y la distancia focal $f = 200$ mm. La intensidad de la luz que llega a la película es proporcional a D^2/f^2 ; como f es la misma en todos los casos, se concluye que en este caso la intensidad es proporcional a D^2 , el cuadrado del diámetro de apertura.

EJECUTAR: a) De acuerdo con la ecuación (34.20), la escala de diámetros abarca de

$$D = \frac{f}{\text{Número } f} = \frac{200 \text{ mm}}{5.6} = 36 \text{ mm}$$

a

$$D = \frac{200 \text{ mm}}{45} = 4.4 \text{ mm}$$

b) Dado que la intensidad es proporcional al cuadrado del diámetro, la razón de la intensidad en $f/5.6$ con respecto a la intensidad en $f/45$ es

$$\left(\frac{36 \text{ mm}}{4.4 \text{ mm}}\right)^2 = \left(\frac{45}{5.6}\right)^2 = 65 \quad (\text{aproximadamente } 2^6)$$

EVALUAR: Si el tiempo de exposición correcto en $f/5.6$ es de $\frac{1}{1000}$ s, entonces en $f/45$ es de $(65)\left(\frac{1}{1000} \text{ s}\right) = \frac{1}{15}$ s para compensar la menor intensidad. Esto ilustra una regla general: cuanto más pequeña sea la apertura y más grande sea el número f , más largo será el tiempo de exposición necesario. No obstante, muchos fotógrafos prefieren utilizar aperturas pequeñas, con la finalidad de que sólo se utilice la parte central de la lente para formar la imagen. Esto reduce al máximo las aberraciones que se producen cerca de los bordes de la lente y permite obtener las imágenes más nítidas posibles.

Evalúe su comprensión de la sección 34.5 Cuando se utiliza con película de 35 mm (área de imagen: 24 mm \times 36 mm), una lente con $f = 50$ mm proporciona un ángulo de visión de 45° y se describe como una “lente normal”. En cambio, cuando se emplea con un detector CCD que mide 5 mm \times 5 mm, esta misma lente es i) una lente de ángulo ancho; ii) una lente normal; iii) una lente telefoto.

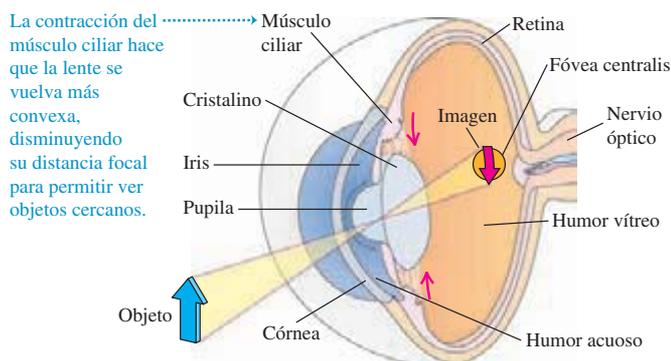


34.6 El ojo

El comportamiento óptico del ojo es similar al de una cámara. En la figura 34.44a se muestran las partes fundamentales del ojo humano considerado como sistema óptico. El ojo es de forma casi esférica y tiene aproximadamente 2.5 cm de diámetro. La parte frontal tiene una curvatura un poco más marcada y está cubierta por una membrana

34.44 a) El ojo. b) En la retina hay dos tipos de células sensibles a la luz. Los bastones son más sensibles a la luz que los conos, pero sólo los conos son sensibles a diferencias de color. Un ojo humano típico contiene alrededor de 1.3×10^8 bastones y aproximadamente 7×10^6 conos.

a) Diagrama del ojo



b) Micrografía de barrido electrónico que muestra bastones y conos de la retina con colores distintos

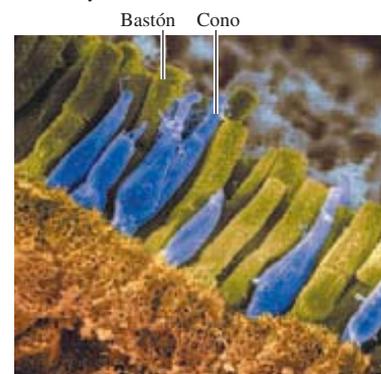
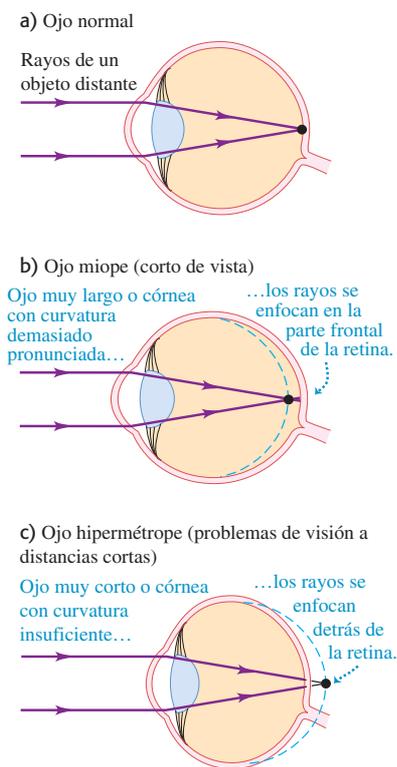


Tabla 34.1 Retroceso del punto cercano con el paso de la edad

Edad (años)	Punto cercano (cm)
10	7
20	10
30	14
40	22
50	40
60	200

34.45 Errores de refracción en a) un ojo normal, b) un ojo miope (corto de vista) y c) un ojo hipermetrope (problemas de visión a distancias cortas) observando un objeto muy distante. La curva azul punteada indica la posición de la retina que se requiere.



dura y transparente llamada *córnea*. La región que está detrás de la córnea contiene un líquido llamado *humor acuoso*. En seguida viene el *crystalino*, una cápsula que contiene una gelatina fibrosa, dura en el centro y cada vez más suave hacia la periferia. El cristalino se mantiene en su lugar gracias a ligamentos que lo sujetan al músculo ciliar, el cual lo circunda. Detrás del cristalino, el ojo está lleno de una gelatina acuosa poco viscosa conocida como *humor vítreo*. Los índices de refracción tanto del humor acuoso como del humor vítreo son de alrededor de 1.336, casi iguales al del agua. Aunque no es homogéneo, el cristalino tiene un índice promedio de 1.437, no muy diferente de los índices de los humores acuoso y vítreo. En consecuencia, la mayoría de la refracción de la luz que penetra en el ojo ocurre en la superficie externa de la córnea.

La refracción en la córnea y en las superficies del cristalino produce una *imagen real* del objeto que se mira. Esta imagen se forma en la *retina* (sensible a la luz) que recubre la superficie interna posterior del ojo. La retina desempeña el mismo papel que la película en una cámara. Los *bastones* y los *conos* de la retina actúan como una serie de fotoceldas en miniatura (figura 34.44b); perciben la imagen y la transmiten a través del *nervio óptico* hasta el cerebro. La mayor agudeza visual se da en una región central pequeña llamada *fóvea centralis*, de alrededor de 0.25 mm de diámetro.

En frente del cristalino está el *iris*. Éste contiene una abertura de diámetro variable llamada *pupila*, la cual se abre y cierra para adaptarse a la intensidad cambiante de la luz. También los receptores de la retina tienen mecanismos de adaptación a la intensidad.

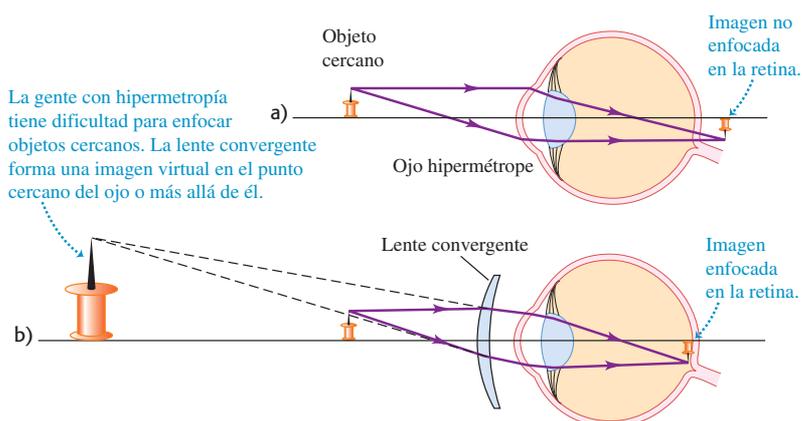
Para que un objeto se vea con nitidez, la imagen se debe formar exactamente donde se encuentra la retina. El ojo se ajusta a las diferentes distancias de objeto s modificando la distancia focal f de su lente (el cristalino); la distancia entre el cristalino y la retina, que corresponde a s' , no cambia. (Compare esto con la manera de enfocar una cámara, donde la distancia focal es fija y se modifica la distancia entre la lente y la película.) En el ojo normal, un objeto situado en el infinito está enfocado nítidamente cuando el músculo ciliar se encuentra relajado. Para permitir la formación de imágenes nítidas de objetos más cercanos en la retina, aumenta la tensión del músculo ciliar que rodea el cristalino, se contrae el músculo ciliar, se arquea el cristalino, y disminuyen los radios de curvatura de sus superficies; esto reduce la distancia focal. Este proceso se llama *acomodación*.

Los extremos del ámbito donde es posible la visión definida se conocen como el *punto lejano* y el *punto cercano* del ojo. El punto lejano del ojo normal se halla en el infinito. La posición del punto cercano depende del grado en que el músculo ciliar puede aumentar la curvatura del cristalino. El ámbito de acomodación disminuye gradualmente con el aumento en la edad, porque el cristalino crece a lo largo de la vida de los seres humanos (es alrededor de un 50% más grande a los 60 años que a los 20) y los músculos ciliares son menos capaces de deformar un cristalino más grande. Por tal razón, el punto cercano se aleja poco a poco a medida que uno envejece. Este alejamiento del punto cercano recibe el nombre de *presbicia*. La tabla 34.1 muestra la posición aproximada del punto cercano en una persona promedio de diversas edades. Por ejemplo, un ser humano promedio de 50 años de edad no puede enfocar un objeto situado a menos de 40 cm del ojo.

Trastornos de la visión

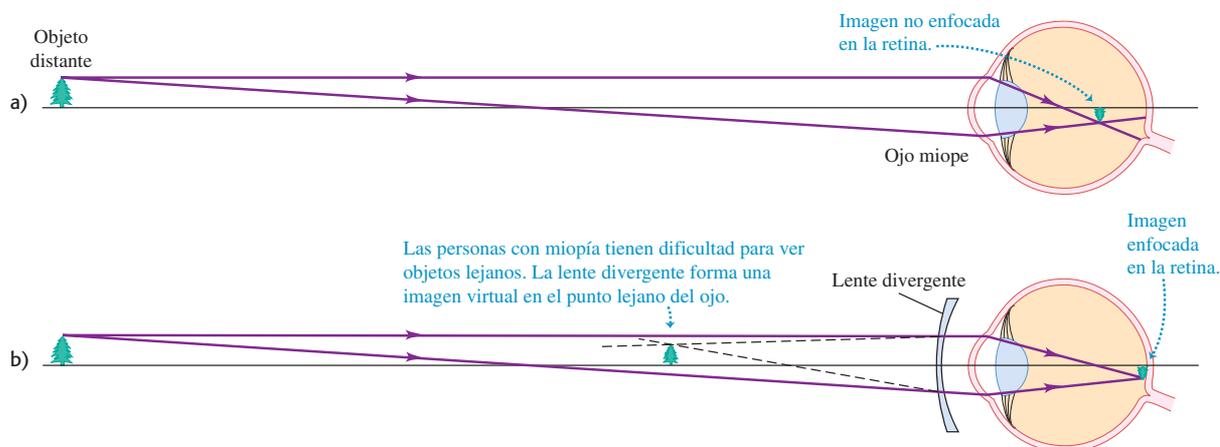
Varios defectos comunes de la visión son resultado de relaciones de distancia incorrectas en el ojo. Un ojo normal forma en la retina una imagen de un objeto situado en el infinito cuando el ojo se halla relajado (figura 34.45a). En el ojo *miope* (corto de vista), el globo del ojo es excesivamente largo de adelante hacia atrás, en comparación con el radio de curvatura de la córnea (o la córnea presenta una curvatura demasiado pronunciada), y los rayos provenientes de un objeto situado en el infinito se enfocan delante de la retina (figura 34.45b). El objeto más distante del cual se puede formar una imagen en la retina está entonces más próximo que el infinito. En el ojo *hipermetrope* (problemas de visión a distancias cortas), el globo ocular es demasiado corto o la córnea no tiene la curvatura suficiente, por lo que la imagen de un objeto infinitamente distante se forma detrás de la retina (figura 34.45c). El ojo miope produce *demasiada* convergencia en un haz de rayos paralelos como para formar una imagen en la retina; en el ojo hipermetrope, la convergencia es *insuficiente*.

Todos estos defectos se corrigen con el uso de lentes correctivas (anteojos o lentes de contacto). El punto cercano de un ojo tanto presbita como hipermetrope está *más*



34.46 a) Ojo hipermetrope sin corrección. b) Una lente positiva (convergente) proporciona la convergencia adicional necesaria para que un ojo hipermetrope enfoque la imagen en la retina.

34.47 a) Ojo miope sin corrección. b) Una lente negativa (divergente) separa aún más los rayos para compensar la convergencia excesiva del ojo miope.



alejado del ojo que lo normal. Para ver claramente un objeto a la distancia normal de lectura (que ordinariamente se supone de 25 cm), se necesita una lente que forme una imagen virtual del objeto en el punto cercano o más allá de él. Esto se consigue por medio de una lente convergente (positiva), como se muestra en la figura 34.46. La lente aleja efectivamente el objeto del ojo, hasta un punto donde se puede formar una imagen nítida en la retina. Asimismo, para corregir el ojo miope se utiliza una lente divergente (negativa) para llevar la imagen más cerca del ojo que el objeto real, como se muestra en la figura 34.47.

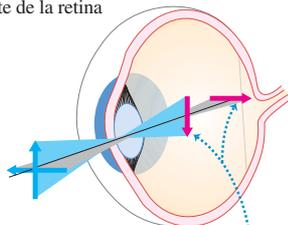
El *astigmatismo* es un tipo de defecto diferente, en el cual la superficie de la córnea no es esférica, sino que tiene una curvatura más pronunciada en un plano que en otro. En consecuencia, la imagen de las líneas horizontales se puede formar en un plano diferente que la imagen de las líneas verticales (figura 34.48a). El astigmatismo puede hacer imposible, por ejemplo, enfocar con claridad las barras horizontales y verticales de una ventana al mismo tiempo.

El astigmatismo se corrige mediante una lente de superficie *cilíndrica*. Por ejemplo, suponga que la curvatura de la córnea en un plano horizontal es la correcta para enfocar los rayos provenientes del infinito en la retina, pero la curvatura en el plano vertical es demasiado grande para formar una imagen nítida en la retina. Cuando una lente cilíndrica con su eje horizontal se coloca delante del ojo, la lente no altera los rayos en un plano horizontal, pero la divergencia adicional de los rayos en un plano vertical hace que éstos se enfoquen nítidamente sobre la retina (figura 34.48b).

Las lentes para corregir la visión se describen habitualmente en términos de su **potencia**, la cual se define como el recíproco de la distancia focal expresada en metros. La unidad de potencia es la **dioptría**. De esta manera, una lente con $f = 0.50$ m tiene

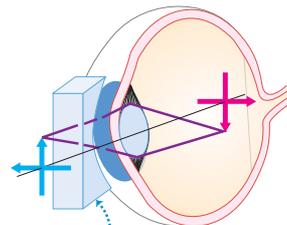
34.48 Un tipo de ojo astigmático y cómo se corrige.

a) La imagen de las líneas verticales se forman delante de la retina



La forma del ocular o del cristalino hace que los elementos verticales y horizontales se enfoquen a diferentes distancias.

b) Una lente cilíndrica corrige el astigmatismo



Esta lente cilíndrica se curva en la dirección vertical pero no en la horizontal, cambiando la distancia focal de los elementos verticales.

una potencia de 2.0 dioptrías, $f = -0.25$ corresponde a -4.0 dioptrías, y así sucesivamente. Los números de una receta de anteojos son normalmente potencias expresadas en dioptrías. Cuando se busca corregir tanto astigmatismo como miopía o hipermetropía, se indican tres números: uno correspondiente a la potencia esférica, otro a la potencia cilíndrica, y un ángulo que describe la orientación del eje del cilindro.

Otro método para corregir muchos defectos de la visión consiste en cambiar la forma de la córnea. Esto se suele hacer mediante un procedimiento denominado *keratomileusis in situ asistida con láser*, o LASIK, por las siglas de *laser-assisted in situ keratomileusis*. Se practica una incisión en la córnea y se dobla hacia atrás una faja de tejido externo de la córnea. Después se utiliza un láser ultravioleta intermitente con un haz de sólo $50 \mu\text{m}$ de ancho (aproximadamente $\frac{1}{200}$ del ancho de un cabello humano), para vaporizar áreas microscópicas del tejido subyacente. En seguida se vuelve la faja de tejido a su posición original, donde se amolda a la nueva forma “tallada” por el láser.

Ejemplo 34.13 Corrección de hipermetropía

El punto cercano de cierto ojo hipermetrope está a 100 cm delante del ojo. Para ver con claridad un objeto situado a 25 cm delante del ojo, ¿qué lente de contacto se necesita?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Se busca que la lente forme una imagen virtual del objeto en el punto cercano del ojo, a 100 cm delante de él. Es decir, cuando $s = 25$ cm, se busca que s' sea de 100 cm.

PLANTEAR: La figura 34.49 presenta la situación. Determinamos la distancia focal necesaria de la lente de contacto, a partir de la relación entre objeto e imagen correspondiente a una lente delgada [ecuación (34.16)].

EJECUTAR: De acuerdo con la ecuación (34.16),

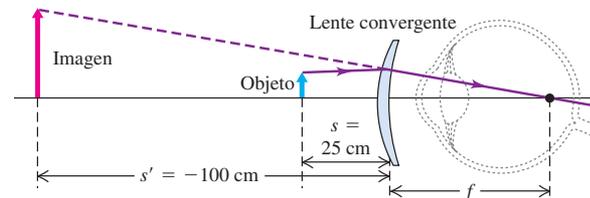
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{+25 \text{ cm}} + \frac{1}{-100 \text{ cm}}$$

$$f = +33 \text{ cm}$$

Se necesita una lente convergente con distancia focal $f = 33$ cm. La potencia correspondiente es de $1/(0.33 \text{ m})$, esto es, $+3.0$ dioptrías.

EVALUAR: En este ejemplo se utiliza una lente de contacto para corregir la hipermetropía. Si se hubieran empleado anteojos, habría sido necesario tener en cuenta la separación entre el ojo y la lente de los anteojos, y se necesitaría una potencia algo diferente (véase el ejemplo 34.14).

34.49 Empleo de una lente de contacto para corregir hipermetropía.



Ejemplo 34.14 Corrección de miopía

El punto lejano de cierto ojo con miopía está a 50 cm delante del ojo. Para ver con claridad un objeto situado en el infinito, ¿qué lente de anteojos se requiere? Suponga que la lente se usa a 2 cm delante del ojo.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: El punto lejano de un ojo con miopía está más cerca que el infinito. Para ver nítidamente objetos situados más allá del pun-

to lejano, se necesita una lente que forme una imagen virtual de tales objetos no más lejos que el punto lejano.

PLANTEAR: La figura 34.50 presenta la situación. Suponga que la imagen virtual del objeto situado en el infinito se forma en el punto lejano, a 50 cm delante del ojo y a 48 cm delante de la lente de anteojos. Entonces, cuando $s = \infty$, se busca que s' sea de -48 cm. Como en el

ejemplo 34.13, la distancia focal necesaria se calcula con base en los valores de s y s' .

EJECUTAR: De acuerdo con la ecuación (34.16),

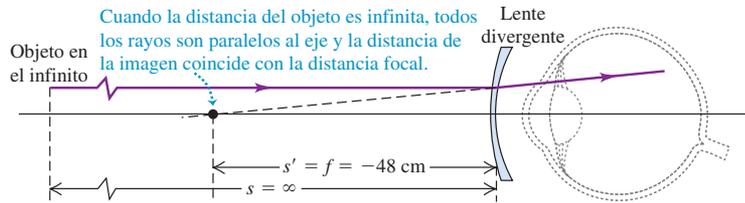
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-48 \text{ cm}}$$

$$f = -48 \text{ cm}$$

Se necesita una lente *divergente* con una distancia focal de $-48 \text{ cm} = -0.48 \text{ m}$. La potencia es de -2.1 dioptrías.

EVALUAR: En cambio, si se utilizara una lente de *contacto*, se necesitaría una $f = -50 \text{ cm}$ y una potencia de -2.0 dioptrías. ¿Sabe usted por qué?

34.50 Uso de un lente de contacto para corregir la miopía.



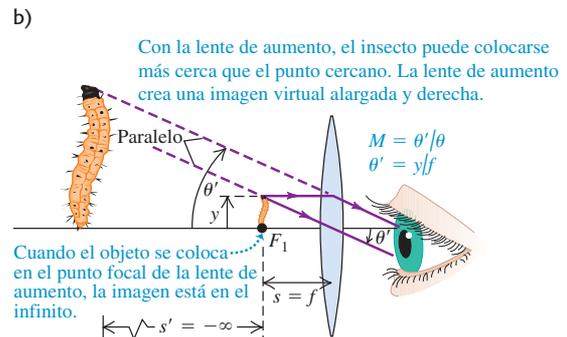
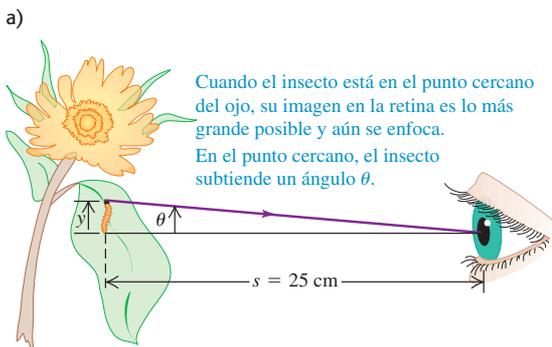
Evalúe su comprensión de la sección 34.6 Cierta lente de anteojos es delgada en el centro, aún más delgada en sus bordes superior e inferior, y relativamente gruesa en sus bordes izquierdo y derecho. ¿Qué defectos de visión se intentan corregir con esta lente? i) hipermetropía para objetos orientados tanto vertical como horizontalmente; ii) miopía para objetos orientados tanto vertical como horizontalmente; iii) hipermetropía para objetos orientados verticalmente y miopía para objetos orientados horizontalmente; iv) hipermetropía para objetos orientados horizontalmente y miopía para objetos orientados verticalmente.

34.7 La lente de aumento

El tamaño aparente de un objeto está determinado por el tamaño de su imagen en la retina. En el ojo no asistido, este tamaño depende del *ángulo* θ que subtende el objeto en el ojo, conocido como su **tamaño angular** (figura 34.51a).

Para observar de cerca un objeto pequeño, como un insecto o un cristal, lo acercamos al ojo para que el ángulo subtendido y la imagen retiniana sean lo más grandes posible. Sin embargo, el ojo no puede enfocar nítidamente objetos más próximos que el punto cercano; por lo tanto, el tamaño angular de un objeto es máximo (es decir, subtendiendo el ángulo de visión más grande posible) cuando se encuentra en el punto cercano. En el análisis subsiguiente supondremos un observador promedio, para quien el punto cercano está a 25 cm del ojo.

- 34.51** a) El tamaño angular θ es máximo cuando el objeto está en el punto cercano.
 b) La lente de aumento forma una imagen virtual en el infinito. Esta imagen virtual aparece ante el ojo como un objeto real que subtende un ángulo más grande θ' en el ojo.



Una lente convergente permite formar una imagen virtual más grande y más alejada del ojo que el objeto mismo, como se muestra en la figura 34.51b. En estas condiciones, el objeto se puede acercar más al ojo, y el tamaño angular de la imagen puede ser considerablemente más grande que el tamaño angular del objeto a 25 cm sin la lente. Una lente que se utiliza de este modo recibe el nombre de **lente de aumento**, también conocida como *vidrio de aumento* o *lupa simple*. La imagen virtual se ve con máxima comodidad cuando se halla en el infinito, de modo que el músculo ciliar del ojo esté relajado, lo cual significa que el objeto se coloca en el punto focal F_1 de la lente de aumento. En el análisis que sigue supondremos que éste es el caso.

En la figura 34.51a el objeto está en el punto cercano, donde subtende un ángulo θ en el ojo. En la figura 34.51b una lente de aumento delante del ojo forma una imagen en el infinito, y el ángulo subtendido por la lente de aumento es θ' . La utilidad de la lente de aumento queda expresada por la razón del ángulo θ' (con la lente de aumento) con respecto al ángulo θ (sin la lente de aumento). Esta razón se conoce como el **aumento angular** M :

$$M = \frac{\theta'}{\theta} \quad (\text{aumento angular}) \quad (34.21)$$

CUIDADADO **Aumento angular contra aumento lateral** No confunda el aumento *angular* M con el aumento *lateral* m . El aumento angular es la razón del tamaño *angular* de una imagen con respecto al tamaño angular del objeto correspondiente; el aumento lateral se refiere a la razón de la *altura* de la imagen con respecto a la altura del objeto correspondiente. En la situación de la figura 34.51b, el aumento angular es de aproximadamente $3\times$, porque el insecto subtende un ángulo aproximadamente tres veces más grande que el de la figura 34.51a; por lo tanto, el insecto parece al ojo aproximadamente tres veces más grande. El aumento *lateral* $m = -s'/s$ de la figura 34.51b es *infinito* porque la imagen virtual está en el infinito, ¡pero eso no significa que el insecto se vea infinitamente grande a través de la lente de aumento! (Por ello, no intentamos dibujar un insecto infinitamente grande en la figura 34.51b.) Cuando se utiliza una lente de aumento, M es útil, pero m no lo es. ■

Para hallar el valor de M , primero suponemos que los ángulos son lo suficientemente pequeños como para que cada ángulo (en radianes) sea igual a su seno y a su tangente. Con base en la figura 34.51a, y trazando el rayo de la figura 34.51b que atraviesa sin desviarse el centro de la lente, hallamos que θ y θ' (en radianes) son

$$\theta = \frac{y}{25 \text{ cm}} \quad \theta' = \frac{y}{f}$$

Combinando estas expresiones con la ecuación (34.21):

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{y/f}{y/25 \text{ cm}} = \frac{25 \text{ cm}}{f} \quad (\text{aumento angular de una lente de aumento simple}) \quad (34.22)$$

Parecería que es posible agrandar el aumento angular tanto como se desee reduciendo la distancia focal f . De hecho, las aberraciones de una lente simple biconvexa establecen un límite de M entre aproximadamente $3\times$ y $4\times$. Si se corrigen estas aberraciones, se puede alcanzar un aumento angular de hasta $20\times$. Cuando se necesita un aumento aún mayor, por lo general se utiliza un microscopio compuesto, el cual estudiaremos en la siguiente sección.

Evalúe su comprensión de la sección 34.7 Usted examina una gema utilizando una lente de aumento. Si cambia ésta por otra lente de aumento con el doble de distancia focal, i) tendrá que mantener el objeto a una distancia del doble y el aumento angular también será del doble; ii) tendrá que mantener el objeto a una distancia del doble y el aumento angular será $\frac{1}{2}$ más grande; iii) tendrá que mantener el objeto a la mitad de la distancia y el aumento angular será del doble; iv) tendrá que mantener el objeto a la mitad de la distancia y el aumento angular también será de la mitad. ■



34.8 Microscopios y telescopios

Las cámaras, los anteojos y las lentes de aumento utilizan una sola lente para formar la imagen. Dos dispositivos ópticos importantes que utilizan *dos* lentes son el microscopio y el telescopio. En estos dispositivos una lente primaria, u *objetivo*, forma una imagen real, y una lente secundaria, u *ocular*, sirve como lente de aumento para formar una imagen virtual ampliada.

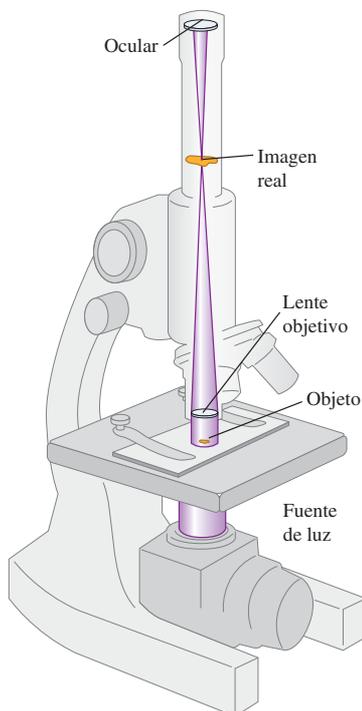
Microscopios

Cuando se necesita un aumento mayor que el obtenido con una lente de aumento simple, el instrumento que se utiliza normalmente es el **microscopio**, también conocido como *microscopio compuesto*. En la figura 34.52a se muestran los elementos básicos de un microscopio. Para analizar este sistema aplicamos el principio de que una imagen formada por un elemento óptico como una lente o espejo puede servir como objeto de un segundo elemento. Empleamos este principio en la sección 34.4, cuando dedujimos la ecuación de lentes delgadas por aplicación repetida de la ecuación de refracción en una sola superficie; lo utilizamos de nuevo en el ejemplo 34.11 (sección 34.4), donde se usó la imagen formada por una lente como objeto de una segunda lente.

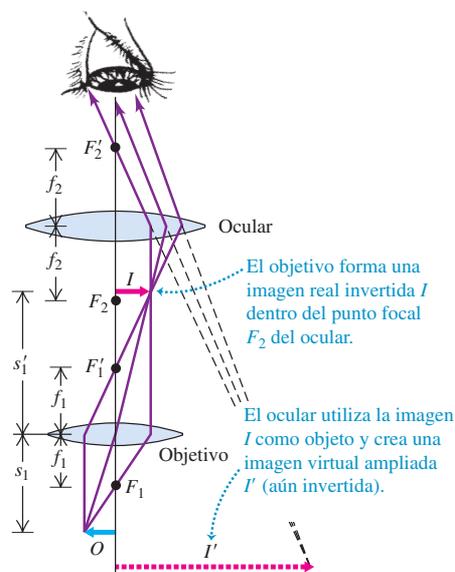
El objeto O que examinaremos se coloca inmediatamente después del primer punto focal F_1 del **objetivo**, que es una lente convergente que forma una imagen real y ampliada I (figura 34.52b). En un instrumento correctamente diseñado, esta imagen se halla inmediatamente hacia adentro con respecto al primer punto focal F'_1 de una segunda lente convergente llamada **ocular**. (Dejamos en sus manos descubrir por qué la imagen debe estar inmediatamente *por adentro* de F'_1 ; véase el problema 34.108.)

34.52 a) Elementos de un microscopio. b) El objeto O se coloca inmediatamente por fuera del primer punto focal del objetivo (para mayor claridad, se exageró la distancia s_1). c) Esta imagen de microscopio muestra organismos unicelulares de aproximadamente 2×10^{-4} (0.2 mm) de diámetro. Microscopios ópticos comunes pueden mostrar características tan pequeñas como 2×10^{-7} m, que son comparables con la longitud de onda de la luz.

a) Elementos de un microscopio



b) Óptica del microscopio



c) Alga de agua dulce unicelular (*Micrasterias denticulata*)



El ocular funciona como lente de aumento simple, como se explicó en la sección 34.7, y forma una imagen virtual final I' de I . La posición de I' puede hallarse en cualquier punto entre los puntos cercano y lejano del ojo. Tanto el objetivo como el ocular de un microscopio real son lentes compuestas corregidas en alto grado y con varios elementos ópticos; para simplificar, no obstante, aquí los mostramos como lentes delgadas simples.

En una lente de aumento simple, lo que importa al mirar a través de un microscopio es el aumento *angular* M . El aumento angular total del microscopio compuesto es el producto de dos factores. El primero de ellos es el aumento *lateral* m_1 del objetivo, el cual determina el tamaño lineal de la imagen real I ; el segundo factor es el aumento *angular* M_2 del ocular, el cual relaciona el tamaño angular de la imagen virtual vista a través del ocular con el tamaño angular que la imagen real I tendría si se la viera *sin* el ocular. El primero de estos factores viene dado por

$$m_1 = -\frac{s'_1}{s_1} \quad (34.23)$$

donde s_1 y s'_1 son las distancias de objeto y de imagen, respectivamente, correspondientes a la lente objetivo. En condiciones ordinarias el objeto está muy cerca del punto focal, y la distancia de imagen resultante s'_1 es muy grande en comparación con la distancia focal f_1 de la lente objetivo. Por consiguiente, s_1 es aproximadamente igual a f_1 , y podemos escribir $m_1 = -s'_1/f_1$.

La imagen real I está cerca del punto focal F'_1 del ocular; por lo tanto, para obtener el aumento angular del ocular aplicamos la ecuación (34.22): $M_2 = (25 \text{ cm})/f_2$, donde f_2 es la distancia focal del ocular (considerado como lente simple). El aumento angular total M del microscopio compuesto (aparte de un signo negativo, que habitualmente se pasa por alto) es el producto de dos aumentos:

$$M = m_1 M_2 = \frac{(25 \text{ cm})s'_1}{f_1 f_2} \quad \begin{array}{l} \text{(aumento angular} \\ \text{de un microscopio)} \end{array} \quad (34.24)$$

donde s'_1 , f_1 y f_2 se miden en centímetros. La imagen final es invertida con respecto al objeto. Por lo regular, los fabricantes de microscopios especifican los valores de m_1 y M_2 de los componentes del microscopio, en vez de las distancias focales del objetivo y del ocular.

La ecuación (34.24) muestra que es posible incrementar el aumento angular de un microscopio utilizando un objetivo de distancia focal más corta f_1 , con lo cual se incrementa m_1 y el tamaño de la imagen real I . Casi todos los microscopios ópticos tienen un “revólver” giratorio con tres o más objetivos de diferente distancia focal, con lo cual es posible ver el mismo objeto a diferentes aumentos. También el ocular debe tener una distancia focal f_2 corta para aumentar al máximo el valor de M .

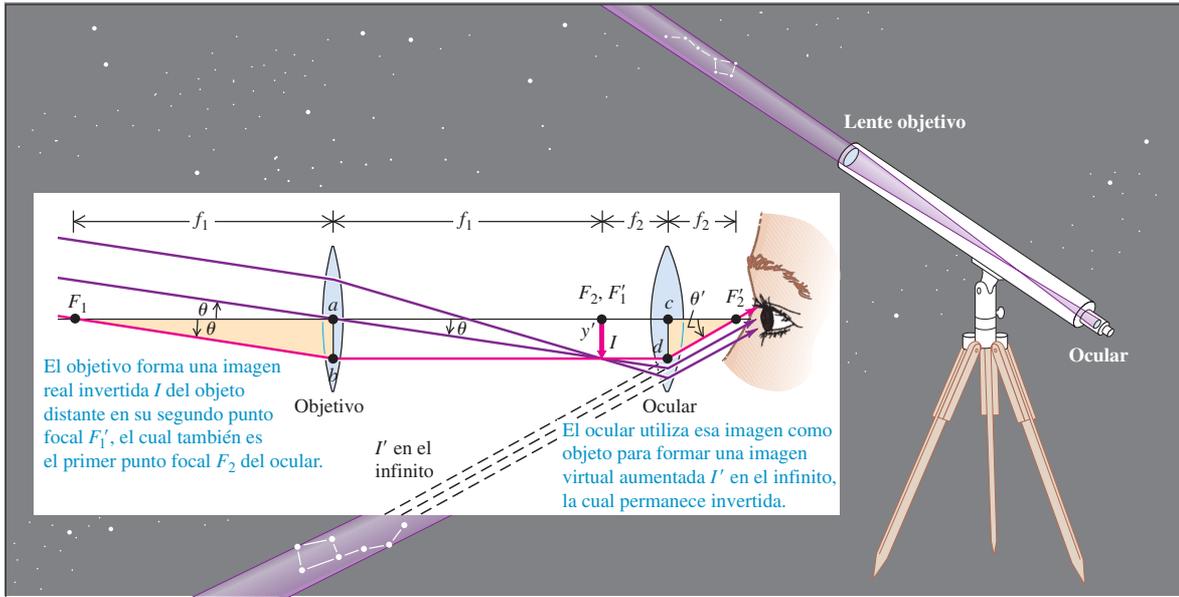
Para tomar una fotografía con un microscopio (llamada *fotomicrografía* o *micrografía*), se quita el ocular y se coloca una cámara fotográfica, de manera que la imagen real I llegue al detector CCD o a la película. La figura 34.52c muestra tal fotografía. En este caso, lo que importa es el aumento *lateral* del microscopio, el cual se obtiene con la ecuación (34.23).

Telescopios

El sistema óptico de un **telescopio** es semejante al de un microscopio compuesto. En ambos instrumentos, la imagen formada por un objetivo se observa a través de un ocular. La diferencia fundamental es que el telescopio se utiliza para ver objetos grandes situados a enormes distancias, y el microscopio sirve para ver objetos pequeños muy cercanos. Otra diferencia es que muchos telescopios utilizan un espejo curvo, no una lente, como objetivo.

En la figura 34.53 se muestra un *telescopio astronómico*. Debido a que este telescopio emplea una lente como objetivo, se le conoce como *telescopio de refracción* o *refractor*. La lente objetivo forma una imagen real reducida I del objeto. Esta imagen es el objeto para la lente ocular, la cual forma una imagen virtual ampliada de I . Los objetos que se observan con un telescopio, por lo regular, están tan lejos del instrumento, que la primera imagen I se forma casi exactamente en el segundo punto focal de la

34.53 Sistema óptico de un telescopio astronómico de refracción.



lente objetivo. Si la imagen final I' formada por el ocular se halla en el infinito (para ser vista con la máxima comodidad por un ojo normal), la primera imagen también debe estar en el primer punto focal del ocular. La distancia entre objetivo y ocular, que es la longitud del telescopio, es por ende la *suma* de las distancias focales del objetivo y del ocular: $f_1 + f_2$.

El aumento angular M de un telescopio se define como la razón del ángulo que subtende en el ojo la imagen final I' con respecto al ángulo que subtende el objeto en el ojo (no asistido). Podemos expresar esta razón en términos de las distancias focales del objetivo y del ocular. En la figura 34.53 el rayo que pasa por F_1 , el primer punto focal del objetivo, y por F_2 , el segundo punto focal del ocular, se muestra en color rojo. El objeto (que no se muestra) subtende un ángulo θ en el objetivo, y subtendería prácticamente el mismo ángulo en el ojo no asistido. Asimismo, dado que el ojo del observador se encuentra inmediatamente a la derecha del punto focal F_2' , el ángulo que subtende la imagen final en el ojo es casi igual al ángulo θ' . Como bd es paralela al eje óptico, las distancias ab y cd son iguales entre sí y también a la altura y' de la imagen real I . Debido a que los ángulos θ y θ' son pequeños, sus tangentes son una buena aproximación de su valor. Con base en los triángulos rectángulos F_1ab y $F_2'cd$,

$$\theta = \frac{-y'}{f_1} \quad \theta' = \frac{y'}{f_2}$$

y el aumento angular M es

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = -\frac{y'/f_2}{y'/f_1} = -\frac{f_1}{f_2} \quad \text{(aumento angular de un telescopio)} \quad (34.25)$$

El aumento angular M de un telescopio es igual a la razón de la distancia focal del objetivo con respecto a la del ocular. El signo negativo indica que la imagen final es invertida. La ecuación (34.25) muestra que, para lograr un buen aumento angular, un *telescopio* debería tener una distancia focal de objetivo f_1 *larga*. En cambio, la ecuación (34.24) muestra que un *microscopio* debe tener una distancia focal de objetivo *corta*. Sin embargo, un objetivo de telescopio con distancia focal larga también debe tener un diámetro D grande, para que el número f , es decir, f_1/D , no sea demasiado grande; como se describió en la sección 34.5, un número f grande significa una imagen

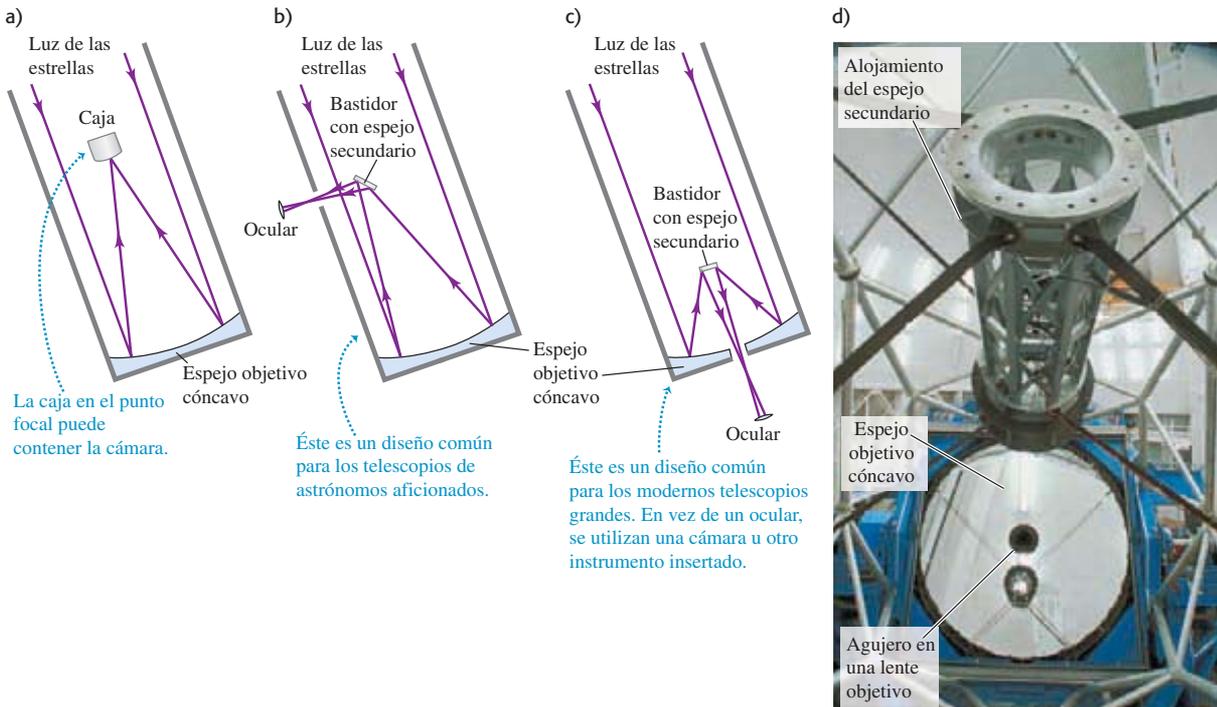
tenue de poca intensidad. Típicamente, los telescopios no tienen objetivos intercambiables; en cambio, el aumento se modifica utilizando distintos oculares de diferente distancia focal f_2 . Como en el caso del microscopio, los valores pequeños de f_2 proporcionan aumentos angulares más grandes.

Una imagen invertida no representa una desventaja en la observación astronómica. Sin embargo, cuando usamos un telescopio o unos binoculares, que son en esencia un par de telescopios montados uno al lado de otro, para ver objetos en la Tierra, queremos que la imagen esté al derecho. En los binoculares de prisma, esto se consigue reflejando la luz varias veces a lo largo del trayecto del objetivo al ocular. El efecto combinado de estas reflexiones es voltear la imagen tanto en sentido horizontal como vertical. Normalmente, los binoculares se describen mediante dos números separados por un signo de multiplicación; por ejemplo: 7×50 . El primer número es el aumento angular M ; y el segundo, el diámetro de las lentes objetivo (en milímetros). El diámetro ayuda a establecer la capacidad colectora de luz de las lentes objetivo y, con ello, el brillo de la imagen.

En el *telescopio de reflexión* (figura 34.54a) se ha sustituido la lente objetivo por un espejo cóncavo. En los telescopios grandes este sistema ofrece muchas ventajas, tanto teóricas como prácticas. Los espejos están inherentemente libres de aberraciones cromáticas (dependencia de la distancia focal con respecto a la longitud de onda), y las aberraciones esféricas (asociadas con la aproximación paraxial) son más fáciles de corregir que en el caso de las lentes. En algunos casos la superficie reflectante es parabólica en vez de esférica. No es necesario que el material del espejo sea transparente, y puede ser más rígido que una lente, la cual debe sostenerse sólo por sus bordes.

Los telescopios de reflexión más grandes del mundo, los telescopios Keck en la cima del Mauna Kea en Hawai, tienen cada uno un espejo de 10 m de diámetro total compuesto de 36 elementos reflectores hexagonales individuales.

34.54 a), b) c) Tres diseños para telescopios de reflexión. d) esta fotografía muestra el interior del telescopio Gemini North, que utiliza el diseño mostrado en c). El espejo objetivo tiene 8 metros de diámetro.



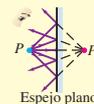
Un desafío en el diseño de telescopios de reflexión es que la imagen se forma delante del espejo objetivo, en una región que los rayos entrantes recorren. Isaac Newton ideó una solución a este problema. Un espejo secundario plano orientado a 45° del eje óptico hace que la imagen se forme en un orificio del lado del telescopio, donde se puede ampliar con un ocular (figura 34.54b). Otra solución consiste en usar un espejo secundario que hace que la luz enfocada pase por un orificio en el espejo objetivo (figura 34.54c). Los grandes telescopios de investigación, al igual que los telescopios de aficionados, emplean tal diseño (figura 34.54d).

Al igual que con el microscopio, cuando se utiliza un telescopio para obtener fotografías, se quita el ocular y se coloca la película fotográfica o un detector CCD en la posición de la imagen real que forma el objetivo. (Ciertas “lentes” de distancia focal larga para fotografía son en realidad telescopios de reflexión utilizados de este modo.) La mayoría de los telescopios que se emplean en la investigación astronómica nunca se usan con ocular.

Evalúe su comprensión de la sección 34.8 ¿Qué proporciona un aumento lateral del máximo valor absoluto: i) los lentes objetivo de un microscopio (figura 34.52); ii) los lentes objetivos de un telescopio de refracción (figura 34.53); o iii) no se da la información suficiente para decidir?

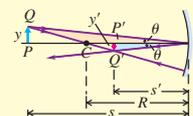
CAPÍTULO 34 RESUMEN

Reflexión o refracción sobre una superficie plana: Cuando divergen rayos a partir de un punto de objeto P y son reflejados o refractados, la dirección de los rayos salientes es la misma que si hubiesen divergido desde un punto P' conocido como punto de imagen. Si convergen en realidad en P' y divergen nuevamente más allá de ese punto, P' es una imagen real de P ; si sólo parecen divergir a partir de P' , se trata de una imagen virtual. Las imágenes pueden ser derechas o invertidas.

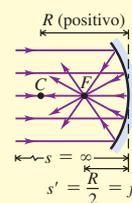


Aumento lateral: En cualquier situación de reflexión o refracción, el aumento lateral m se define como la razón de la altura de la imagen y' con respecto a la altura del objeto y . Cuando m es positivo, la imagen es derecha; y cuando m es negativo, la imagen es invertida.

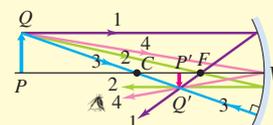
$$m = \frac{y'}{y} \quad (34.2)$$



Punto focal y distancia focal: El punto focal de un espejo es el punto donde los rayos paralelos convergen después de reflejarse en un espejo cóncavo, o bien, el punto desde el que parecen divergir después de reflejarse en un espejo convexo. Los rayos que divergen a partir del punto focal de un espejo cóncavo son paralelos después de reflejarse; los rayos que convergen hacia el punto focal de un espejo convexo también son paralelos después de reflejarse. La distancia del punto focal al vértice se llama distancia focal y se denota con f . Los puntos focales de una lente se definen de modo análogo.



Relación entre las distancias de objeto y de imagen: En la tabla que sigue se resumen las fórmulas de distancia de objeto s y distancia de imagen s' correspondientes a espejos planos y esféricos, y superficies refractivas individuales. La ecuación referente a una superficie plana se obtiene de la ecuación correspondiente aplicable a una superficie esférica, fijando $R = \infty$. (Véanse los ejemplos 34.1 a 34.7.)



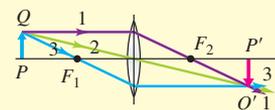
	Espejo plano	Espejo esférico	Superficie refractiva plana	Superficie refractiva esférica
Distancias de objeto y de imagen	$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = 0$	$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}$	$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = 0$	$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}$
Aumento lateral	$m = -\frac{s'}{s} = 1$	$m = -\frac{s'}{s}$	$m = -\frac{n_a s'}{n_b s} = 1$	$m = -\frac{n_a s'}{n_b s}$

Las relaciones entre objeto e imagen deducidas en este capítulo son válidas sólo con respecto a rayos cercanos y casi paralelos al eje óptico, llamados rayos paraxiales. Los rayos no paraxiales no convergen de forma precisa en un punto de imagen. El efecto recibe el nombre de aberración esférica.

Lentes delgadas: La relación entre objeto e imagen, dada por la ecuación (34.16), es la misma en el caso de una lente delgada que en el de un espejo esférico. La ecuación (34.19), la ecuación del fabricante de lentes, relaciona la distancia focal de una lente con su índice de refracción, y los radios de curvatura de sus superficies. (Véanse los ejemplos 34.8 a 34.11.)

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad (34.16)$$

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (34.19)$$



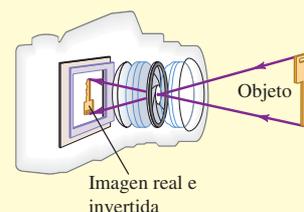
Reglas de signos: Las reglas de signos siguientes se aplican a todas las superficies reflectantes y refractivas tanto planas como esféricas.

- $s > 0$ cuando el objeto está del lado entrante de la superficie (objeto real); $s < 0$ en caso contrario.
- $s' > 0$ cuando la imagen está del lado saliente de la superficie (imagen real); $s' < 0$ en caso contrario.
- $R > 0$ cuando el centro de curvatura está del lado saliente de la superficie; $R < 0$ en caso contrario.
- $m > 0$ cuando la imagen es derecha; $m < 0$ cuando es invertida.

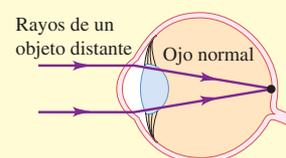
Cámaras fotográficas: Una cámara fotográfica forma una imagen real, invertida y reducida del objeto que se fotografía sobre una superficie sensible a la luz. La cantidad de luz que incide en la superficie se regula mediante la rapidez del obturador y la abertura. La intensidad de esta luz es inversamente proporcional al cuadrado del número f de la lente. (Véase el ejemplo 34.12.)

$$\text{Número } f = \frac{\text{Longitud focal}}{\text{Diámetro de abertura}} \quad (34.20)$$

$$= \frac{f}{D}$$

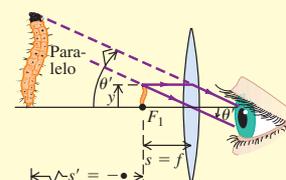


El ojo: En el ojo, la refracción en la superficie de la córnea forma una imagen real en la retina. El ajuste por las diversas distancias de objeto se lleva a cabo oprimiendo el cristalino (la lente) para que se arque y, de este modo, disminuya su distancia focal. Un ojo con miopía es demasiado largo en relación con su cristalino; un ojo hipermetrope es demasiado corto. La potencia de una lente correctiva, en dioptrías, es el recíproco de la distancia focal en metros. (Véanse los ejemplos 34.13 y 34.14.)

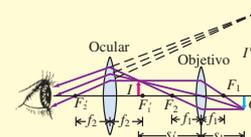


La lente de aumento simple: La lente de aumento simple crea una imagen virtual, cuyo tamaño angular θ' es mayor que el tamaño angular θ del objeto mismo a una distancia de 25 cm, la mínima distancia nominal para una visión cómoda. El aumento angular M de una lente de aumento simple es la razón del tamaño angular de la imagen virtual con respecto al tamaño angular del objeto a esta distancia.

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{25 \text{ cm}}{f} \quad (34.22)$$



Microscopios y telescopios: En un microscopio compuesto, la lente objetivo forma una primera imagen en el cañón del instrumento, y el ocular forma una imagen virtual final, que suele hallarse en el infinito, de la primera imagen. El telescopio funciona con base en el mismo principio, pero el objeto está muy alejado. En un telescopio de reflexión, la lente objetivo se sustituye por un espejo cóncavo, el cual elimina las aberraciones cromáticas.



Términos clave

objeto, 1157
 objeto puntual, 1158
 objeto extenso, 1158
 imagen, 1158
 imagen virtual, 1158
 imagen real, 1158
 distancia de objeto, 1159
 distancia de imagen, 1159
 aumento lateral, 1160
 imagen derecha, 1160
 imagen invertida, 1160
 imagen inversa, 1160

centro de curvatura, 1161
 vértice, 1161
 eje óptico, 1161
 rayos paraxiales, 1162
 aproximación paraxial, 1162
 aberración esférica, 1162
 punto focal (foco), 1163
 distancia focal, 1163
 rayos principales, 1167
 lente delgada, 1174
 lente convergente, 1174
 lente divergente, 1176

ecuación del fabricante de lentes, 1177
 cámara fotográfica, 1182
 número f , 1184
 potencia, 1187
 dioptría, 1187
 tamaño angular, 1189
 lente de aumento, 1190
 aumento angular, 1190
 microscopio, 1191
 objetivo, 1191
 ocular, 1191
 telescopio, 1192

Respuesta a la pregunta de inicio de capítulo ?

Una lente de aumento (simple) produce una imagen virtual con un tamaño angular grande que está infinitamente alejada, de manera que usted puede verla nítidamente enfocada con sus ojos relajados. (Un cirujano que practique una microcirugía no apreciaría tener una tensión en sus ojos mientras trabaja.) El objeto debería estar en el punto focal de la lente, así que el objeto y la lente están separados una distancia focal.

Respuestas a las preguntas de Evalúe su comprensión

- 34.1 Respuesta: iv)** Cuando usted se halla a una distancia s del espejo, su imagen está a una distancia s del otro lado del espejo, y la distancia entre usted y su imagen es de $2s$. Al acercarse al espejo, la distancia $2s$ cambia dos veces más rápidamente que la distancia s ; por lo tanto, su imagen se acerca a usted con una rapidez de $2v$.
- 34.2 Respuestas: a) cóncavo, b) ii)** Un espejo convexo siempre produce una imagen derecha, pero esa imagen es más pequeña que el

objeto (véase la figura 34.16b). Por lo tanto, se debe usar un espejo cóncavo. La imagen será derecha y aumentada sólo si la distancia del objeto (el rostro) al espejo es menor que la distancia focal del espejo, como en la figura 34.20d.

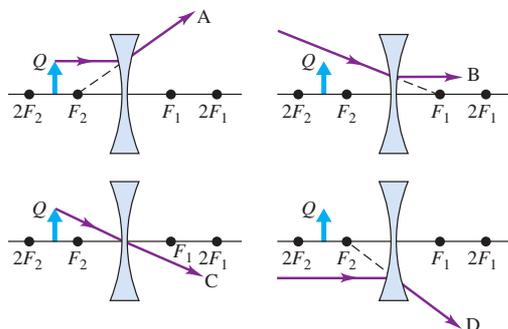
34.3 Respuesta: no El Sol está muy lejos; por lo tanto, la distancia de objeto es prácticamente infinita: $s = \infty$ y $1/s = 0$. El material a es aire ($n_a = 1.00$) y el material b es agua ($n_b = 1.33$); por ello, la posición de la imagen s' está dada por

$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R} \quad \text{o bien} \quad 0 + \frac{1.33}{s'} = \frac{1.33 - 1.00}{R}$$

$$s' = \frac{1.33}{0.33}R = 4.0R$$

La imagen se formaría a 4.0 radios de gota de la superficie anterior de la gota. Sin embargo, como cada gota es sólo una parte de una esfera completa, la distancia de la cara anterior a la posterior de la gota es menor que $2R$. Los rayos de luz solar nunca alcanzan el punto de imagen, y las gotas no forman una imagen del Sol sobre la hoja. Aunque los rayos no están enfocados en un punto, de cualquier manera están concentrados y pueden dañar la hoja.

34.4 Respuestas: A y C Cuando los rayos A y D se extienden hacia atrás, pasan por el punto focal F_2 ; así, antes de que pasaran por la len-



te, eran paralelos al eje óptico. Las figuras muestran que el rayo A emana del punto Q , pero el rayo D no. El rayo B es paralelo al eje óptico, por lo que antes de que pase por la lente, se dirigía hacia el punto focal F_1 . De esta manera, no puede llegar desde el punto Q . El rayo C pasa por el centro de la lente y, por ende, no se desvía por su pasaje; al trazar el rayo de vuelta, se muestra que emana del punto Q .

34.5 Respuesta: iii) El área de la imagen más pequeña del detector CCD significa que el ángulo de visión se ve disminuido por una distancia focal dada. Los objetos individuales hacen imágenes del mismo tamaño en cualquier caso; cuando se utiliza una menor área sensible a la luz, menos imágenes se ajustan al área y se estrecha el campo de visión.

34.6 Respuesta: iii) Esta lente tiene el propósito de corregir un tipo de astigmatismo. A lo largo del eje vertical, la lente está configurada como una lente convergente, y a lo largo del eje horizontal, como lente divergente. Por lo tanto, el ojo es hipermétrope (véase la figura 34.46) con respecto a objetos orientados verticalmente, pero miope con respecto a objetos orientados en sentido horizontal (véase la figura 34.47). Sin corrección, el ojo enfoca los objetos verticales detrás de la retina, y los objetos horizontales, delante de ella.

34.7 Respuesta: ii) El objeto debe sostenerse en el punto focal, que se aleja al doble si se duplica la distancia focal f . La ecuación (24.22) muestra que el aumento angular M es inversamente proporcional a f , así que al duplicar la distancia focal hace que M sea $\frac{1}{2}$ más grande. Para mejorar el aumento, usted debería usar una lente de aumento con una distancia focal *más corta*.

34.8 Respuesta: i) La lente objetivo de un microscopio se diseña para aumentar imágenes de objetos pequeños, así que el valor absoluto de su aumento lateral m es mayor que 1. En cambio, la lente objetivo de un telescopio de refracción se diseña para hacer imágenes *reducidas*. Por ejemplo, la luna tiene miles de kilómetros de diámetro, pero su imagen se puede ajustar a un detector CCD de unos cuantos centímetros de diámetro. Así, $|m|$ es mucho menor que 1 para el telescopio de refracción. (En ambos casos, m es negativo porque el objetivo forma una imagen invertida, lo cual es la causa de que la pregunta pida el valor absoluto de m .)

PROBLEMAS

Para las tareas asignadas por el profesor, visite www.masteringphysics.com



Preguntas para análisis

P34.1. Un espejo esférico se corta horizontalmente por la mitad. ¿Se formará una imagen con la mitad inferior del espejo? Si acaso, ¿dónde se formará la imagen?

P34.2. Con respecto a la situación de la figura 34.3, ¿la distancia de imagen s' es positiva o negativa? ¿La imagen es real o virtual? Explique sus respuestas.

P34.3. Las leyes de la óptica también se aplican a las ondas electromagnéticas invisibles para el ojo. Una antena de televisión por satélite se utiliza para detectar ondas de radio provenientes de satélites en órbita. ¿Por qué se utiliza una superficie reflectante curva (un "plato")? El plato siempre es cóncavo, nunca convexo; ¿por qué? El receptor de radio propiamente dicho se coloca sobre un brazo y se suspende delante del disco. ¿A qué distancia frente al disco se debe colocar?

P34.4. Explique por qué es infinita la distancia focal de un espejo plano, y cuál es el significado de que el punto focal esté en el infinito.

P34.5. Si se sumerge en agua un espejo esférico, ¿cambia su distancia focal? Explique su respuesta.

P34.6. ¿Entre qué límites de posiciones del objeto, un espejo esférico cóncavo forma una imagen real? ¿Y un espejo esférico convexo?

P34.7. Cuando una habitación tiene espejos en dos muros opuestos, se puede ver una serie de reflejos infinitos. Analice este fenómeno en términos de imágenes. ¿Por qué se ven más tenues las imágenes distantes?

P34.8. En el caso de un espejo esférico, si $s = f$, entonces $s' = \infty$, y el aumento lateral m es infinito. ¿Esto tiene sentido? Si lo tiene, ¿qué significa?

P34.9. Tal vez usted haya notado un pequeño espejo convexo junto al cajero automático del banco. ¿Por qué es un espejo convexo, y no uno plano o cóncavo? ¿Qué consideraciones determinan su radio de curvatura?

P34.10. Una estudiante afirma que, en un día soleado, puede hacer fuego utilizando sólo los rayos solares y un espejo cóncavo. ¿Cómo se hace esto? ¿Es pertinente el concepto de imagen? ¿Se puede hacer lo mismo con un espejo convexo? Explique su respuesta.

P34.11. Una persona mira su reflejo en el lado cóncavo de una cuchara reluciente. ¿El reflejo es derecho o invertido? ¿Influye la distancia entre el rostro y la cuchara? ¿Y si la persona se mira en el lado convexo? (¡Haga la prueba!)

P34.12. En el ejemplo 34.4 (sección 34.2) parece haber una ambigüedad con respecto al caso $s = 10$ cm, en cuanto a si s' es $+\infty$ o bien $-\infty$ y si la imagen es derecha o invertida. ¿Cómo se resuelve esto? ¿O no es posible?

P34.13. Suponga que en la situación del ejemplo 34.7 de la sección 34.3 (véase la figura 34.26), una flecha vertical de 2.00 m de alto se pinta en el costado de la alberca bajo la superficie del agua. De acuerdo con el cálculo del ejemplo, a la persona que se muestra en la figura 34.26 le parecería que esta flecha tiene 1.50 m de largo. No obstante, el análisis que sigue a la ecuación (34.13) señala que el aumento correspondiente a una superficie plana refractiva es $m = 1$, lo cual sugiere que a la persona le parecería que la flecha mide 2.00 m de largo. ¿Cómo resolvería usted esta contradicción aparente?

P34.14. En la parte inferior del espejo lateral del lado del pasajero de un automóvil se lee: "los objetos en el espejo están más cerca de lo que parecen". ¿Esto es verdadero? ¿Por qué?

P34.15. ¿Cómo se puede hacer rápidamente una medición aproximada de la distancia focal de una lente convergente? ¿Se podría aplicar el mismo método a una lente divergente? Explique su respuesta.

P34.16. La distancia focal de una lente simple depende del color (longitud de onda) de la luz que la atraviesa. ¿Por qué? ¿Es posible que una lente tenga una distancia focal positiva con ciertos colores y negativa con otros? Explique su respuesta.

P34.17. Cuando una lente convergente se sumerge en agua, ¿aumenta o disminuye su distancia focal en comparación con el valor en el aire? Explique su respuesta.

P34.18. Una burbuja esférica de aire puede funcionar como lente. ¿Se trata de una lente convergente o divergente? ¿Cuál es la relación entre su distancia focal y su radio?

P34.19. ¿Una imagen formada por una superficie reflectante o refractiva puede servir como objeto para una segunda reflexión o refracción? ¿Importa el hecho de que la primera imagen sea real o virtual? Explique su respuesta.

P34.20. Si se coloca un pedazo de película fotográfica donde se halla una imagen real, la película registra la imagen. ¿Se puede hacer esto con una imagen virtual? ¿Cómo se podría registrar una imagen virtual?

P34.21. De acuerdo con lo expuesto en la sección 34.2, los rayos luminosos son reversibles. ¿Siguen siendo válidas las fórmulas de la tabla del resumen de este capítulo, si se intercambian el objeto y la imagen? ¿Qué implica la reversibilidad con respecto a la *forma* de las diversas fórmulas?

P34.22. Usted entró a un concurso de supervivencia que incluye construir un telescopio de emergencia burdo y le proporcionan dos cajas grandes con lentes. ¿Qué par de lentes elegiría? ¿Cómo los identificaría con rapidez?

P34.23. No podemos ver con claridad bajo el agua a simple vista, pero sí podemos hacerlo si nos ponemos una careta o gafas protectoras (con aire entre los ojos y la careta o las gafas). ¿A qué se debe la diferencia? ¿Sería posible ver bajo el agua con ayuda de unos anteojos (con agua entre los ojos y los anteojos)? Si es así, ¿los lentes deben ser convergentes o divergentes? Explique su respuesta.

P34.24. Usted toma una lente y la cubre de manera que sólo pueda pasar luz por la mitad inferior de la lente. ¿Cómo se compara la imagen formada por la lente cubierta con la imagen que formaba antes de cubrirse?

34.2. La imagen de un árbol cubre exactamente la longitud de un espejo plano de 4.00 cm de alto, cuando el espejo se sostiene a 35.0 cm del ojo. El árbol está a 28.0 m del espejo. ¿Cuál es su altura?

34.3. Como se muestra en la figura 34.9, el espejo 1 utiliza la imagen P'_2 formada por el espejo 2 como objeto, y forma una imagen de ella. Demuestre que esta imagen está en el punto P'_3 de la figura.

Sección 34.2 Reflexión en una superficie esférica

34.4. Un espejo cóncavo tiene un radio de curvatura de 34.0 cm. a) ¿Cuál es su distancia focal? b) Si se sumerge el espejo en agua (índice de refracción: 1.33), ¿cuál será su distancia focal?

34.5. Se coloca un objeto de 0.600 cm de altura a 16.5 cm a la izquierda del vértice de un espejo esférico cóncavo, cuyo radio de curvatura es de 22.0 cm. a) Dibuje un diagrama de rayos principales para mostrar la formación de la imagen. b) Determine la posición, el tamaño, la orientación y la naturaleza (real o virtual) de la imagen.

34.6. Repita el ejercicio 34.5 aplicado ahora a un espejo convexo.

34.7. El diámetro de Marte es de 6794 km y su distancia mínima con respecto a la Tierra es de 5.58×10^7 km. Con Marte a esta distancia, determine el diámetro de la imagen del planeta que forma un espejo esférico y cóncavo de telescopio con una distancia focal de 1.75 m.

34.8. Un objeto está a 24.0 cm del centro de un adorno esférico de vidrio plateado de árbol de Navidad con un diámetro de 6.00 cm. ¿Cuáles son la posición y el aumento de su imagen?

34.9. Se coloca una moneda junto al lado convexo de una delgada coraza esférica de vidrio, cuyo radio de curvatura es de 18.0 cm. Se forma una imagen de 1.5 cm de alto de la moneda, 6.00 cm detrás de la coraza de vidrio. ¿Dónde está ubicada la moneda? Determine el tamaño, la orientación y la naturaleza (real o virtual) de la imagen.

34.10. Usted sostiene un tazón de ensalada esférico de 90 cm frente a su cara, con el fondo del tazón hacia usted. El tazón es de metal pulido con un radio de curvatura de 35 cm. a) ¿Dónde se localiza la imagen de su nariz de 2.0 cm de largo? b) ¿Cuáles son el tamaño, la orientación y la naturaleza (real o virtual) de la imagen?

34.11. a) Demuestre que la ecuación (34.6) se puede escribir como $s' = sf/(s - f)$ y que, por lo tanto, el aumento lateral, dado por la ecuación (34.7), se puede expresar como $m = f/(f - s)$. b) Use estas fórmulas para s' y m para graficar s' en función de s para el caso en que $f > 0$ (un espejo cóncavo). c) ¿Para que valores de s es s' positiva, de manera que la imagen sea real? d) ¿Con qué valores de s es s' negativa, de modo que la imagen sea virtual? e) ¿Dónde está la imagen cuando el objeto está inmediatamente por dentro del punto focal (s ligeramente menor que f)? f) ¿Dónde está la imagen si el objeto se halla en el infinito? g) ¿Dónde está la imagen si el objeto se halla junto al espejo ($s = 0$)? h) Grafique m en función de s con respecto al caso de un espejo cóncavo. i) ¿Con qué valores de s la imagen es *derecha* y más grande que el objeto? j) ¿Con qué valores de s la imagen es invertida? k) ¿Con qué valores de s la imagen es más pequeña que el objeto? l) ¿Qué le ocurre al tamaño de la imagen cuando el objeto se coloca en el punto focal?

34.12. Con base en las fórmulas de s' y m obtenidas en el inciso a) del ejercicio 34.11, grafique s' en función de s , y m en función de s , cuando $f < 0$ (espejo convexo), de modo que $f = -|f|$. a) ¿Con qué valores de s es s' positiva? b) ¿Con qué valores de s es s' negativa? c) ¿Dónde está la imagen si el objeto está en el infinito? d) ¿Dónde está la imagen si el objeto se halla junto al espejo ($s = 0$)? ¿Para qué valores de s la imagen es e) *derecha*, f) invertida, g) más grande que el objeto y h) más pequeña que el objeto.

34.13. Espejo de dentista. Un dentista utiliza un espejo curvo para inspeccionar la dentadura en el maxilar superior de la boca de sus pacientes. Suponga que el dentista quiere que se forme una imagen derecha con un aumento de 2.00, cuando el espejo está a 1.25 cm de una pieza dental. (Resuelva este problema como si el objeto y la imagen estuvieran a lo largo de una recta.) a) ¿Qué tipo de espejo (cóncavo o convexo) se necesita? Utilice un diagrama de rayos para responder sin

Ejercicios

Sección 34.1 Reflexión y refracción en una superficie plana

34.1. Una vela de 4.85 cm de alto está 39.2 cm a la izquierda de un espejo plano. ¿Dónde el espejo forma la imagen, y cuál es la altura de ésta?

efectuar ningún cálculo. *b*) ¿Cuáles deben ser la distancia focal y el radio de curvatura de este espejo? *c*) Dibuje un diagrama de rayos principales para comprobar su respuesta al inciso *b*).

34.14. Un espejo esférico cóncavo para afeitarse tiene un radio de curvatura de 32.0 cm. *a*) ¿Cuál es el aumento del rostro de una persona cuando está 12.0 cm a la izquierda del vértice del espejo? *b*) ¿Dónde está la imagen? ¿La imagen es real o virtual? *c*) Dibuje un diagrama de rayos principales para mostrar la formación de la imagen.

Sección 34.3 Refracción en una superficie esférica

34.15. Una partícula de tierra está incrustada a 3.50 cm bajo la superficie de una plancha de hielo ($n = 1.309$). ¿Cuál es su profundidad aparente vista a una incidencia normal?

34.16. Un tanque cuyo fondo es un espejo se llena con agua a una profundidad de 20.0 cm. Un pez pequeño flota inmóvil a 7.0 cm bajo la superficie del agua. *a*) ¿Cuál es la profundidad aparente del pez visto a una incidencia normal? *b*) ¿Cuál es la profundidad aparente de la imagen del pez vista a una incidencia normal?

34.17. Pecera esférica. Un pequeño pez tropical se halla en el centro de una pecera esférica, cuyo diámetro es de 28.0 cm y está llena de agua. *a*) Determine la posición aparente y el aumento del pez para un observador situado afuera de la pecera. Desprecie el efecto de las paredes delgadas de la pecera. *b*) Una amiga aconsejó a la dueña de la pecera mantener ésta lejos de la luz solar directa para no cegar al pez, el cual podría llegar nadando al punto focal de los rayos paralelos provenientes del Sol. ¿El punto focal está efectivamente adentro de la pecera?

34.18. El extremo izquierdo de una larga varilla de vidrio de 6.00 cm de diámetro tiene una superficie hemisférica convexa de 3.00 cm de radio. El índice de refracción del vidrio es de 1.60. Halle la posición de la imagen de un objeto colocado en aire sobre el eje de la varilla a las distancias siguientes a la izquierda del vértice del extremo curvo: *a*) infinitamente lejos, *b*) 12.0 cm, y *c*) 2.00 cm.

34.19. Se sumerge en aceite la varilla del ejercicio 34.18 ($n = 1.45$). Un objeto situado a la izquierda de la varilla en el eje de ésta formará una imagen en un punto que se halla a 1.20 m en el interior de la varilla. ¿Qué tan lejos del extremo izquierdo de la varilla debe estar colocado el objeto para formar la imagen?

34.20. El extremo izquierdo de una larga varilla de vidrio de 8.00 cm de diámetro, con un índice de refracción de 1.60, se esmerila y pule para formar una superficie hemisférica convexa con un radio de 4.00 cm. Un objeto con forma de flecha, de 1.50 mm de altura y en ángulo recto al eje de la varilla, está situado sobre el eje 24.0 cm a la izquierda del vértice de la superficie convexa. Calcule la posición y la altura de la imagen de la flecha formada por los rayos paraxiales que inciden en la superficie convexa. ¿La imagen es derecha o invertida?

34.21. Repita el ejercicio 34.20, en este caso con el extremo de la varilla pulido para formar una superficie hemisférica *cóncava* con un radio de 4.00 cm.

34.22. Se sumerge en un líquido la varilla del ejercicio 34.21. Un objeto situado a 14.0 cm del vértice del extremo izquierdo de la varilla y sobre su eje forma una imagen en un punto que se halla a 9.00 cm del vértice en el interior del líquido. ¿Cuál es el índice de refracción del líquido?

Sección 34.4 Lentes delgadas

34.23. Se coloca un insecto, que mide 3.75 mm de largo, 22.5 cm a la izquierda de una lente delgada planoconvexa. La superficie izquierda de esta lente es plana, la superficie derecha tiene un radio de curvatura de 13.0 cm, y el índice de refracción del material del que está hecha la lente es de 1.70. *a*) Calcule la ubicación y el tamaño de la imagen del insecto que forma esta lente. ¿La imagen es real o virtual? ¿Derecha o invertida? *b*) Repita el inciso *a*) para el caso en que la lente está al revés.

34.24. Una lente forma una imagen de un objeto, el cual está a 16.0 cm de la lente. La imagen está a 12.0 cm de la lente del mismo lado que el objeto. *a*) ¿Cuál es la distancia focal de la lente? ¿Esta es convergente o

divergente? *b*) Si el objeto tiene 8.50 mm de altura, ¿cuál será la altura de la imagen? ¿Es derecha o invertida? *c*) Dibuje un diagrama de rayos principales.

34.25. Una lente divergente de menisco (véase la figura 34.32a) con un índice de refracción de 1.52 tiene superficies esféricas, cuyos radios son de 7.00 cm y 4.00 cm. ¿Cuál es la posición de la imagen de un objeto colocado a 24.0 cm a la izquierda de la lente? ¿Cuál es su aumento?

34.26. Una lente convergente con una distancia focal de 90.0 cm forma una imagen de un objeto real de 3.20 cm de altura, que se halla a la izquierda de la lente. La imagen tiene 4.50 cm de altura y es invertida. ¿Dónde se encuentra el objeto, y dónde la imagen, con respecto a la lente? ¿La imagen es real o virtual?

34.27. Una lente convergente forma una imagen de un objeto real de 8.00 mm de alto. La imagen está a 12.0 cm a la izquierda de la lente, mide 3.40 cm de alto y es derecha. ¿Cuál es la distancia focal de la lente? ¿Dónde se localiza el objeto?

34.28. Una diapositiva fotográfica está a la izquierda de una lente, la cual proyecta una imagen de la diapositiva sobre un muro situado a 6.00 m a la derecha de la diapositiva. La imagen es 80.0 veces más grande que la diapositiva. *a*) ¿A qué distancia de la lente se halla la diapositiva? *b*) ¿La imagen es derecha o invertida? *c*) ¿Cuál es la distancia focal de la lente? ¿Esta es convergente o divergente?

34.29. Una delgada lente biconvexa tiene superficies con radios de curvatura iguales que miden 2.50 cm. Al observar a través de esta lente, puede verse que forma una imagen de un árbol muy lejano a una distancia de 1.87 cm de la lente. ¿Cuál es el índice de refracción de la lente?

34.30. En la figura 34.32 se muestran seis lentes en aire. Todas las lentes son de un material cuyo índice de refracción en $n > 1$. Considerando cada lente por separado, imagine que entra luz a la lente desde la izquierda. Demuestre que las tres lentes de la figura 34.32a tienen distancia focal *positiva* y son, por lo tanto, lentes *convergentes*. Asimismo, demuestre que las tres lentes de la figura 34.32b tienen distancia focal *negativa* y son, por lo tanto, lentes *divergentes*.

34.31. Los ejercicios 34.11 a 34.12 se refieren a espejos esféricos. *a*) Demuestre que las ecuaciones de s' y m deducidas en el inciso *a*) del ejercicio 34.11 también son aplicables a las lentes delgadas. *b*) En el ejercicio 34.11 se utiliza un espejo cóncavo. Repita estos ejercicios con respecto a una lente convergente. ¿Hay diferencias en los resultados cuando se sustituye el espejo por una lente? Explique su respuesta. *c*) En el ejercicio 34.12 se utiliza un espejo convexo. Repita estos ejercicios con respecto a una lente divergente. ¿Hay diferencias en los resultados cuando se sustituye el espejo por una lente? Explique su respuesta.

34.32. Una lente convergente con una distancia focal de 12.0 cm forma una imagen virtual de 8.00 mm de altura, 17.0 cm a la derecha de la lente. Calcule la posición y el tamaño del objeto. ¿La imagen es derecha o invertida? ¿El objeto y la imagen están del mismo lado o en lados opuestos de la lente? Dibuje un diagrama de rayos principales de esta situación.

34.33. Repita el ejercicio 34.32 aplicado al caso de una lente divergente con una distancia focal de -48.0 cm.

34.34. Un objeto está 16.0 cm a la izquierda de una lente, la cual forma una imagen de 36.0 cm a su derecha. *a*) ¿Cuál es la distancia focal de la lente? ¿Esta es convergente o divergente? *b*) Si el objeto tiene 8.00 mm de altura, ¿cuál es la altura de la imagen? ¿Es derecha o invertida? *c*) Dibuje un diagrama de rayos principales.

Sección 34.5 Cámaras fotográficas

34.35. Una lente de cámara tiene una distancia focal de 200 mm. ¿A qué distancia de la lente debe estar el sujeto de la fotografía, si la lente está a 20.4 mm de la película?

34.36. Cuando se enfoca una cámara, la lente se aleja o se acerca con respecto a la película. Si usted toma una fotografía de su amiga, quien se halla de pie a 3.90 m de la lente, con una cámara que tiene una lente cuya distancia focal es de 85 mm, ¿a qué distancia de la lente está la

película? ¿Cabe la imagen completa de su amiga, que tiene una estatura de 175 cm, en película de $24 \text{ mm} \times 36 \text{ mm}$?

34.37. La figura 34.41 muestra fotografías de una misma escena tomadas con una misma cámara con lentes de diferente distancia focal. Si el objeto está a 200 m de la lente, ¿cuál es la magnitud del aumento lateral con una lente cuya distancia focal es de *a*) 28 mm, *b*) 105 mm, y *c*) 300 mm?

34.38. Un fotógrafo toma una fotografía de una aeronave Boeing 747 (longitud: 70.7 m) cuando ésta vuela directamente sobre su cabeza a una altitud de 9.50 km. La lente tiene una distancia focal de 5.00 m. ¿Cuál es la longitud de la imagen de la aeronave en la película?

34.39. Elección de una lente de cámara. El tamaño de imagen de una película fotográfica ordinaria de 35 mm es de $24 \text{ mm} \times 36 \text{ mm}$. Las distancias focales de las lentes disponibles para cámaras de 35 mm son típicamente de 28, 35, 50 (la lente “normal”), 85, 100, 135, 200 y 300 mm, entre otras. ¿Cuál de estas lentes se debería utilizar para fotografiar los objetos siguientes, suponiendo que el objeto debe ocupar la mayor parte del área de la fotografía? *a*) Un edificio de 240 m de altura y 160 m de ancho a una distancia de 600 m. *b*) Una casa rodante de 9.6 m de largo a una distancia de 40.0 m.

34.40. Lente zoom. Considere el modelo simple de la lente zoom que se muestra en la figura 34.43a. La lente convergente tiene una distancia focal $f_1 = 12 \text{ cm}$; y la lente divergente, una distancia focal $f_2 = -12 \text{ cm}$. La separación entre las lentes es de 4 cm, como se muestra en la figura 34.43a. *a*) En el caso de un objeto distante, ¿dónde está la imagen de la lente convergente? *b*) La imagen de la lente convergente sirve como objeto de la lente divergente. ¿Cuál es la distancia de objeto que corresponde a la lente divergente? *c*) ¿Dónde se halla la imagen final? Compare su respuesta con la figura 34.43a. *d*) Repita los incisos *a*), *b*) y *c*) con respecto a la situación que se muestra en la figura 34.43b, donde la separación entre las lentes es de 8 cm.

34.41. La distancia focal de una lente de cámara es de 180.0 mm y su diámetro de apertura es de 16.36 mm. *a*) ¿Cuál es el número f de la lente? *b*) Si la exposición correcta de cierta escena es de $\frac{1}{30} \text{ s}$ a $f/11$, ¿cuál es la exposición correcta a $f/2.8$?

34.42. Recuerde que la intensidad de la luz que llega a la película de una cámara fotográfica es proporcional al área efectiva de la lente. La cámara *A* tiene una lente con diámetro de apertura de 8.00 mm y fotografía un objeto usando el tiempo de exposición correcto de $\frac{1}{30} \text{ s}$. ¿Qué tiempo de exposición debería utilizarse con la cámara *B* al fotografiar el mismo objeto con la misma película, si la cámara tuviera una lente con diámetro de apertura de 23.1 mm?

34.43. Fotografía. Una cámara de 35 mm tiene una lente normal con una distancia focal de 50 mm y puede enfocar objetos entre 45 cm y el infinito. *a*) ¿La lente de esta cámara es cóncava o convexa? *b*) La cámara se enfoca haciendo girar la lente, con lo cual ésta se desplaza en el cuerpo de la cámara y cambia su distancia con respecto a la película. ¿En qué intervalo de distancias entre la lente y el plano de la película se debe desplazar la lente para enfocarla correctamente entre los límites de 45 cm y el infinito?

34.44. Usted desea proyectar la imagen de una diapositiva sobre una pantalla situada a 9.00 m de la lente del proyector de diapositivas. *a*) Si la diapositiva se coloca a 15.0 cm de la lente, ¿qué distancia focal de la lente se requiere? *b*) Si las dimensiones de la fotografía en una diapositiva a color de 35 mm son $24 \text{ mm} \times 36 \text{ mm}$, ¿cuál es el tamaño mínimo de la pantalla de proyección que se requiere para que quepa la imagen?

Sección 34.6 El ojo

34.45. *a*) ¿Dónde se halla el punto cercano de un ojo al que se ha prescrito una lente de contacto con una potencia de +2.75 dioptrías? *b*) ¿Dónde se halla el punto lejano de un ojo al que se ha prescrito una lente de contacto con una potencia de -1.30 dioptrías para hipermetropía?

34.46. Curvatura de la córnea. En un modelo simplificado del ojo humano, los humores acuoso y vítreo y el cristalino tienen todos un índice de refracción de 1.40, y toda la refracción tiene lugar en la córnea, cuyo vértice está a 2.60 cm de la retina. ¿Cuál debería ser el radio de curvatura de la córnea, para que la imagen de un objeto situado a 40.0 cm del vértice de la córnea esté enfocado en la retina?

34.47. Lentes correctivas. Determine la potencia de las lentes de contacto correctivas que requiere *a*) un ojo hipermetrope cuyo punto cercano está a 60.0 cm; *b*) un ojo miope cuyo punto lejano está a 60.0 cm.

Sección 34.7 La lente de aumento

34.48. Una lente delgada con una distancia focal de 6.00 cm se utiliza como lupa simple. *a*) ¿Qué aumento angular se puede obtener con la lente, si el objeto está en el punto focal? *b*) Cuando se examina un objeto a través de la lente, ¿cuánto se puede aproximar a la lente? Suponga que la imagen que el ojo ve está en el punto cercano, a 25.0 cm del ojo, y que la lente está muy cerca del ojo.

34.49. La distancia focal de una lupa simple es de 8.00 cm. Suponga que la lente de aumento es una lente delgada muy próxima al ojo. *a*) ¿A qué distancia delante de la lente de aumento se debe colocar el objeto para que la imagen se forme en el punto cercano del observador, a 25.0 cm frente a su ojo? *b*) Si el objeto tiene 1.00 mm de altura, ¿cuál será la altura de su imagen formada por la lente de aumento?

34.50. Se desea observar a un insecto de 2.00 mm de longitud a través de una lente de aumento. Si el insecto va a estar en el punto focal de la lente de aumento, ¿qué distancia focal proporcionará a la imagen del insecto un tamaño angular de 0.025 radianes?

34.51. Se está examinando una hormiga con una lente de aumento, cuya distancia focal es de 5.00 cm. Si la imagen de la hormiga aparece a 25.0 cm de la lente, ¿a qué distancia de la lente se encuentra la hormiga? ¿De qué lado de la lente está la imagen?

Sección 34.8 Microscopios y telescopios

34.52. Definición de un microscopio. La imagen formada por un objetivo de microscopio con una distancia focal de 5.00 mm está a 160 mm de su segundo punto focal. El ocular tiene una distancia focal de 26.0 mm. *a*) ¿Cuál es el aumento angular del microscopio? *b*) En su punto cercano, el ojo no asistido puede distinguir dos puntos individualmente, si están separados por una distancia de 0.10 mm. ¿Cuál es la separación mínima entre dos puntos que este microscopio puede definir?

34.53. La distancia focal del ocular de cierto microscopio es de 18.0 mm. La distancia focal del objetivo es de 8.00 mm. La distancia entre el objetivo y el ocular es de 19.7 cm. La imagen final formada por el ocular está en el infinito. Trate todas las lentes como delgadas. *a*) ¿Cuál es la distancia del objetivo al objeto que se observa? *b*) ¿Cuál es la magnitud del aumento lineal que el objetivo produce? *c*) ¿Cuál es el aumento angular total del microscopio?

34.54. Cierta microscopio cuenta con objetivos cuya distancia focal es de 16 mm, 4 mm y 1.9 mm, y con oculares que proporcionan aumentos angulares de $5\times$ y $10\times$. Cada objetivo forma una imagen a 120 mm más allá de su segundo punto focal. Determine *a*) el máximo aumento angular total asequible; *b*) el mínimo aumento angular total asequible.

34.55. El telescopio de refracción Yerkes de la Universidad de Chicago tiene un objetivo de 1.02 m de diámetro con un número f de 19.0. (Se trata del telescopio de refracción de mayor diámetro del mundo.) ¿Cuál es su distancia focal?

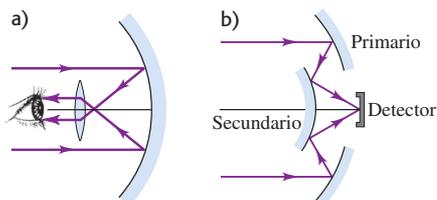
34.56. El ocular de un telescopio de refracción (véase la figura 34.53) tiene una distancia focal de 9.00 cm. La distancia entre el objetivo y el ocular es de 1.80 m, y la imagen final está en el infinito. ¿Cuál es el aumento angular del telescopio?

34.57. Se construye un telescopio con dos lentes con distancias focales de 95.0 cm y 15.0 cm, con la lente de 95.0 cm como objetivo. Tanto el objeto que se observa como la imagen final están en el infinito. *a)* Determine el aumento angular del telescopio. *b)* Calcule la altura de la imagen que el objetivo forma de un edificio de 60.0 m de altura que está a 3.00 km de distancia. *c)* ¿Cuál es el tamaño angular de la imagen final vista por un ojo muy próximo al ocular?

34.58. Desde el Observatorio Lick se observa Saturno por medio de un telescopio de refracción (distancia focal del objetivo, 18 m). Si el diámetro de la imagen de Saturno que produce el objetivo es de 1.7 mm, ¿qué ángulo subtende Saturno cuando se le observa desde la Tierra?

34.59. Se va a construir un telescopio de reflexión (véase la figura 34.55a) con un espejo esférico cuyo radio de curvatura es de 1.30 m y un ocular con una distancia focal de 1.10 cm. La imagen final está en el infinito. *a)* ¿Cuál debe ser la distancia entre el ocular y el vértice del espejo, si se supone que el objeto está en el infinito? *b)* ¿Cuál será el aumento angular?

Figura 34.55 Ejercicios 34.59, 34.60 y problema 34.112.



34.60. Un telescopio reflectante del sistema Cassegrain utiliza dos espejos, y el espejo secundario se enfoca en la imagen a través de un orificio del espejo primario (similar al de la figura 34.55b). Se desea enfocar la imagen de una galaxia distante en el detector de la figura. Si el espejo primario tiene una distancia focal de 2.5 m, el espejo secundario tiene una distancia focal de -1.5 m y la distancia entre el vértice del espejo primario y el detector es de 15 cm. ¿Cuál debería ser la distancia entre los vértices de los dos espejos?

Problemas

34.61. Si se aleja corriendo de un espejo plano a 2.40 m/s, ¿con qué rapidez se aleja su imagen de usted?

34.62. Se coloca un objeto entre dos espejos planos dispuestos en ángulo recto entre sí, a una distancia d_1 de la superficie de uno de los espejos y a una distancia d_2 del otro. *a)* ¿Cuántas imágenes se forman? Muestre la ubicación de las imágenes en un diagrama. *b)* Dibuje la trayectoria de los rayos del objeto al ojo de un observador.

34.63. ¿De qué tamaño es el espejo vertical plano más pequeño en el que una mujer de estatura h puede ver su imagen completa?

34.64. Una bombilla luminosa está a 4.00 m de un muro. Se va a utilizar un espejo cóncavo para proyectar una imagen de la bombilla sobre el muro, de tal modo que la imagen sea 2.25 veces más grande que el objeto. ¿A qué distancia del muro debe estar el espejo? ¿Cuál debe ser su radio de curvatura?

34.65. Un espejo cóncavo debe formar una imagen del filamento de una lámpara de faro automotriz sobre una pantalla situada a 8.00 m del espejo. La altura del filamento es de 6.00 mm, y la imagen debe tener 36.0 cm de altura. *a)* ¿A qué distancia delante del vértice del espejo se debe colocar el filamento? *b)* ¿Cuál debe ser el radio de curvatura del espejo?

34.66. Espejo retrovisor. El espejo del lado del pasajero de su auto es convexo y tiene un radio de curvatura cuya magnitud es de 18.0 cm. *a)* Se observa otro auto en este espejo lateral a 13.0 m detrás del espejo. Si este auto tiene 1.5 m de altura, ¿cuál es la altura de la imagen? *b)* El espejo lleva una advertencia con respecto a que los objetos que se ven en él están más cerca de lo que parecen. ¿A qué se debe esto?

34.67. Suponga que el filamento de la lámpara del ejemplo 34.1 (sección 34.2) se lleva a una posición a 8.0 cm delante del espejo. *a)* ¿Dónde se halla ahora la imagen? ¿Es real o virtual? *b)* ¿Cuál es la altura de la imagen? ¿Es derecha o invertida? *c)* En el ejemplo 34.1, el filamento está a 10.0 cm delante del espejo, y se forma una imagen del filamento sobre un muro a 3.00 m del espejo. Si el filamento está a 8.0 cm del espejo, ¿se puede colocar un muro de modo que se forme una imagen sobre él? En caso afirmativo, ¿dónde se debe colocar el muro? En caso negativo, ¿por qué?

34.68. ¿Dónde se debe colocar un objeto delante de un espejo cóncavo de radio R , de modo que la imagen sea derecha y $2\frac{1}{2}$ veces más grande que el objeto? ¿Dónde se halla la imagen?

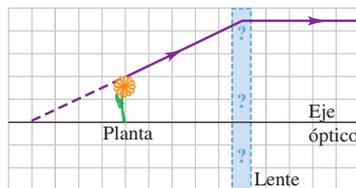
34.69. Objeto virtual. Si la luz que incide desde la izquierda en un espejo convexo no diverge a partir de un punto de objeto, sino que converge hacia un punto situado a una distancia (negativa) s a la derecha del espejo, este punto se describe como un *objeto virtual*. *a)* En el caso de un espejo convexo con un radio de curvatura de 24.0 cm, ¿en qué intervalo de posiciones del objeto virtual se forma una imagen real? *b)* ¿Cuál es la orientación de esta imagen real? *c)* Dibuje un diagrama de rayos principales para mostrar la formación de esta imagen.

34.70. Una capa de benceno ($n = 1.50$) de 2.60 cm de espesor flota sobre agua ($n = 1.33$) cuya profundidad es de 6.50 cm. ¿Cuál es la distancia aparente de la superficie superior del benceno al fondo de la capa de agua, vista con una incidencia normal?

34.71. Dibuje varias lentes delgadas posibles que puedan obtenerse al combinar dos superficies cuyos radios de curvatura son de 4.00 cm y 8.00 cm en magnitud absoluta. ¿Cuáles son convergentes y cuáles son divergentes? Obtenga la distancia focal de cada una, si las superficies están hechas de vidrio cuyo índice de refracción es de 1.60.

34.72. La figura 34.56 muestra una pequeña planta ubicada cerca de una lente delgada. El rayo que se ilustra es uno de los rayos principales de la lente. Cada cuadro equivale a 2.0 cm a lo largo de la dirección horizontal, pero la dirección vertical no está a la misma escala. Utilice la información del diagrama para responder las siguientes preguntas: *a)* A partir sólo del rayo mostrado, defina qué tipo de lente es ésta (convergente o divergente). *b)* ¿Cuál es la distancia focal de la lente? *c)* Localice la imagen dibujando los otros dos rayos principales. *d)* Calcule dónde debería estar la imagen y compare este resultado con la solución gráfica en el inciso c).

Figura 34.56 Problema 34.72.



34.73. Usted conduce su automóvil por la autopista a 25 m/s, cuando echa un vistazo al espejo lateral del pasajero (un espejo convexo con radio de curvatura de 150 cm) y advierte que un camión se acerca a usted. Si la imagen del camión se acerca al vértice del espejo a una rapidez de 1.5 m/s, cuando el camión está a 2.0 m de distancia, ¿con qué rapidez se mueve el camión en relación con la autopista?

34.74. Se enfoca un microscopio sobre la superficie superior de una placa de vidrio. En seguida se coloca una segunda placa sobre la primera. Para enfocar la superficie inferior de la segunda placa, es necesario elevar el microscopio 0.780 mm. Para enfocar la superficie superior, es preciso elevarlo otros 2.50 mm. Calcule el índice de refracción de la segunda placa.

34.75. Imagen tridimensional. El aumento *longitudinal* se define como $m' = ds'/ds$. Relaciona la dimensión longitudinal de un objeto pequeño con la dimensión longitudinal de su imagen. *a)* Demuestre que, en el caso de un espejo esférico, $m' = -m^2$. ¿Cuál es el significado

del hecho de que m' sea *siempre* negativo? b) Una armazón de alambre en forma de un cubo pequeño de 1.00 mm por lado se coloca con su centro sobre el eje de un espejo cóncavo con un radio de curvatura de 150.0 cm. Los lados del cubo son todos ya sea paralelos o perpendiculares al eje. La cara del cubo que da hacia el espejo está a 200.0 cm a la izquierda del vértice del espejo. Obtenga i) la ubicación de la imagen de esta cara y de la cara opuesta del cubo; ii) los aumentos lateral y longitudinal, iii) la forma y dimensiones de cada una de las seis caras de la imagen.

34.76. Remítase al problema 34.75. Demuestre que el aumento longitudinal m' correspondiente a la refracción en una superficie esférica viene dado por

$$m' = -\frac{n_b}{n_a} m^2$$

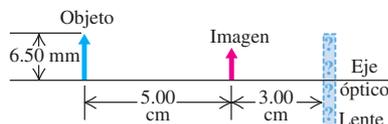
34.77. Cámara estenopeica. Una cámara estenopeica es tan sólo una caja rectangular con un diminuto orificio en una de sus caras. La película se coloca en la cara opuesta a este orificio y es ahí donde se forma la imagen. La cámara forma una imagen *sin* una lente. a) Dibuje claramente un diagrama de rayos, para mostrar cómo es que una cámara estenopeica puede formar una imagen en la película sin utilizar una lente. (*Sugerencia:* imagine que coloca un objeto fuera del agujero, y luego dibuje los rayos que pasan a través del agujero hacia el lado opuesto de la caja.) b) Cierta cámara estenopeica es una caja con lados cuadrados de 25 cm por lado y con 20.0 cm de profundidad, con un orificio en el medio de una de las caras de 25 cm \times 25 cm. Si la cámara se utiliza para fotografiar un voraz pollo que mide 18 cm de altura y que está a 1.5 m enfrente de la cámara, ¿qué tan grande es la imagen del ave en la película? ¿Cuál es el aumento de esta cámara?

34.78. Una varilla de vidrio. Se esmerilan y se pulen ambos extremos de una varilla de vidrio con un índice de refracción de 1.60 para formar superficies hemisféricas convexas. En el extremo izquierdo el radio de curvatura es de 6.00 cm, y en el extremo derecho, de 12.0 cm. La longitud de la varilla entre los vértices es de 40.0 cm. Para la superficie del extremo izquierdo el objeto es una flecha que se encuentra 23.0 cm a la izquierda del vértice de esta superficie. La flecha tiene 1.50 mm de altura y forma un ángulo recto con el eje. a) ¿Qué es lo que constituye el objeto para la superficie del extremo derecho de la varilla? b) ¿Cuál es la distancia de objeto con respecto a esta superficie? c) ¿El objeto de esta superficie es real o virtual? (*Sugerencia:* véase el problema 34.69.) d) ¿Cuál es la posición de la imagen final? e) ¿La imagen final es real o virtual? ¿Es derecha o invertida con respecto al objeto original? f) ¿Cuál es la altura de la imagen final?

34.79. La varilla del problema 34.78 se acorta a una distancia de 25.0 cm entre sus vértices; las curvaturas de sus extremos no cambian. Como en el problema 34.78, para la superficie del extremo izquierdo el objeto es una flecha que se encuentra 23.0 cm a la izquierda del vértice de esta superficie. La flecha tiene 1.50 mm de altura y forma un ángulo recto con el eje. a) ¿Cuál es la distancia de objeto con respecto a la superficie del extremo derecho de la varilla? k) ¿El objeto de esta superficie es real o virtual? c) ¿Cuál es la posición de la imagen final? d) ¿La imagen final es real o virtual? ¿Es derecha o invertida con respecto al objeto original? e) ¿Cuál es la altura de la imagen final?

34.80. La figura 34.57 ilustra un objeto y su imagen formada mediante una lente delgada. a) ¿Cuál es la distancia focal de la lente y qué tipo de lente es (convergente o divergente)? b) ¿Cuál es la altura de la imagen? ¿Es real o virtual?

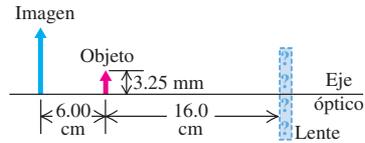
Figura 34.57 Problema 34.80



34.81. La figura 34.58 ilustra un objeto y su imagen formada mediante una lente delgada. a) ¿Cuál es la distancia focal de la lente y qué tipo

de lente es (convergente o divergente)? b) ¿Cuál es la altura de la imagen? ¿Es real o virtual?

Figura 34.58 Problema 34.81



34.82. A una varilla transparente de 30.0 cm de largo se le hace un corte plano en un extremo. El otro extremo se redondea para formar una superficie hemisférica con un radio de 10.0 cm. Un objeto pequeño se encuentra incrustado dentro de la varilla a lo largo del eje de ésta y equidistante de sus extremos, a 15.0 cm del extremo plano y a 15.0 cm del vértice del extremo curvo. Vista desde el extremo plano de la barra, la profundidad aparente del objeto es de 9.50 cm con respecto al extremo plano. ¿Cuál es la profundidad aparente vista desde el extremo curvo?

34.83. Un hemisferio sólido de vidrio con radio de 12.0 cm y con un índice de refracción $n = 1.50$ se coloca con su cara plana hacia abajo sobre una mesa. Un haz luminoso paralelo con una sección transversal circular de 3.80 mm de diámetro se propaga en línea recta hacia abajo, y entra en el hemisferio por el centro de la superficie curva. a) ¿Cuál es el diámetro del círculo de luz que se forma sobre la mesa? b) ¿De qué modo el resultado depende del radio del hemisferio?

34.84. Una copa de vino de paredes gruesas que reposa sobre una mesa se puede considerar como una esfera de vidrio hueca, con un radio exterior de 4.00 cm y un radio interior de 3.40 cm. El índice de refracción del vidrio de la copa es de 1.50. a) Un haz de rayos luminosos paralelos entra por un lado de la copa vacía a lo largo de un radio horizontal. ¿Dónde, si acaso, se forma una imagen? b) Se llena la copa de vino blanco ($n = 1.37$). ¿Dónde se forma la imagen?

34.85. Foco del ojo. La córnea del ojo tiene un radio de curvatura de aproximadamente 0.50 cm, y el humor acuoso detrás de él tiene un índice de refracción de 1.35. El grosor de la córnea por sí solo es suficientemente pequeño como para despreciar su magnitud. La profundidad del ojo de una persona común es de cerca de 25 mm. a) ¿Cuál tendría que ser el radio de curvatura de la córnea para que, por sí sola, pudiera enfocar en la retina la imagen de una montaña distante? Considere que la retina se encuentra en la parte posterior del ojo, opuesta a la córnea. b) Si la córnea enfocara la montaña correctamente en la retina como se describió en el inciso a), ¿también enfocaría en la retina el texto en la pantalla de una computadora, si esa pantalla estuviera a 25 cm enfrente del ojo? Si no, ¿dónde enfocaría ese texto: enfrente o detrás de la retina? c) Si la córnea tiene un radio de curvatura de 5.0 mm aproximadamente, ¿dónde se enfocaría en realidad la montaña? ¿La imagen estaría enfrente o detrás de la retina? ¿Esto nos permite comprender por qué el ojo necesita ayuda de una lente para completar la tarea de enfocar?

34.86. A una varilla transparente de 50.0 cm de largo y con un índice de refracción de 1.60 se le practica un corte plano en el extremo derecho. El extremo izquierdo se redondea para formar una superficie hemisférica con un radio de 15.0 cm. Se coloca un objeto sobre el eje de la varilla a 12.0 cm a la izquierda del vértice del extremo hemisférico. a) ¿Cuál es la posición de la imagen final? b) ¿Cuál es su aumento?

34.87. ¿Cuál debe ser el índice de refracción de una esfera transparente para que los rayos paraxiales provenientes de un objeto infinitamente distante se enfoquen en el vértice de la superficie opuesta al punto de incidencia?

34.88. Los extremos de una varilla de vidrio con un índice de refracción de 1.55 se esmerilan y se pulen para formar superficies hemisféricas de 6.00 cm de radio. Cuando se coloca un objeto sobre el eje de la varilla, 25.0 cm a la izquierda del extremo izquierdo, la imagen final se forma 65.0 cm a la derecha del extremo derecho. ¿Cuál es la longitud de la barra medida entre los vértices de las dos superficies hemisféricas?

34.89. Dos lentes delgadas cuya distancia focal tiene una magnitud de 15.0 cm, la primera convergente y la segunda divergente, se disponen a 12.00 cm una de la otra. Se coloca un objeto de 4.00 mm de altura 5.00 cm a la izquierda de la primera lente (divergente). *a)* ¿A qué distancia de esta primera lente se forma la imagen? *b)* ¿A qué distancia del objeto se forma la imagen final? *c)* ¿La imagen final es real o virtual? *d)* ¿Cuál es la altura de la imagen final? ¿Es derecha o invertida?

34.90. Los radios de curvatura de las superficies de una lente convergente delgada de menisco son $R_1 = +12.0$ cm y $R_2 = +28.0$ cm. El índice de refracción es de 1.60. *a)* Calcule la posición y el tamaño de la imagen de un objeto con forma de flecha de 5.00 mm de altura, perpendicular al eje de la lente, 45.0 cm a la izquierda de la lente. *b)* Se coloca una segunda lente convergente, de la misma distancia focal, 3.15 m a la derecha de la primera. Determine la posición y el tamaño de la imagen final. ¿La imagen final es derecha o invertida con respecto al objeto original? *c)* Repita el inciso *b)* con la segunda lente 45.0 cm a la derecha de la primera.

34.91. Un objeto a la izquierda de una lente se proyecta por medio de ésta sobre una pantalla ubicada a 30.0 cm a la derecha de la lente. Cuando la lente se mueve 4.00 cm hacia la derecha, la pantalla debe moverse 4.00 cm hacia la izquierda para volver a enfocar la imagen. Determine la distancia focal de la lente.

34.92. Por refracción en una superficie esférica, la primer distancia focal f se define como el valor de s que corresponde a $s' = \infty$, como se ilustra en la figura 34.59a. La segunda distancia focal f' se define como el valor de s' cuando $s = \infty$, como se muestra en la figura 34.59b. *a)* Demuestre que $n_a/n_b = f/f'$. *b)* Demuestre que la relación general entre el objeto y la distancia de imagen es

$$\frac{f}{s} + \frac{f'}{s'} = 1$$

Figura 34.59 Problema 34.92.

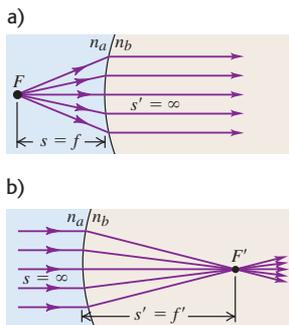
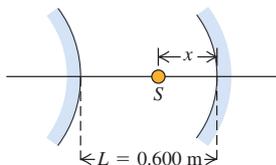


Figura 34.60 Problema 34.93.

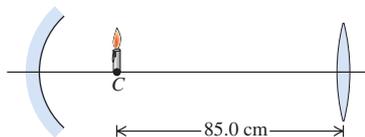
34.93. Se colocan sobre un mismo eje óptico un espejo convexo y un espejo cóncavo, separados por una distancia $L = 0.600$ m. La magnitud del radio de curvatura de cada espejo es de 0.360 m. Una fuente de luz se encuentra a una distancia x del espejo cóncavo, como se muestra en la figura 34.60. *a)* ¿Con qué distancia x los rayos de la fuente regresarán a ésta, después de reflejarse primero en el espejo convexo y luego en el cóncavo? *b)* Repita el inciso *a)*, pero ahora considerando que los rayos se reflejan primero en el espejo cóncavo y después en el convexo.



34.94. Como se muestra en la figura 34.61, la vela está en el centro de la curvatura del espejo cóncavo, cuya distancia focal es de 10.0 cm. El lente convergente tiene una distancia focal de 32.0 cm y está 85.0 cm a la derecha de la vela. Se observa la vela mirando a través de la lente de la derecha. La lente forma dos imágenes de la vela. La primera es

producto de la luz que pasa directamente a través de la lente; la segunda, de la luz que se propaga de la vela al espejo, se refleja y luego pasa a través de la lente. *a)* Con respecto a cada una de estas dos imágenes, dibuje un diagrama de rayos principales para localizar la imagen. *b)* Con respecto a cada imagen, responda las preguntas siguientes: i) ¿Dónde está la imagen? ii) ¿La imagen es real o virtual? iii) ¿La imagen es derecha o invertida con respecto al objeto original?

Figura 34.61 Problema 34.94.



34.95. Se pule uno de los extremos de una larga varilla de vidrio para darle forma hemisférica convexa. Este vidrio tiene un índice de refracción de 1.55. Cuando se coloca una pequeña hoja a 20.0 cm enfrente del centro del hemisferio a lo largo del eje óptico, se forma una imagen dentro del vidrio a 9.12 cm de la superficie esférica. ¿Dónde se formaría la imagen si el vidrio ahora estuviera sumergido en agua (índice de refracción: 1.33), pero todo lo demás permaneciera igual?

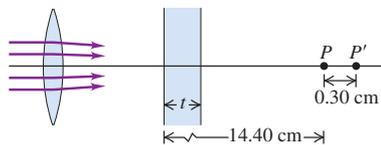
34.96. Dos lentes en contacto. *a)* Demuestre que, cuando se ponen en contacto dos lentes delgadas con distancias focales f_1 y f_2 , la distancia focal f de la combinación está dada por la relación

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

b) Una lente convergente de menisco (véase la figura 34.32a) tiene un índice de refracción de 1.55, y los radios de curvatura de sus superficies son de 4.50 cm y 9.00 cm. La superficie cóncava se coloca hacia arriba y se llena de tetracloruro de carbono (CCl_4 , $n = 1.46$). ¿Cuál es la distancia focal de la combinación de CCl_4 y vidrio?

34.97. Los rayos de una lente convergen hacia una imagen puntual P situada a la derecha de la lente. ¿Qué espesor t debe tener un vidrio con un índice de refracción de 1.60, interpuesto entre la lente y P , para que la imagen se forme en P' , 0.30 cm a la derecha de P ? En la figura 34.62 se muestra la ubicación tanto del vidrio como de los puntos P y P' .

Figura 34.62 Problema 34.97.



34.98. Lente en un líquido. Las lentes obedecen la ley de Snell: doblan los rayos de luz en cada superficie, en una medida determinada por el índice de refracción de la lente y el índice del medio en el que se encuentra la lente. *a)* La ecuación (34.19) supone que la lente está rodeada de aire. Considere, en cambio, una lente delgada inmersa en un líquido con un índice de refracción n_{liq} . Pruebe que la distancia focal f' viene dada en este caso por la ecuación (34.19) con n/n_{liq} en vez de n . *b)* Una lente delgada con un índice n tiene una distancia focal f en un vacío. Con base en el resultado del inciso *a)*, demuestre que, cuando esta lente se sumerge en un líquido con índice n_{liq} , tiene una nueva distancia focal dada por

$$f' = \left[\frac{n_{liq}(n-1)}{n-n_{liq}} \right] f$$

34.99. Cuando se coloca un objeto a la distancia adecuada a la izquierda de cierta lente convergente, la imagen queda enfocada en una pantalla situada 30.0 cm a la derecha de la lente. Ahora se coloca una lente divergente 15.0 cm a la derecha de la lente convergente, y se halla que es necesario desplazar la pantalla otros 19.2 cm a la derecha para obtener una imagen nítida. ¿Cuál es la distancia focal de la lente divergente?

34.100. Se dispone un espejo esférico convexo con una distancia focal de 24.0 cm de magnitud colocado a 20.0 cm a la izquierda de un espejo plano. Se coloca un objeto de 0.250 cm de altura a medio camino entre la superficie del espejo plano y el vértice del espejo esférico. El espejo esférico forma imágenes múltiples del objeto. ¿Dónde se localizan las dos imágenes del objeto formadas por el espejo esférico que se hallan más próximas a éste, y cuál es la altura de cada imagen?

34.101. Una plancha de vidrio de 3.50 cm de espesor, con un índice de refracción de 1.55 y caras planas paralelas, se sostiene con sus caras horizontales y su cara inferior a 6.00 cm arriba de una página impresa. Obtenga la posición de la imagen de la página formada por los rayos que forman un ángulo pequeño con la normal a la plancha.

34.102. Una lente delgada biconvexa y simétrica de vidrio, con un índice de refracción de 1.52, tiene una distancia focal en aire de 40.0 cm. La lente cierra herméticamente una abertura en el extremo izquierdo de un tanque lleno de agua. En el extremo derecho del tanque, opuesto a la lente, se halla un espejo plano a 90.0 cm de la lente. El índice de refracción del agua es de $\frac{4}{3}$. a) Calcule la posición de la imagen que forma el sistema de lente-agua-espejo de un objeto pequeño que se encuentra afuera del tanque, sobre el eje de la lente y a 70.0 cm a la izquierda de ésta. b) ¿La imagen es real o virtual? c) ¿Es derecha o invertida? d) Si la altura del objeto fuera de 4.00 mm, ¿cuál sería la altura de la imagen?

34.103. Su cámara fotográfica tiene una lente con una distancia focal de 35.0 mm y película de 36.0 mm de ancho. Al tomar una fotografía de un velero de 12.0 m de largo, usted observa que la imagen del bote ocupa sólo $\frac{1}{4}$ de la anchura de la película. a) ¿A qué distancia está usted del velero? b) ¿A qué distancia tendría que colocarse usted para que la imagen del velero ocupe toda la anchura de la película?

34.104. Un objeto se encuentra a 18.0 cm de una pantalla. a) ¿En cuáles dos puntos entre objeto y pantalla se puede colocar una lente convergente con una distancia focal de 3.00 cm, para obtener una imagen sobre la pantalla? b) ¿Cuál es el aumento de la imagen que corresponde a cada posición de la lente?

34.105. Tres lentes delgadas, cada una con una distancia focal de 40.0 cm, están alineadas sobre un eje común; la separación entre lentes adyacentes es de 52.0 cm. Calcule la posición de la imagen de un objeto pequeño situado sobre el eje, 80.0 cm a la izquierda de la primera lente.

34.106. Una cámara fotográfica cuya lente tiene una distancia focal de 90 mm está enfocada en un objeto situado a 1.30 m de la lente. Para enfocar ahora un objeto que está a 6.50 m de la lente, ¿en cuánto es necesario modificar la distancia entre la lente y la película? Para enfocar el objeto más distante, ¿se debe alejar o acercar la lente a la película?

34.107. Al deducir la expresión del aumento angular [ecuación (34.22)] se supuso un punto cercano de 25 cm. De hecho, el punto cercano cambia con la edad, como se muestra en la tabla 34.1. Para conseguir un aumento angular de $2.0\times$, ¿qué distancia focal debe emplear una persona con una edad de a) 10 años, b) 30 años, c) 60 años? d) Si una persona de 60 años utiliza la lente que proporciona una $M = 2.0$ a una persona de 10 años, ¿qué aumento angular obtendrá el observador de mayor edad? e) ¿Significa su respuesta al inciso d) que los observadores de mayor edad pueden ver imágenes más aumentadas que los observadores jóvenes? Explique su respuesta.

34.108. Aumento angular. Al deducir la ecuación (34.22) del aumento angular de una lente de aumento, se supuso que el objeto se encuentra en el punto focal de la lente de aumento, por lo que la imagen virtual se forma en el infinito. Suponga, en cambio, que se coloca el objeto de modo que la imagen virtual aparezca en el punto cercano de 25 cm de un observador promedio, el punto más próximo en el que éste

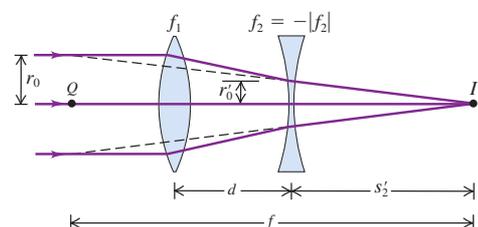
puede enfocar el objeto. a) ¿Dónde se debe colocar el objeto para conseguir esto? Exprese su respuesta en términos de la distancia focal f de la lente de aumento. b) ¿Qué ángulo θ' subtendrá un objeto de altura y en la posición identificada en el inciso a)? c) Halle el aumento angular M con el objeto en la posición hallada en el inciso a). El ángulo θ es el mismo que en la figura 34.51a, pues se refiere a la observación del objeto *sin* la lente de aumento. d) Si se emplea una lente convexa de $f = +10.0$ cm, ¿cuál es el valor de M con el objeto en la posición identificada en el inciso a)? ¿Cuántas veces más grande es M en este caso, que cuando la imagen se forma en el infinito? e) En la descripción de un microscopio compuesto en la sección 34.8, se afirma que, en un instrumento proyectado correctamente, la imagen real que el objetivo forma se encuentra *inmediatamente por dentro* del primer punto focal F_1' del ocular. ¿Qué ventajas ofrece el hecho de que el objetivo forme una imagen inmediatamente por dentro de F_1' , en comparación con una imagen formada precisamente en F_1' ? ¿Qué ocurre si la imagen formada por el objetivo está *inmediatamente por fuera* de F_1' ?

34.109. En una forma de cirugía para cataratas, se sustituye el cristalino natural del paciente, que se ha enturbiado, por una lente artificial. Es posible elegir las propiedades refractivas de la lente de repuesto, de modo que el ojo de la persona enfoque los objetos distantes. Pero no existe acomodación, y se necesitan anteojos o lentes de contacto para ver de cerca. ¿Cuál es la potencia, en dioptrías, de las lentes de contacto correctivas que permiten a una persona que ha sido sometida a una cirugía de este tipo enfocar una página de un libro a una distancia de 24 cm?

34.110. Ojo miope. Cierta persona muy miope es incapaz de enfocar nada que esté a más de 36.0 cm del ojo. Considere el modelo simplificado del ojo que se describe en el ejercicio 34.46. Si el radio de curvatura de la córnea es de 0.75 cm cuando el ojo está enfocado en un objeto a 36.0 cm del vértice de la córnea y los índices de refracción son como se describe en el ejercicio 34.46, ¿cuál es la distancia del vértice de la córnea a la retina? ¿Qué indica esto acerca de la forma del ojo miope?

34.111. Distancia focal de una lente zoom. La figura 34.63 muestra una versión simplificada de una lente zoom. La lente convergente tiene una distancia focal f_1 , y la lente divergente, una distancia focal $f_2 = -|f_2|$. Las dos lentes están separadas por una distancia variable d que siempre es menor que f_1 . Asimismo, la magnitud de la distancia focal de la lente divergente satisface la desigualdad $|f_2| > (f_1 - d)$. Para hallar la distancia focal efectiva de la lente combinada, considere un haz de rayos paralelos de radio r_0 que entran en la lente convergente. a) Demuestre que el radio del haz de rayos disminuye hasta $r_0' = r_0(f_1 - d)/f_1$, en el punto donde penetra en la lente divergente. b) Demuestre que la imagen final I' se forma a una distancia $s_2' = |f_2|(f_1 - d)/(|f_2| - f_1 + d)$ a la derecha de la lente divergente. c) Si los rayos que emergen de la lente divergente y alcanzan el punto de imagen final se prolongan hacia atrás, a la izquierda de la lente divergente, terminarán expandiéndose hasta el radio original r_0 en algún punto Q . La distancia de imagen final I' al punto Q es la *distancia focal efectiva* f de la combinación de lentes; si se sustituyera la combinación por una sola lente de distancia focal f colocada en Q , los rayos paralelos seguirían enfocándose en I' . Demuestre que la distancia focal efectiva es $f = f_1|f_2|/(|f_2| - f_1 + d)$. d) Si $f_1 = 12.0$ cm,

Figura 34.63 Problema 34.111.



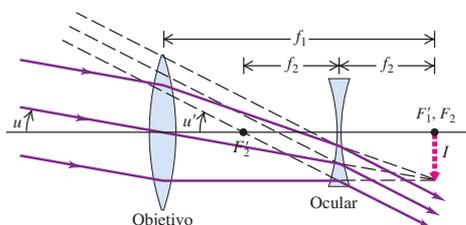
$f_2 = -18.0$ cm y la separación d es ajustable entre cero y 4.0 cm, halle las distancias focales máxima y mínima de la combinación. ¿Con qué valor de d se tiene $f = 30.0$ cm?

34.112. Cierta telescopio de reflexión, construido como se muestra en la figura 34.55a, tiene un espejo esférico con un radio de curvatura de 96.0 cm y un ocular con una distancia focal de 1.20 cm. Si la magnitud del aumento angular es de 36 y el objeto se encuentra en el infinito, halle la posición del ocular y la posición y naturaleza (real o virtual) de la imagen final. (Nota: $|M|$ no es igual a $|f_1/f_2|$, por lo tanto, la imagen formada por el ocular *no* está en el infinito.)

34.113. Un microscopio con un objetivo cuya distancia focal es de 8.00 mm, y un ocular con una distancia focal de 7.50 cm, se utiliza para proyectar una imagen sobre una pantalla situada a 2.00 m del ocular. Sea de 18.0 cm la distancia de imagen del objetivo. *a)* ¿Cuál es el aumento lateral de la imagen? *b)* ¿Cuál es la distancia entre el objetivo y el ocular?

34.114. El telescopio galileano. La figura 34.64 es un diagrama de un *telescopio galileano*, o *gemelos de teatro*, con el objeto y su imagen final en el infinito. La imagen I sirve como objeto virtual para el ocular. La imagen final es virtual y derecha. *a)* Pruebe que el aumento angular es $M = -f_1/f_2$. *b)* Se va a construir un telescopio galileano con la misma lente objetivo que en el ejercicio 34.57. ¿Cuál debe ser la distancia focal del ocular, para que este telescopio tenga un aumento angular de la misma magnitud que el del ejercicio 34.57? *c)* Compare la longitud de los telescopios.

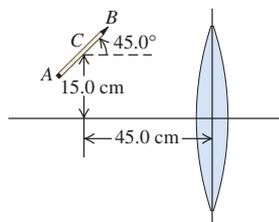
Figura 34.64 Problema 34.114.



Problemas de desafío

34.115. Objeto en un ángulo. Se coloca un lápiz de 16.0 cm de largo a un ángulo de 45.0°, con su centro 15.0 cm arriba del eje óptico y a

Figura 34.65 Problema de desafío 34.115.



45.0 cm de una lente con una distancia focal de 20.0 cm, como se muestra en la figura 34.65. (Advierta que la figura no está dibujada a escala.) Suponga que el diámetro de la lente es suficientemente grande para que la aproximación paraxial sea válida. *a)* ¿Dónde está la imagen del lápiz? (Indique la ubicación de las imágenes de los puntos A , B y C del objeto, que se encuentran en el borrador, la punta y el centro del lápiz, respectivamente.) *b)* ¿Cuál es la longitud de la imagen (esto es, la distancia entre las imágenes de los puntos A y B)? *c)* Muestre en un dibujo la orientación de la imagen.

34.116. La *aberración esférica* es un desdibujamiento de la imagen formada por un espejo esférico. Se debe a que los rayos paralelos que inciden en el espejo, lejos del eje óptico, se enfocan en un punto diferente que los rayos próximos al eje. Por lo regular, este problema se reduce al máximo utilizando sólo el centro del espejo esférico. *a)* Demuestre que, en el caso de un espejo cóncavo, el foco se desplaza hacia el espejo conforme los rayos paralelos avanzan hacia el borde exterior del espejo. (Sugerencia: deduzca una expresión analítica de la distancia del vértice al foco del rayo con respecto a un rayo paralelo en particular. Esta expresión debería darse en términos de i) el radio de curvatura R del espejo y ii) el ángulo θ entre el rayo incidente y una recta que enlaza el centro de curvatura del espejo y el punto donde el rayo incide en el espejo.) *b)* ¿Qué valor de θ provoca un cambio del 2% en la ubicación del foco, en comparación con la ubicación cuando θ es casi cero?

34.117. *a)* Con respecto a una lente de distancia focal f , calcule la distancia más pequeña posible entre el objeto y su imagen real. *b)* Grafique la distancia entre el objeto y la imagen real, en función de la distancia entre el objeto y la lente. ¿Concuerda su gráfica con el resultado obtenido en el inciso *a)*?

34.118. Se colocan juntos dos espejos como se muestra en la figura 34.66. *a)* Demuestre que una fuente puntual frente a estos espejos y sus dos imágenes se localizan en un círculo. *b)* Determine el centro del círculo. *c)* En un diagrama, muestre dónde debe colocarse un observador para observar ambas imágenes.

Figura 34.66 Problema de desafío 34.118.



34.119. Las personas con visión normal no pueden enfocar los ojos bajo el agua, si no utilizan una careta o gafas protectoras y hay agua en contacto con sus ojos (véase la pregunta P34.23). *a)* ¿Por qué? *b)* Con base en el modelo simplificado del ojo que se describe en el ejercicio 34.46, ¿qué lente correctiva (especificada con base en su distancia focal medida en aire) se necesitaría para que una persona pudiera enfocar bajo el agua un objeto infinitamente distante? (Tenga cuidado: ¡la distancia focal de una lente bajo el agua *no* es la misma que en el aire! Véase el problema 34.98. Suponga que la lente correctiva tiene un índice de refracción de 1.62 y que la lente se utiliza en anteojos, no en gafas protectoras, por lo que hay agua a ambos lados de la lente. Suponga que los anteojos están a 2.00 cm delante del ojo.)