RESUMEN / FORMULARIO

Profesor: Nicolás Huneeus L.
Auxiliar: Diego Castillo W.

- Promedio: $\overline{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$
- Desviacion estandar:

  $\delta = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\overline{x} - x_i)^2}$
- Error absoluto: $x = \overline{x} \pm \delta$
- Error reltavo: $\varepsilon = \dfrac{\delta}{\overline{x}}$
- Propagación de errores:
  Si $a = \overline{x}_a \pm \delta_a$
  y $b = \overline{x}_b \pm \delta_b$
  - Suma: $c = (\overline{x}_a + \overline{x}_b) \pm \sqrt{\delta_a^2 + \delta_b^2}$
  - Resta: $c = (\overline{x}_a - \overline{x}_b) \pm \sqrt{\delta_a^2 + \delta_b^2}$
  - Multip. : $c = \overline{x}_a \overline{x}_b (1 \pm \sqrt{(\frac{\delta_a}{\overline{x}_a})^2 + (\frac{\delta_b}{\overline{x}_b})^2})$
  - División: $c = \frac{\overline{x}_a}{\overline{x}_b}(1 \pm \sqrt{(\frac{\delta_a}{\overline{x}_a})^2 + (\frac{\delta_b}{\overline{x}_b})^2})$
  - Función: $= F(\overline{c} + \delta_c) = F(\overline{c}) \pm \delta_c \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}x}|_{x=\overline{c}}$
- Derivadas Discretas:
  - Adelante: $\dot{x}(t_i) = \frac{x_{i+1} - x_i}{\Delta t}$
  - Atrás: $\dot{x}(t_i) = \frac{x_i - x_{i-1}}{\Delta t}$
  - Centrada: $\dot{x}(t_i) = \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2\Delta t}$
  - Segunda Derivada: $\ddot{x}(t_i) = \frac{x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1}}{\Delta t^2}$
- Verlet: $x_{i+1} = 2x_i - x_{i-1} + \frac{F}{m}\Delta t^2$
- Centro de Masa:
  $\overrightarrow{R_{CM}} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r_i}$
- Centro de Masa de Centros de Masas:

  $\overrightarrow{R_{CM}} = \frac{M_a \vec{R_a} + M_b \vec{R_b}}{M_a + M_b}$
- Momentum del Sist: $\vec{P} = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v_i} = M\vec{v}$
- Ec. de Mov: $\sum \vec{F} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\vec{P}) = M\vec{a}$
- Momento Angular: $\vec{L} = m\vec{r} \text{ x } \vec{v} = I\vec{\omega}$
- Torque: $\sum \vec{\tau} = \sum \vec{r} \text{ x } \vec{F} = I\ddot{\theta} = I\vec{\alpha}$

  $*\dot{\vec{L}} = \vec{\tau}$
- Inercia:
  - Masa puntual : $I = ML^2$
  - Disco : $I = \frac{1}{2}MR^2$
  - Aro : $I = MR^2$
  - Barra (CM y extremo) :

  $I_{CM} = \frac{1}{12}ML^2$, $I_{ex} = \frac{1}{3}ML^2$
- Teo. de Steiner: $I_p = I_{CM} + MR^2$

  **Momento de Inercia en un punto p que se encuentra a una distancia R del CM*
- Energías:
  - Potencial: $U_p = mgy_{cm}$
  - Elastica: $U_e = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$
  - Cinética: $K = \frac{1}{2}mv^2$
  - C. Rotacional: $K_r = \frac{1}{2}Iw^2$

- Trabajo:
  - Con fuerzas conservativas:

$$W = \Delta E = E_f - E_i = 0$$

* *La energía mecánica se conserva*

  - Con fuerzas no conservativas :

$$W = \Delta E = E_f - E_i \neq 0$$

**La fuerzas no conservativas son las que dependen de la trayectoria (ej: roce)*

- Rodadura sin resbalamiento:
  - $v = R\omega$
  - $a = R\alpha$
- Roce:
  - Con resbalamiento $F_r = \mu N$
  - Sin resbalamiento $F_r \leq \mu N$
- Movimineto armónico simple:
  - Ecuación: $\ddot{x} + \omega_o^2 x = 0$

* *$x \equiv x(t)$, puede ser tambien $y(t)$ ó $\theta(t)$*

  - Solución: (las 3 son equivalentes)

$$x(t) = \begin{cases} Acos(\omega_o t + \varphi_o) \\ Bsen(\omega_o t + \psi_o) \\ Csen(\omega_o t) + Dcos(\omega_o t) \end{cases}$$

**Las constantes A,B,C,D y los desfaces φ_o, ψ_o se pueden sacar a partir de las condiciones iniciales $x(0)$ y $\dot{x}(0)$*

  - Período de oscilación: $T = \frac{2\pi}{w_o}$
- Oscilaciones Amortiguadas:
  - Roce viscoso: $F = -b\dot{x}$
  - Ecuación: $\ddot{x} + \frac{1}{\tau}\dot{x} + \omega_o^2 x = 0$
  - Solución:

$$x(t) = Ae^{-\frac{t}{2\tau}} cos(\Omega t + \phi_0)$$

con $\Omega^2 = \omega_o^2 - \frac{1}{4\tau^2}$

- Oscilaciones Forzadas:
  - Ecuación: $\ddot{x} + \frac{1}{\tau}\dot{x} + \omega_o^2 x = \frac{F(t)}{M}$

* con $F(t) = F_o sin(\omega t)$

  - Solución:

$$x(t) = Ae^{-\frac{t}{2\tau}} cos(\Omega t + \phi_0)$$

$$+ \frac{F_o}{M\sqrt{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + (\frac{\omega}{\tau})^2}} sin(\omega t - \delta)$$

* Ω misma que en las amortiguadas y $tan(\delta) = \frac{\omega}{\tau(\omega_o^2 - \omega^2)}$

  - Frecuencia de resonancia:

$$\omega_r^2 = \omega_o^2 - \frac{1}{2\tau^2}$$

- Ondas propagativas:
  - Ecuación de onda:

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2} u(x,t) = c^2 \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2} u(x,t)$$

▷ varilla : $c = \sqrt{\frac{\tau\Delta^2}{I}}$ $\quad$ *τ: Torque*

Δ: Distancia entre varillas

▷ cuerda: $c = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$ $\quad$ *T: Tensión*

ρ: Densidad

- Solución D'Alembert:

$$u(x,t) = f(x-ct) + g(x+ct)$$

- Ondas armonicas:

$$y(x,t) = Asin(2\pi[\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}])$$

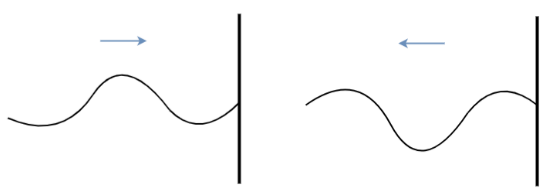
$$y(x,t) = Asin(kx - \omega t - \phi)$$

$x = \frac{\lambda}{2}n$ *nodos de la cuerda (los x que satisfacen y=0) con n antinodos*

$T = \frac{\lambda}{c}$ *periodo*

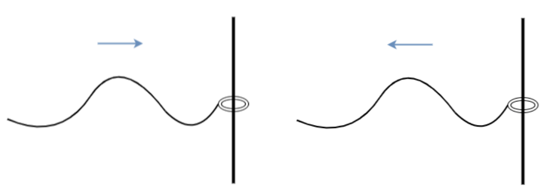
$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ *número de onda*

- Ondas en una cuerda semi finita:
  - Extremo fijo: en $x = 0$, $y(o,t) = 0 \ \forall t$



$$y(x,t) = f(x-ct) - f(-(x+ct))$$

  - Extr. móvil: en $x = 0$, $\frac{d}{dx}y(o,t) = 0 \ \forall t$



$$y(x,t) = f(x-ct) + f(-(x+ct))$$

- Ondas estacionarias:

$$y(x,t) = 2Asin(kx)cos(\omega t + \phi)$$

- Modos normaes:
  - Ambos extremos fijos:
    $\lambda_n = \frac{2L}{n}, \qquad f_n = \frac{n}{2L}c$
  - Uno libre y otro fijo:
    $\lambda_n = \frac{4L}{2n-1}, \qquad f_n = \frac{2n-1}{4L}c$
  - Ambos extremos libre:
    $\lambda_n = \frac{2L}{n}, \qquad f_n = \frac{n}{2L}c$

- Fuerza colisonal: $\vec{F_{col}} = 2\rho A v^2 cos^2(\phi)\ \hat{n}$

- Presion colisonal: $\frac{\vec{F_{col}}}{A} = 2\rho v^2 cos^2(\phi)\ \hat{n}$

- Presion:

$$P = P_o + \rho g h$$

- Ley de Pascal:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

- Principio de Arquímedes:

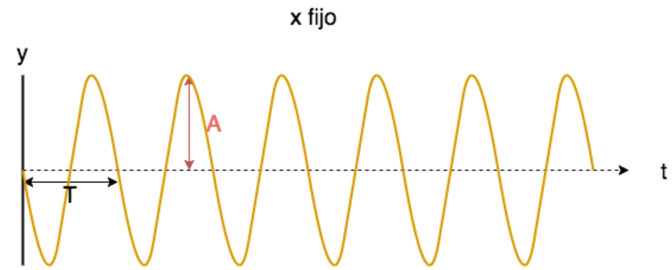
$$E = M_a g$$

**Ma masa del agua desplazada*

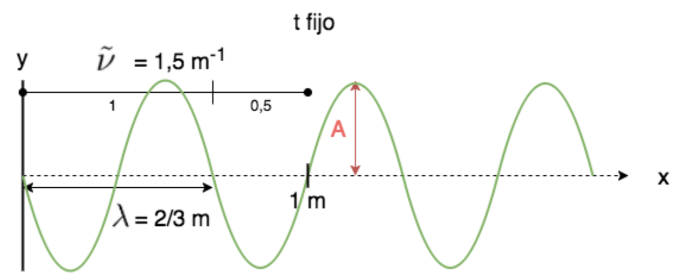
$$E = \rho_a V g$$

**V volumen del objeto sumergido*

EXTRA: Tipos de gráficos (ondas)

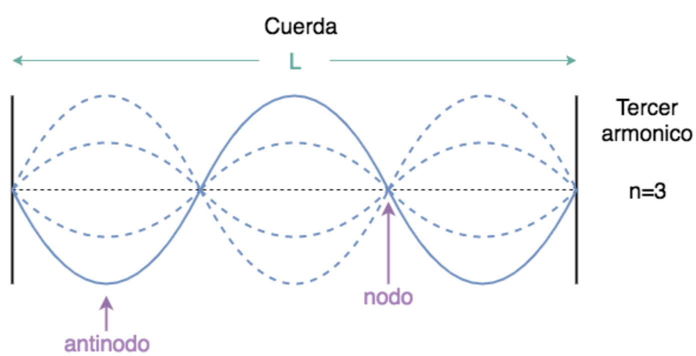


Para un punto (x) fijo nos intereza observar la amplitud A y el período T



Para un tiempo fijo nos intereza observar la amplitud A y la longitud de onda λ

. $\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda}$ es una unidad de frecuencia que indica la cantidad de veces que vibra una onda en una unidad de distancia
. $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, el número de onda (con el que trabajamos), es el mismo concepto pero expresado en radianes



Mismo concepto que gráfico para un tiempo fijo pero en este caso con una cuerda finita con ambos extremos fijos. De este se puede sacar los nodos, los antinodos (n), frecuencia fundamental f_n , longitud de onda λ y número de onda k