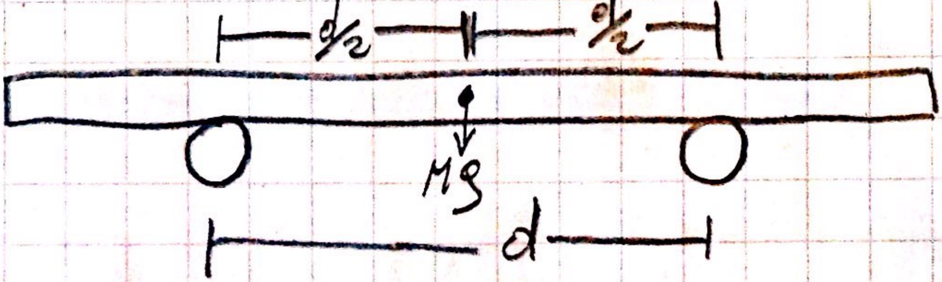
P1) AUX #3

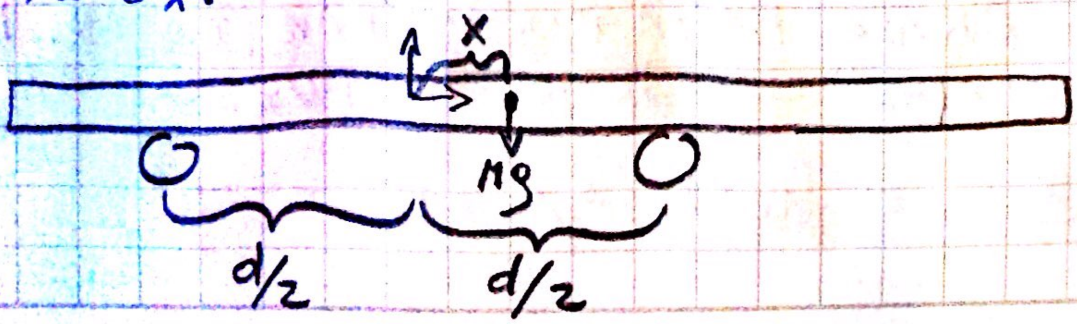
* HAY UN TABLÓN QUE ESTÁ SOBRE DOS CILINDROS QUE GIRAN EN SENTIDOS CONTRARIO

- EL CONTACTO CON LOS CILINDROS HACE QUE EL TABLON SE BALANCEE

- EN EQUILIBRIO, EL TABLON PERMANECE INMOVIL CON EL CENTRO DE MASAS JUSTO EN MEDIO DE LOS CILINDROS.

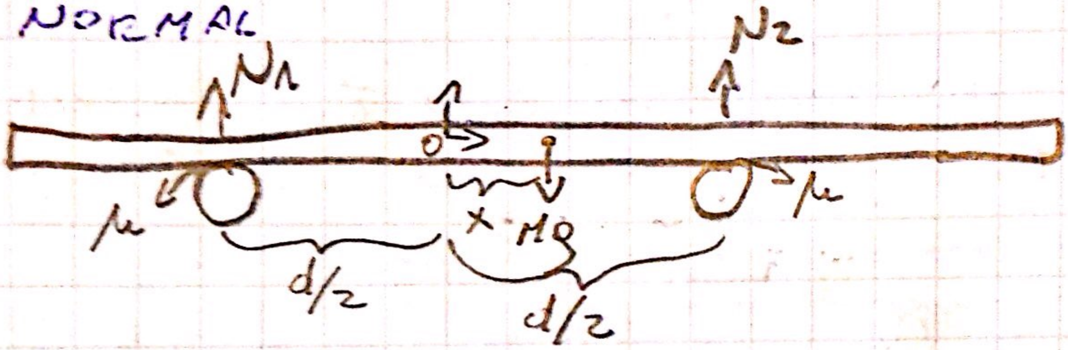


- PARA ESTUDIAR PEQUEÑAS OSCILACIONES MOVEMOS EL TABLON HACIA LA DERECHA UNA DISTANCIA X, Y MEDIMOS TODO C/R AL EQ.



Fecha __/__/__

- AHORA HACEMOS Σ DE FUERZAS, Y LA Σ DE TORQUES LA HAREMOS DEL ORIGEN OSO ~~DE~~ QUE EN LOS CONTACTOS DEL TABLON CON LOS CILINDROS APARECE LA NORMAL



$$\Sigma F_y = N_1 - Mg + N_2 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{N_1 + N_2 = Mg} \rightarrow 1$$

NOS FALTA 1 EQ.

$$\Sigma \tau_0 = -N_1 \frac{d}{2} - Mg\,x + N_2 \frac{d}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d}{2}(N_2 - N_1) = Mg\,x$$

$$\boxed{N_2 - N_1 = 2Mg\frac{x}{d}} \quad 2$$

- AHORA PARA ENCONTRAR LA EQ. DE MOV VEMOS LA SUMA DE FUERZAS EN $\hat{x}$

$$\Sigma F_x = \mu N_1 - \mu N_2 = M\ddot{x}$$

Fecha ___/___/___

FACTORIZANDO POR μ.

$$\mu(N_1 - N_2) = M\ddot{x}$$

USANDO ②

$$\mu \cdot \left(-2Mg\frac{x}{d}\right) = M\ddot{x}$$

$$M\ddot{x} + 2\mu Mg\frac{x}{d} = 0 \qquad / \cdot \frac{1}{M}$$

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

$$\text{CON } \omega_0^2 = \frac{2\mu g}{d}$$

- AHORA RECORDAMOS QUE $T = 1/f$
  Y QUE $\omega = 2\pi f$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{\omega/2\pi} = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{d}{2\mu g}} = \sqrt{\frac{2\pi^2 d}{\mu g}}$$

ESCUELA DE
POSTGRADO

Fecha __/__/__

P2

- UNA MASA CAE UNA DISTANCIA H Y SE ADOSA A UN RESORTE, LUEGO, LA EQ. DE MOV. ES:

$$\ddot{z} + 2\omega_0 \dot{z} + \omega_0^2 z = C$$

CON $\omega_0 = \sqrt{K/m}$ Y LA SOL ES DE LA FORMA

$$z(t) = (A+Bt)e^{-\omega_0 t} + D.$$

(1) DADO QUE SE TRATA DE UNA MASA EN UN RESORTE, CALCULAMOS EL EQ. CON SUMA DE FUERZAS EN $\hat{y}$

$$\Sigma F_y = -mg - K(z - \cancel{z_0}^{0}) = 0$$

$$\Rightarrow z_{eq} = -\frac{mg}{K}$$

DADO ADEMÁS QUE SE TRATA DE UN MOV. AMORTIGUADO, EL EQ SE ALCANZA EN $t \to \infty$

$$z_{eq} = z(t \to \infty) = (A+Bt)e^{-\omega_0 t} + D$$

↳ SE VA A CERO

$$z_{eq} = \boxed{D = -\frac{mg}{K}}$$

Fecha ___/___/___

AHORA VEMOS QUE PASA CON LA EQ. DE MOV.

$\Rightarrow$ EN EQ. $\ddot{z} = 0 \wedge \dot{z} = 0$

$$\Rightarrow \omega_0^2 z_{eq} = C$$

$$\frac{K}{m} \cdot -\frac{mg}{K} = \boxed{C = -g}$$

(2) POR ENUNCIADO SABEMOS QUE $z(0) = 0$

$$z(0) = (A + B \cdot 0) e^{-\omega_0 \cdot 0} + D = 0$$

$$= A + D = 0$$

$$\Rightarrow A = -D = -\left(-\frac{mg}{K}\right) \Rightarrow \boxed{A = \frac{mg}{K}}$$

TAMBIEN SABEMOS QUE LA MASA CAYÓ UNA DISTANCIA H ANTES DE TOCAR EL RESORTE, ENTONCES SU VEL. ERA

$$E_0 = E_f \Rightarrow mgH = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\Rightarrow \dot{z}(0) = v = \sqrt{2gH}$$

ESCUELA DE
POSTGRADO

Fecha / /

$$\dot{z} = \dot{\left((A+Bt)e^{-\omega_0 t} + D\right)}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(Ae^{-\omega_0 t} + Bte^{-\omega_0 t}\right) + 0$$

$$\dot{z} = -A\omega_0 e^{-\omega_0 t} + Be^{-\omega_0 t} - \omega_0 Bte^{-\omega_0 t}$$

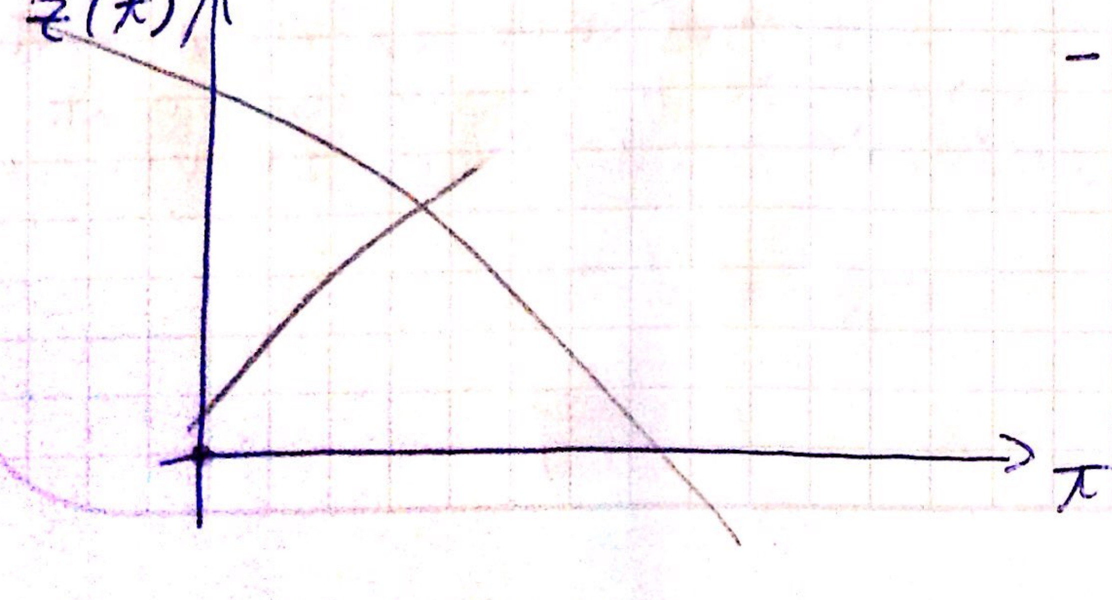
$$\dot{z}(0) = -A\omega_0 + B = \sqrt{2gH}$$

$$B = \sqrt{2gH} + A\omega_0$$

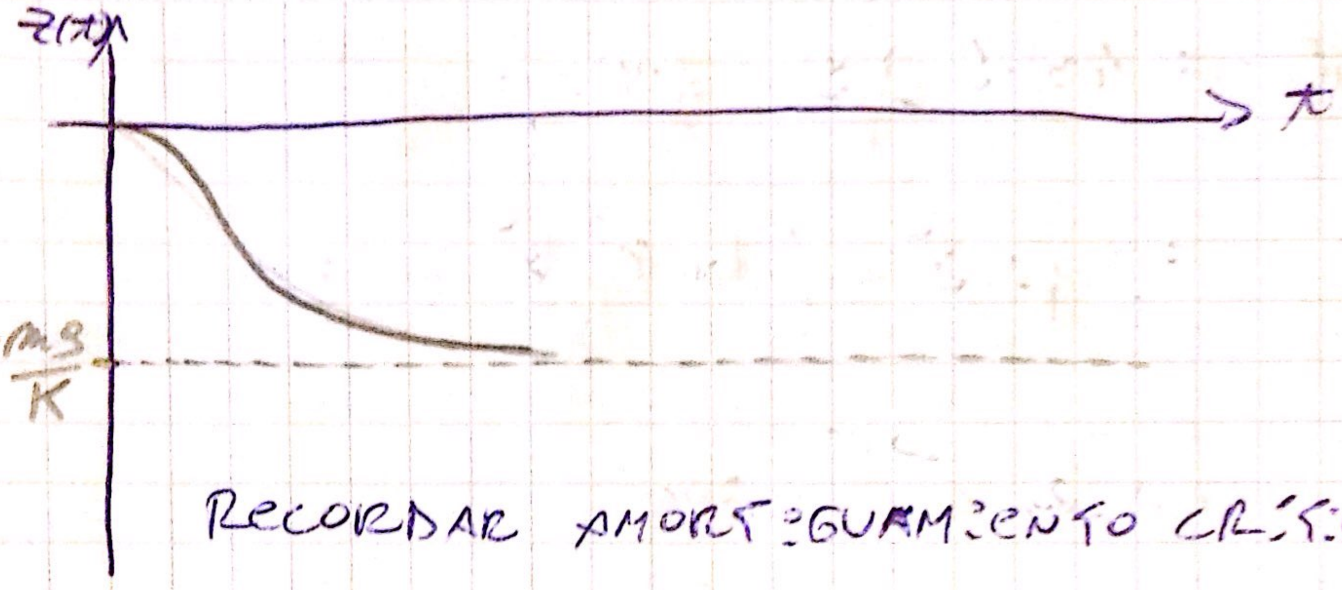
$$\boxed{B = \sqrt{2gH} + \frac{mg}{K}\sqrt{\frac{K}{m}}}$$

3

$$z(t) = \left(\frac{mg}{K} + \left(\sqrt{2gH} + \sqrt{\frac{m}{K}}g\right)t\right)e^{-\omega_0 t} - \frac{mg}{K}$$



Fecha __/__/__



RECORDAR AMORTIGUAMIENTO CRÍTICO

CUANDO LOS EXPONENTES DE LA EXP. SON IGUALES AL RESOLVER LA EC. DEL OSCILADOR

→ MIN 46 CLASE DEL 10/09

(4) LA ENERGÍA DISIPADA SE PUEDE CALCULANDO LA ENERGÍA INICIAL Y LA FINAL.

$E_0 = mgH$ → CON ESTA ENERGÍA PARTE

$E_f = E(t \to \infty)$ → EN $t \to \infty$ EL OSCILADOR ESTÁ EN EQ. → $z_{eq} = -mg/K$

$$E_f = mg z_{eq} + \frac{1}{2} K (z_{eq} - \dot{z}_0)^2$$

ESCUELA DE
POSTGRADO

Fecha __/__/__/

$$E_f = mg\left(-\frac{mg}{K}\right) + \frac{1}{2}K\cdot\left(-\frac{mg}{K}\right)^2$$

$$= -\frac{m^2g^2}{K} + \frac{1}{2}K\frac{m^2g^2}{K^2}$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{m^2g^2}{K}$$

$$E_{PERDIDA} = -(E_f - E_0) = E_0 - E_f$$

$$= mgH - \left(-\frac{1}{2}\frac{m^2g^2}{K}\right)$$

$$\boxed{E_{PERDIDA.} = mg\left(H + \frac{1}{2}\frac{mg}{K}\right)}$$

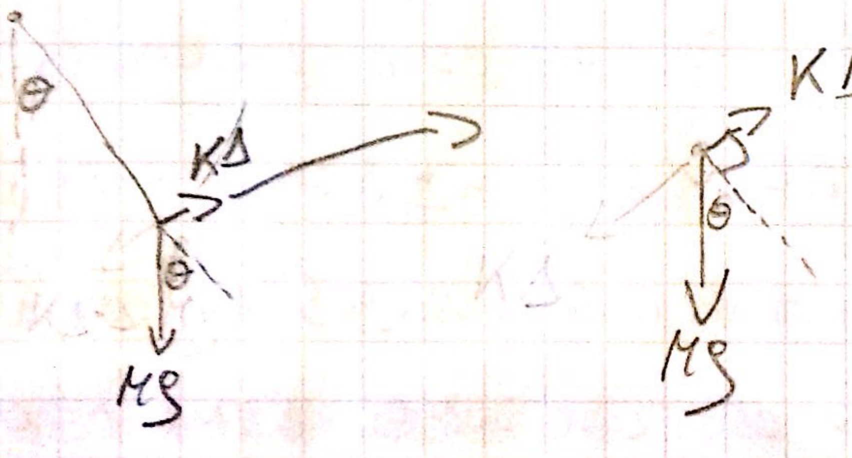
Fecha

P3 PRIMERO NOTAMOS QUE LA VARIABLE DE INTEREZ ES ϕ

TOMANDO EL ÁNGULO MEDIDO DESDE LA VERTICAL, LA POSICIÓN ACTUAL ESTARÍA DADA POR $\theta = \frac{L}{R}$

CON L EL LARGO DEL RESORTE

HACEMOS DCL PARA COMENZAR.



- LA DIRECCION QUE NOS IMPORTA ES LA TANGENCIAL AL CÍRCULO, Y ES EN LA QUE APUNTA LA FUERZA ELASTICA -> FALTA DESCOMPONER Mg

$$\Sigma F_{\hat{\theta}} = -K(L-L_0) - Mg\sin\theta = m\ddot{x}$$

ESCUELA DE
POSTGRADO

Fecha __/__/__/

PERO COMO DIJIMOS, UNA POSICIÓN DE LA MASA SE RELACIONA CON θ DE LA FORMA $x = R\theta$

$\Rightarrow \underline{L = R\theta} \rightarrow$ esto es un ~~cambio~~ CAMBIO DE VARIABLES

Y LA RELACION CON $\dot{x}$ Y $\ddot{x}$ SE OBTIENE DERIVANDO

$$x = R\theta \quad /d/dt$$
$$\dot{x} = R\dot{\theta}$$
$$\ddot{x} = R\ddot{\theta}$$

$\rightarrow$ CON ESTO LA EQ. QUEDA:

$$\Sigma F_\theta = -K(R\theta - L_0) - mg\sin\theta = mR\ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow mR\ddot{\theta} + KR\theta + mg\sin\theta - KL_0 = 0$$

PARA PEQ OSCILACIONES $\sin\theta \sim \theta$

$$mR\ddot{\theta} + (KR + mg)\theta = +KL_0$$

$$\boxed{\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = +KL_0/mR}$$

CON $\omega_0^2 = \left(\frac{K}{m} + \frac{g}{R}\right)$

Fecha __/__/__

AHORA, PARA ENCONTRAR EL EQUILIBRIO, DEBEMOS IMPONER

$$\ddot{\theta} = 0$$

$$\Rightarrow \omega_0^2 \theta_{eq} = \frac{KL_0}{mR}$$

$$\theta_{eq} = \frac{KL_0}{mR} \cdot \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{KL_0}{mR}\left(\frac{mR}{RK+mg}\right)$$

$$\boxed{\theta_{eq} = \frac{KL_0}{RK+mg}}$$

TAMBIEN SE PODRIA HABER HECHO SUMA DE TORQUES PARA RESOLVERLO

LA ULTIMA PARTE ES POCO PEDAGÓGICA POR LO CUAL NO TENDRA PAUTA.